

# ZGOMOTE SI PERTURBATII

## Cap.5

### Calculul parametrilor de zgomot pentru un circuit liniar

Metoda de calcul trebuie sa satisfaca urmatoarele constrangeri:

- 1) Topologia circuitului de analizat trebuie sa fie complet arbitrara
- 2) Zgomotul fiecarui dispozitiv activ (transistor) este descris prin marimile ( $F_o$ ,  $R_n$ ,  $G_o$  si  $B_o$ ) sau orice alt ansamblu echivalent; comportamentul electric este caracterizat prin Parametrii Y sau S.
- 3) Fiecare dispozitiv pasiv se presupune ca genereaza doar zgomot termic.

Ca rezultate ale analizei, va trebui sa obtinem Parametrii de zgomot ai circuitului global. Daca circuitul are o singura intrare si o singura iesire va fi asimilat unui cuadripol, caracterizat prin cei patru parametri de zgomot sau prin matricea de corelatie intre cele doua surse de zgomot echivalente de la intrare.

Daca circuitul are mai multe intrari sau mai multe iesiri, atunci singurul mijloc de caracterizare ramine matricea de corelatie intre sursele echivalente de zgomot de la porti.

## Calculul parametrilor de zgomot pentru un circuit liniar

### • Metoda lui Hillbrand si Russer

$$\mathbf{C}_Z = \mathbf{C}_{Z1} + \mathbf{C}_{Z2} \quad (5.1)$$

$$\mathbf{C}_Z = 2kT\Re(\mathbf{Z}) \quad (5.4)$$

$$\mathbf{C}_Y = \mathbf{C}_{Y1} + \mathbf{C}_{Y2} \quad (5.2)$$

$$\mathbf{C}_Y = 2kT\Re(\mathbf{Y}) \quad (5.5)$$

$$\mathbf{C}_A = \mathbf{A}_1 \mathbf{C}_{A2} \mathbf{A}_1^+ + \mathbf{C}_{A1} \quad (5.3)$$

$$\mathbf{C}_A = 2kT \begin{bmatrix} R_n & \frac{F_o - 1}{2} - R_n Y_o^* \\ \frac{F_o - 1}{2} - R_n Y_o & R_n |Y_o|^2 \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

Hillbrand si Russer au elaborat o aproximare bazata pe analiza cuadripolilor. Circuitul de simulat este descompus intr-un numar de cuadripoli elementary, a caror performante electrice si de zgomot sunt usor de evaluat.

In functie de maniera in care sunt interconectati cuadripolii elementary (in serie, in paralel sau in cascada), se adopta descrierea cea mai convenabila (cu ajutorul parametrilor Z, Y sau ABCD). De exemplu, presupunind ca avem doi cuadripoli elementary, notati prin indicia "1" si "2", matricea de corelatie globala se obtine cu expresiile (5.1) pentru conexiunea serie, (5.2) pentru conexiunea paralel si (5.3) pentru conexiunea in cascada. In Eq.(5.3) A este matricea-lant a cuadripolului si  $A^+$  este adjunct sa.

Reamintim ca pentru fiecare cuadripol, in functie de reprezentarea adoptata, matricea de corelatie se calculeaza cu relatiile (5.4)-(5.6).

## Calculul parametrilor de zgomot pentru un circuit liniar

### • Metoda lui Hillbrand si Russer

$$C^+ = TCT^+ \quad (5.7)$$

**Tabel1**

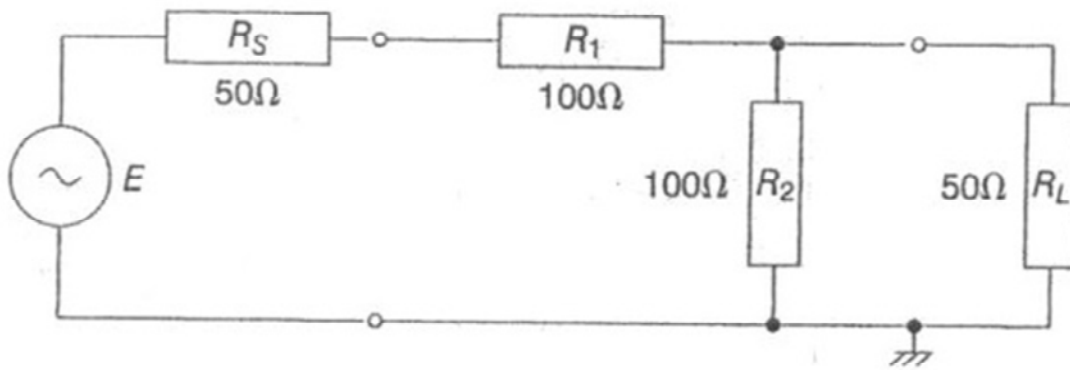
<b>T</b>	<b>Admitanta</b>	<b>Impedanta</b>	<b>Cascada</b>
<b>Admitanta</b>	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -y_{11} & 1 \\ -y_{21} & 0 \end{bmatrix}$
<b>Impedanta</b>	$\begin{bmatrix} z_{11} & z_{12} \\ z_{21} & z_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -z_{12} \\ 0 & -z_{22} \end{bmatrix}$
<b>Cascada</b>	$\begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ 1 & a_{22} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & -a_{11} \\ 0 & -a_{21} \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Pentru a trece de la o reprezentare la alta, trebuie sa cautam matricea de corelatie , notate  $C^+$  , cu relatia (5.7), unde C este matricea de corelatie a reprezentarii de origine, T este o matrice de transformare , care aleasa conform Tabelului 1.

Parametrii de zgomot sunt obtinuti plecind de la matricea  $C_A$  globala , utilizind expresiile (4.33).

# Studiul unui atenuator

- Configuratia

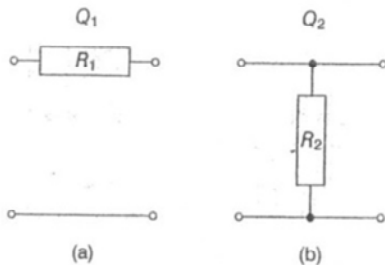


**Fig.5.1**

Atenuatorul propus este prezentat in Fig.5.1.

# Studiul unui atenuator

## • Calculul Q1



$$\mathbf{Y}_1 = \begin{bmatrix} 1/R_1 & -1/R_1 \\ -1/R_1 & 1/R_1 \end{bmatrix} \quad (5.8)$$

$$\mathbf{C}_{Y1} = 2kT \Re \{ \mathbf{Y}_1 \} = 2kT \begin{bmatrix} 1/R_1 & -1/R_1 \\ -1/R_1 & 1/R_1 \end{bmatrix} \quad (5.9a)$$

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.9b) \quad \mathbf{T}_1 = \begin{bmatrix} 0 & a_{12} \\ 1 & a_{22} \end{bmatrix} \quad (5.9c)$$

**Fig.5.2**

$$\mathbf{C}_{A1} = 2kT \begin{bmatrix} 0 & R_1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/R_1 & -1/R_1 \\ -1/R_1 & 1/R_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ R_1 & 1 \end{bmatrix} = 2kT \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.10)$$

Calculul parametrilor de zgomot se efectueaza observind ca circuitul este constituit din doi cuadripoli elementary conectati in cascada, a caror schema este ilustrata in Fig.5.2. Cautam matricea de corelatie globala si dupa relatia (5.3) este sufficient sa calculam matricile lant a doi cuadripoli, precum si matricile de corelatie corespondente. Avem de parcurs patru etape:

Studiul cuadripolului Q1

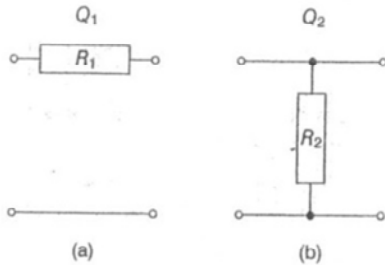
Cuadripolul prezentat in figura 5.2a este usor de caracterizat prin matricea sa  $\mathbf{Y}_1$ , Eq.(5.8). Cu ajutorul relatiei (5.5) avem Eq.(5.9a).

Folosind Tabelul 1 avem Relatia (5.9b).

Trecerea spre matricea de corelatie in reprezentare lant este efectuata dupa expresia (5.7), adoptind matricea de transformare corespunzatoare din Tabelul 1, adica Eq.(5.9c), ceea ce conduce la Eq.(5.10).

# Studiul unui atenuator

## • Calculul Q2



**Fig.5.2**

$$\mathbf{Z}_2 = \begin{bmatrix} R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{bmatrix} \quad (5.11a)$$

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1/R_2 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.11b)$$

$$\mathbf{C}_{z2} = 2kT\Re\{\mathbf{Z}_2\} = 2kT \begin{bmatrix} R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{bmatrix} \quad (5.11c)$$

$$\mathbf{T}_2 = \begin{bmatrix} 1 & -a_{11} \\ 0 & -a_{21} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1/R_2 \end{bmatrix} \quad (5.11d)$$

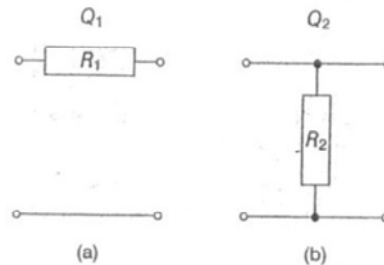
$$\mathbf{C}_{A2} = 2kT \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1/R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_2 & R_2 \\ R_2 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & -1/R_2 \end{bmatrix} = 2kT \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R_2 \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

Pentru cuadripolul definit in Figura 5.2b, descrierea cea mai comoda se face cu ajutorul matricii (5.11a), de unde matricea (5.11b) si (5.11c).

Apoi, trecerea spre reprezentarea prin matricea lant este posibila datorita matricii de transformare (vezi si Tabelul 1) T2, Eq.(5.11d), ceea ce ne conduce la relatia (5.12).

# Studiul unui atenuator

- Calculul – punerea in cascada



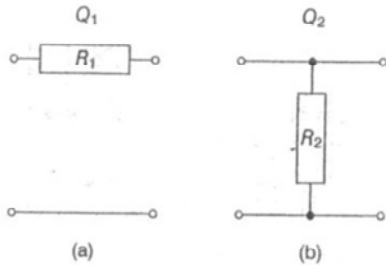
**Fig.5.2**

$$\mathbf{C}_A = 2kT \left\{ \begin{bmatrix} 1 & R_1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1/R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ R_1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \right\} = 2kT \begin{bmatrix} (R_1^2/R_2) + R_1 & R_1/R_2 \\ R_1/R_2 & 1/R_2 \end{bmatrix} \quad (5.13)$$

Se calculeaza matricea de corelatie globala, cu relatia (5.3), substituind expresiile (5.9b), (5.12) si (5.10). Avem Eq.(5.13).

# Studiul unui atenuator

• Calculul – parametri de zgomot



**Fig.5.2**

$$R_n = \left( R_1^2 / R_2 \right) + R_1 \quad (5.14a)$$

$$Y_o = \sqrt{1 / \left( R_1^2 + R_1 R_2 \right)} \quad (5.11b)$$

$$F_o = 1 + 2 \left( \frac{R_1}{R_2} + \left( \frac{R_1^2}{R_2} + R_1 \right) \sqrt{\frac{1}{R_1^2 + R_1 R_2}} \right) \quad (5.14c)$$

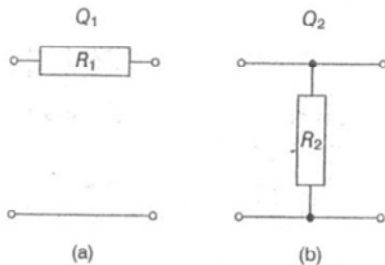
$$F = 1 + \left( \frac{1}{R_s} \left( \frac{R_1^2}{R_2} + R_1 \right) + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_1}{R_2} + \frac{R_s}{R_2} \right) \quad (5.14d)$$

Relatiile (4.33) conduc la relatiile (5.14).



# Studiul unui atenuator

## • Calculul – parametri de zgomot



**Fig.5.2**

$$R_n = 2R \quad (5.15a)$$

$$Y_o = 1/R\sqrt{2} \quad (5.15b)$$

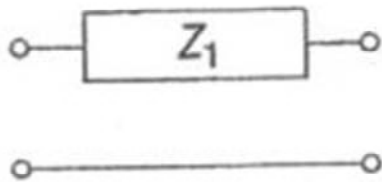
$$F_o = 1 + 2(1 + \sqrt{2}) \quad (5.15c)$$

$$F = 1 + \left( \frac{2R}{R_s} + \frac{2R + R_s}{R} \right) \quad (5.15d)$$

$$R_n = 200\Omega, Y_o = (7.071 + j0)mS, F_o = 5.8284271(\text{sau } 7.6555dB), F = 7.5(\text{sau } 8.7506dB)$$

Pentru cazul particular  $R_1 = R_2 = R$ , formulele devin (5.15).  
Folosind valorile numerice obținem rezultatele de pe slide.

• Catalog de circuite elementare



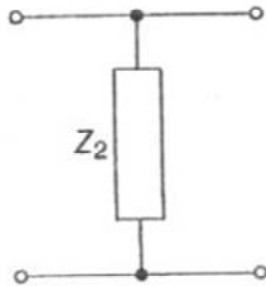
**Fig.5.3a**

$$C_A = \begin{bmatrix} \Re(Z_1) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$R_n$	$\Re(Z_1)$
$Y_o$	0
$N$	0
$F_o$	1

Aplicind metoda Hillbrand si Russer la diferite configuratii de cuadripoli simpli, se obtin rezultatele de pe slide.

• Catalog de circuite elementare



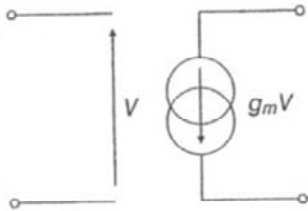
**Fig.5.3b**

$$C_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{\Re(Z_2)}{Z_2 Z_2^*} \end{bmatrix}$$

$R_n$	0
$Y_o$	nedeterminat
$N$	0
$F_o$	1

Aplicind metoda Hillbrand si Russer la diferite configuratii de cuadripoli simpli, se obtin rezultatele de pe slide.

• Catalog de circuite elementare

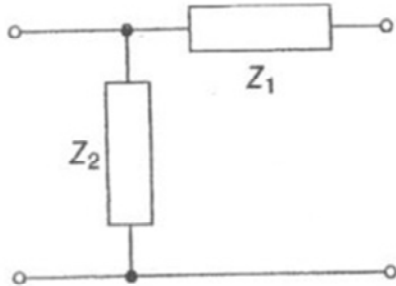


**Fig.5.3c**

$R_n$	0
$Y_o$	0
$N$	0
$F_o$	1

Aplicind metoda Hillbrand si Russer la diferite configuratii de cuadripoli simpli, se obtin rezultatele de pe slide.

• Catalog de circuite elementare

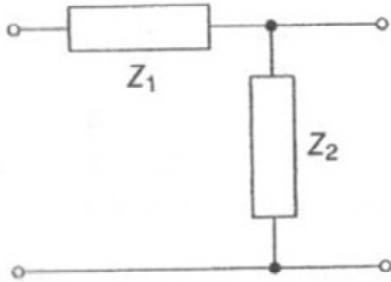


**Fig.5.3d**

$$\mathbf{C}_A = \begin{bmatrix} \Re(Z_1) & \Re(Z_1)/Z_2^* \\ \Re(Z_1)/Z_2 & \frac{1}{Z_2 Z_2^* (\Re(Z_1) + \Re(Z_2))} \end{bmatrix}$$

Aplicind metoda Hillbrand si Russer la diferite configuratii de cuadripoli simpli, se obtin rezultatele de pe slide.

• Catalog de circuite elementare

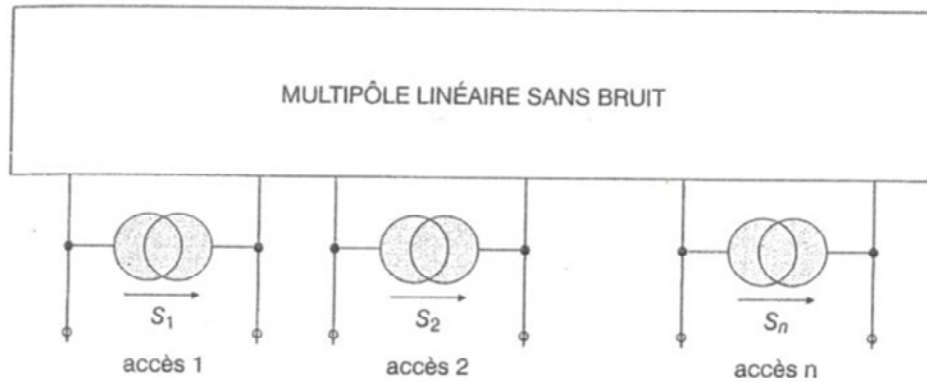


$$C_A = \begin{bmatrix} \frac{|Z_1|^2}{|Z_2|^2} \Re(Z_2) + \Re(Z_1) & \frac{Z_1}{Z_2 Z_2^*} \Re(Z_2) \\ \frac{Z_1^*}{Z_2 Z_2^*} \Re(Z_2) & \frac{1}{Z_2 Z_2^*} \Re(Z_2) \end{bmatrix}$$

Fig.5.3e

Aplicind metoda Hillbrand si Russer la diferite configuratii de cuadripoli simpli, se obtin rezultatele de pe slide.

## • Metoda de calcul pentru un multipol



**Fig.5.4**

### Modelarea

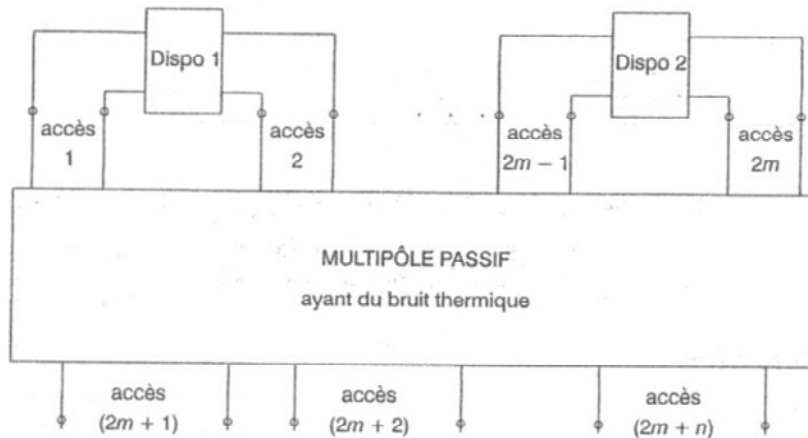
Zgomotul prezent la bornele unui multipol provine din zgomotul termic asociat la fiecare din rezistentele sale, dar și din zgomotul generat de fiecare dispozitiv activ (transistor) care se găsește în interior. Ca de obicei, este preferabil să modelizăm zgomotul debitat spre exterior prin generatoare echivalente plasate la portile unui multipol identic, presupus ideal.

În cazul prezent, se preferă schema echivalentă Norton (figura 5.4), care, într-o reprezentare în termenii parametrilor  $Y$ , este mult mai potrivită decât reprezentarea Thevenin.

### Formularea

Fie un multipol linear având  $n$  porți exterioare și care conține  $m$  dispozitive active. Fiecare dispozitiv activ este caracterizat prin matricea sa admitanță și cei patru parametri de zgomot. Căutăm matricea de corelație a surselor de zgomot  $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ) la porți.

- Metoda de calcul pentru un multipol



**Fig.5.5**

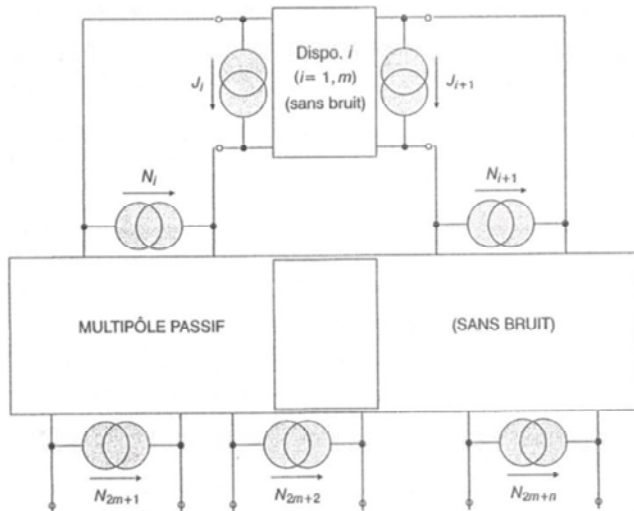
**Principiul**

Aproximarea aleasa consta in a extrage mai intii toate dispozitivele active din circuit, creind astfel porti suplimentare (conform figurii 5.5).

Deoarece zgomotul multipolului residual este de natura termica si in acelasi timp independent de zgomotul generat de dispozitivele active, puterea totala de zgomot la porti este calculate suprapunind aceste doua contributii.



• Metoda de calcul pentru un multipol



$$\mathbf{N}_N = \left[ \langle N_p N_q^* \rangle \right] = 2kT \Delta f (\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^+) \quad (5.16)$$

**Fig.5.6**

Fiecare component zgomotoasa din figura 5.5 este la rindul ei inlocuita printr-o reprezentare de tip Norton (pentru cuadripoli, conform figurii 4.4c, si pentru dipoli conform figurii 5.4).

Ajungem astfel la figura 5.6, in care apar doua categorii de generatoare echivalente de zgomot:

- 1) Sursele notate  $N_k$  ( $k = 1, 2, \dots, 2m+n$ ) care simuleaza zgomotul termic al multipolului pasiv. Ele sunt toate corelate , iar matricea lor de zgomot este (5.16)
- 2) Sursele  $J_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 2m$ ) reprezentind zgomotul dispozitivelor active, care nu este doar de natura termica,. Sursele  $J_i$  si  $J_{i+1}$  apartin aceluiasi dispozitiv, sunt corelate intre ele, dar zgomotul diverselor perechi nu este corelat (caci fiecare pereche reprezinta un tranzistor distinct).

• **Metoda de calcul pentru un multipol**

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{dd} & \mathbf{Y}_{de} \\ \mathbf{Y}_{ed} & \mathbf{Y}_{ee} \end{bmatrix} \quad (5.17)$$

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} y^{(1)} & 0 & \cdot & 0 \\ 0 & y^{(2)} & \cdot & 0 \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \cdot & y^{(m)} \end{bmatrix} \quad (5.19)$$

$$\begin{cases} \mathbf{I}_d = \mathbf{Y}_{dd}\mathbf{V}_d + \mathbf{Y}_{de}\mathbf{V}_e + \mathbf{N}_d & (5.18a) \\ \mathbf{I}_e = \mathbf{Y}_{ed}\mathbf{V}_d + \mathbf{Y}_{ee}\mathbf{V}_e + \mathbf{N}_e & (5.18b) \\ \mathbf{I}_d = -\mathbf{y}\mathbf{V}_d - \mathbf{J} & (5.18c) \end{cases}$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{H}_N\mathbf{N} + \mathbf{H}_J\mathbf{J} \quad (5.21)$$

$$\begin{cases} -\mathbf{y}\mathbf{V}_d - \mathbf{J} = \mathbf{Y}_{dd}\mathbf{V}_d + \mathbf{N}_d & (5.20a) \\ \mathbf{S} = \mathbf{Y}_{ed}\mathbf{V}_d + \mathbf{N}_e & (5.20b) \end{cases}$$

$$\mathbf{H}_N = [\mathbf{H}_J \quad \mathbf{I}_n] \quad (5.23)$$

$$\mathbf{H}_J = -\mathbf{Y}_{ed}(\mathbf{Y}_{dd} + \mathbf{y})^{-1} \quad (5.22)$$

Procedura

Pentru a calcula puterea totala de zgomot la portile definite ca iesiri, incepem prin descompunerea in blocuri a matricii Y a multipolului, ca in Eq. (5.17), unde indicele "d" denota cele 2m porti create prin extragerea dispozitivelor active , iar indicele "e" corespunde la portile exterioare.

Apoi, ecuatiile de echilibru ale retelei sunt in (5.18), unde:

$[\mathbf{V}] = [[V_d] \quad [V_e]]^t$  este vectorul tensiunilor la porti

$[\mathbf{I}] = [[I_d] \quad [I_e]]^t$  vectorul curentilor la porti

$[\mathbf{N}] = [[N_d] \quad [N_e]]^t$  vectorul surselor de zgomot termic

$[\mathbf{J}]$  este vectorul surselor de zgomot asociate dispozitivelor active

Matricea  $[\mathbf{y}]$  care apare in Eq.(5.18c) este suma diagonal a tuturor matricelor admitanta individuale  $[y^{(i)}]$  are caracterizeaza dispozitivele active, adica relatia (5.19).

Procedura clasica de calcul a generatorului Norton de la poarta unui multipol este de a pune in scurt-circuit poarta si a "masura" curentul care o traverseaza.

Astfel, pentru a evalua curentii echivalenti de zgomot la portile exterioare multipolului, punem conditia  $[V_e]=0$  si notam pe  $[I_e]$  cu  $[\mathbf{S}]$ .

Plecind de la sistemul (5.18) putem deduce (5.20) eliminind  $I_d$ .

In continuare, eliminind  $V_d$  intre ecuatiile din sistemul (5.20), obtinem Eq.(5.21), unde primul termen al sumei reprezinta contributia retelei passive si al doilea , contributia tuturor dispozitivelor active.

Se poate dovedi relatia (5.22) si (5.23), unde  $\mathbf{I}_n$  este matricea identitate de ordinal n. In

relatia (5.23), matricea HJ este marita cu matricea In.

• **Metoda de calcul pentru un multipol**

$$\langle \mathbf{SS}^* \rangle = \mathbf{H}_N \langle \mathbf{NN}^* \rangle \mathbf{H}_N^+ + \mathbf{H}_J \langle \mathbf{JJ}^* \rangle \mathbf{H}_J^+ \quad (5.24)$$

$$\langle \mathbf{SS}^* \rangle = 2kT \Delta f \left( \mathbf{H}_N (\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^*) \mathbf{H}_N^+ + 2\mathbf{H}_J \mathbf{C}_J \mathbf{H}_J^+ \right) \quad (5.25)$$

$$\mathbf{C}_S = \mathbf{H}_N (\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^*) \mathbf{H}_N^+ + 2\mathbf{H}_J \mathbf{C}_J \mathbf{H}_J^+ \quad (5.26)$$

$$\mathbf{Y}_L = \mathbf{Y}_{ee} + \mathbf{H}_J \mathbf{Y}_{de} \quad (5.27)$$

Cum am precizat mai inainte, generatoarele N si J sunt independente din punct de vedere statistic si matricea de zgomot va rezulta prin superpozitie, Eq.(5.24).

Tinind cont de expresiile (5.16) si (4.32b) cu indice l, avem ecuatia (5.25), unde  $\mathbf{C}_J$  reprezinta matricea suma-diagonala a tuturor matricelor de corelatie  $[\mathbf{C}_J^{(i)}]$  a dispozitivelor individuale (ea este construta in acelasi fel ca matricea  $[\mathbf{y}]$ ).

Matricea de corelatie normalizata este (5.26)

Remarci

- 1) Expresia (5.26) ofera avantajul de a separa contributia de zgomot a dispozitivelor active de cea a dipolului pasiv residual.
- 2) Daca circuitul comporta o singura intrare si o singura iesire (  $n = 2$  ), dupa calculul matricii de corelatie, se poate trece la calculul parametrilor de zgomot globali., cu ajutorul relatiilor (4.35).
- 3) Matricea globala de admitanta  $\mathbf{Y}_L$ , a multipolului se calculeaza cu relatia (5.27) si ne da posibilitatea de a estima cistigurile in tensiune si in putere asociate diverselor porti, presupunind ca impedantele care sunt conectate sunt cunoscute.
- 4) Mai mult, din matricea  $\mathbf{Y}_L$  putem calcula matricea  $\mathbf{S}$  a circuitului global, cu formulele clasice de conversie intre Parametrii de circuit.