ZGOMOTE SI PERTURBATII

Cap.4
Modelarea zgomotului circuitelor

Zgomotul care apare intr-un circuit electronic nu poate fi localizat intr-un anumit loc precis. La fiecare rezistenta trebuie a asociem o sursa de zgomot si la fiecare transistor trebuie sa asociem 3 surse de zgomot.

In aceste conditii analiza se dovedeste foarte dificila si in mod obisnuit efectuam o macro-modelare a circuitului, care va fi privit ca un dipol, un cuadripol sau un multipol ideal, fara nici o sursa de zgomot la interior. In acelasi timp, pentru a asigura la bornele sale aceleasi fluctuatii de tensiune sau de current ca si in circuitul real, va trebui sa adaugam la portile sale , in serie sau in parallel, generatoare echivalente de zgomot. La rindul lor, aceste generatoare pot fi reprezentate de surse de zgomot termic echivalente si in acest caz vorbim de o rezistenta echivalenta de zgomot , sau o temperature echivalenta de zgomot .

In calculi, este dificil sa evitam prezenta simultana a functiilor in domeniul frecventa (utilizate pentru a descrie impedantele) si functiile in domeniul timp (associate generatoarelor). Prin urmare , cind facem calculi la mina, amestecul intre marimi ce depend de frecventa cu marimi dependente de timp este inevitabila.

Modelarea zgomotului unui dipol

- **Cazul unei temperature uniforme**

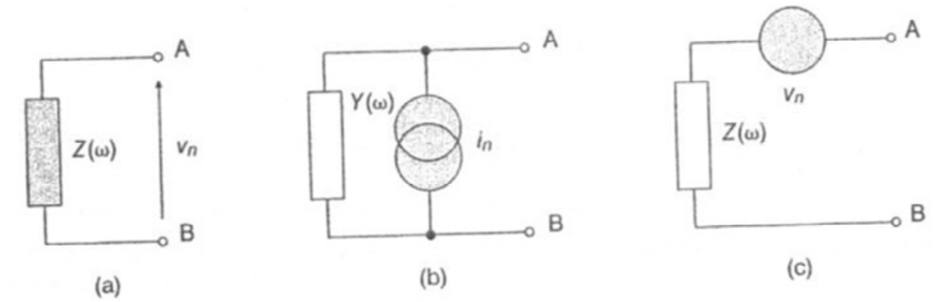


Fig.4.1

$$Z(\omega) = R(\omega) + jX(\omega) \quad (4.1)$$

$$Y(\omega) = 1/Z(\omega) = G(\omega) + jB(\omega) \quad (4.2)$$

$$\overline{v_n^2} = 4kTR\Delta f, R = \Re(Z) \quad (4.3a)$$

$$\overline{i_n^2} = 4kTG\Delta f, G = \Re(Y) \quad (4.3b)$$

Consideram dipolul din (Fig.4.1a) care prezinta la bornele sale impedanta (4.1), sau admitanta (4.2).
Fluctuatiile tensiunii la bornele A si B sunt date de unda sau mai multe surse de zgomot care se gasesc in interiorul dipolului.
Circuitul echivalent prezentat in (Fig.4.1b) este compus dintr-un generator de current de zgomot in parallel cu dipolul, presupus nezgomotos; aplicind teorema lui Thevenin, putem deduce echivalentul sau desenat in (Fig.4.1c).

In ipoteza ca circuitul original are doar surse de zgomot termic, toate la aceeasi temperature, valoarea patratica medie a tensiunii de zgomot, intr-o banda Δf, in jurul frecventei de masura f, este data de relatia lui Nyquist (4.3a), in timp ce curentul echivalent de zgomot , valoarea sa patratica medie, este data de (4.3b).

Modelarea zgomotului unui dipol

- **Cazul unei temperature uniforme - Exemplu**

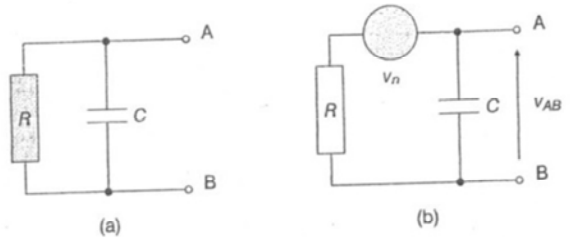


Fig.4.2

$$v_{AB}^2 = \frac{v_n^2}{(1+j\omega RC)^2} \quad (4.4b)$$

$$\overline{v_{AB}^2} = \frac{4kTR\Delta f}{1+\omega^2 R^2 C^2} \quad (4.5)$$

$$v_{AB} = v_n \frac{1/j\omega C}{R+1/j\omega C} = \frac{v_n}{1+j\omega RC} \quad (4.4a)$$

Fie un circuit RC parallel ca in (Fig.4.2a). Interesul nostrum este pentru tensiunea de zgomot de la bornele A-B.
Aplicind formula divizorului de tensiune modelului Thevenin din (Fig.4.2b), avem relatia (4.4a).
Ridicind la patrat avem relatia (4.4b).
Pentru a trece la valori patratice medii ne amintim ca trebuie considerate valoarea medie a unei cantitati complexe, ceea ce revine la a considera modulul sau, Eq(4.5)

Modelarea zgomotului unui dipol

- **Cazul temperaturilor diferite**

Regula lui Pierce

$$T_a = a_1 T_1 + a_2 T_2 + a_3 T_3 + \cdots \quad (4.6)$$

Regula lui Pettai

$$T_{eff} = a_1 T_1 + a_2 T_2 + a_3 T_3 + \cdots \quad (4.7a)$$

$$a_1 + a_2 + a_3 + \cdots = 1 \quad (4.7b)$$

Aceasta situatie se intilneste, practice, in doua situatii:

1) Cind avem temperature fizice diferite in regiuni diferite ale circuitului (cum este cazul sistemelor spatiale unde traductorul se afla la exteriorul navei in timp ce echipamentul asociat este in interior)
2) Cind se descrie un system de telecomunicatii printr-o cascada de blocuri caracterizate prin temperature echivalente de zgomot diferite.

Regula lui Pierce
Pentru o antenna utilizata la emisie, fie a1 fractia de putere care este absorbita de un corp avind temperatura T1, a2 fractia din putere care este absorbita de un corp aflat la temperatura T2, a3 fractia de putere care este absorbita de un corp aflat la temperatura T3, etc. Atunci , temperature Te a rezistentei de radiatie a antenei este data de expresia (4.6).

Regula lui Pettai
Fie o sursa de zgomot care livreaza o putere unitara la o retea de tip dipol, pasiv, reciproc si linear. Daca fractia a1 din aceasta putere este absorbita de rezistenta R1, aflata la temperature T1, fractia a2 de rezistenta R2 aflata la temperature T2, frectia a3 de catre rezistenta R3 aflata la temperature T3, etc., atunci temperature echivalenta de zgomot a dipolului (numita si temperature efectiva) este data de relatia (4.7a), unde avem si relatia (4.7b).

Modelarea zgomotului unui dipol

- **Aplicatie**

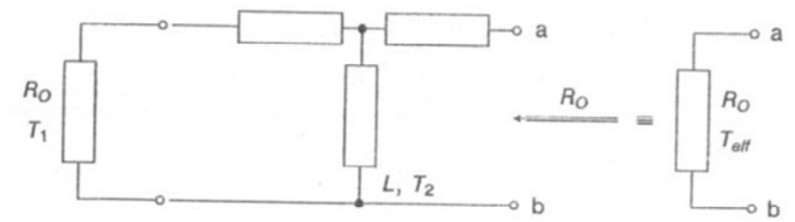


Fig.4.3

$$T_{eff} = a_1 T_1 + a_2 T_2 \quad \text{cu} \quad \mathrm{a}_1 + a_2 = 1 \quad (4.8)$$

$$\mathrm{a}_1 = \frac{1}{L} \quad (4.9)$$

$$\mathrm{a}_2 = 1 - a_1 = 1 - \frac{1}{L} \quad (4.10)$$

$$T_{eff} = \frac{1}{L} T_1 + \left(1 - \frac{1}{L}\right) T_2 \, (4.11)$$

Enunt

Consideram un atenuator adaptat, a carui atenuare este notate cu L si temperatura cu T2 (Fig.4.3). Daca la intrare se conecteaza o rezistenta R0 avind temperature T1, care este temperatura echivalenta de zgomot T la iesire ? Care este temperature echivalenta de zgomot la intrarea atenuatorului ?

Rezolvare

Puterea de zgomot generata de Ro se adauga puterii de zgomot furnizata de reteaua rezistiva a atenuatorului, caci ambele sunt decorelate. Se cere sa se calculeze temperature efectiva Teff a rezistentei R0 vazuta de la bornele (a-b) , care produce aceeasi putere de zgomot ca circuitul de origine.

Se aplica regula lui Pierce, inversind transmisia: presupunem ca o putere unitara de zgomot este aplicata la bornele a-b. Consideram a1 fractia din aceasta putere are este absorbita de R0 si a2 fractia din aceasta putere care este absorbita de attenuator. Avem Eq.(4.8).

Cum atenuarea introdusa de attenuator este L, rezulta ca fractia din semnal (unitary) care ajunge la bornele rezistentei R0 este (4.9).

Prin urmare, fractia de putere care este absorbita in attenuator este (4.10).

Temperatura echivalenta de zgomot la iesirea atenuatorului este (4.11)

Modelarea zgomotului unui dipol

- **Aplicatie**

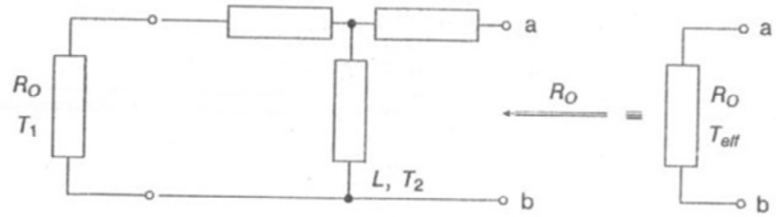


Fig.4.3

$$kT_{eff} = \frac{k}{L}\left(T_1 + (L-1)T_2\right) \quad (4.12)$$

$$N_o = kG_a\left(T_s + T_n/G_a\right)\delta f = kG_a\left(T_s + T_e\right)\delta f \quad (3.46b)$$

$$T_e = (L-1)T_2 \quad (4.13)$$

Eq.(4.11) poate fi prezentata sub forma (4.12), care , prin identificare cu (3.46b) , conduce la temperature echivalenta la intrare atenuatorului adaptat, Eq.(4.13).

Concluzie

Reprezentarea zgomotului unei retele de tip dipol pasiv, linear, comporta doua aspect:

1) Daca toate rezistentele se gasesc la aceeasi temperature T, reteaua este caracterizata fie prin modelul Thevenin ($\overline{v_n^2} = 4kTR_{eq}\Delta$f), fie modelul Norton ($\overline{i_n^2} = 4kTG_{eq}\Delta$f) , fie prin puterea de zgomot disponibila (P = kTΔf). In acest caz $T_{eff} = T$.
2) Daca diversele rezistente Rj se gasesc la temperature Tj diferite, singura diferenta este ca in modelele enumerate mai sus se inlocuieste temperatura T cu temperature efectiva Teff calculate cu ajutorul regulii lui Pierce.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Cuadripol zgomotos**

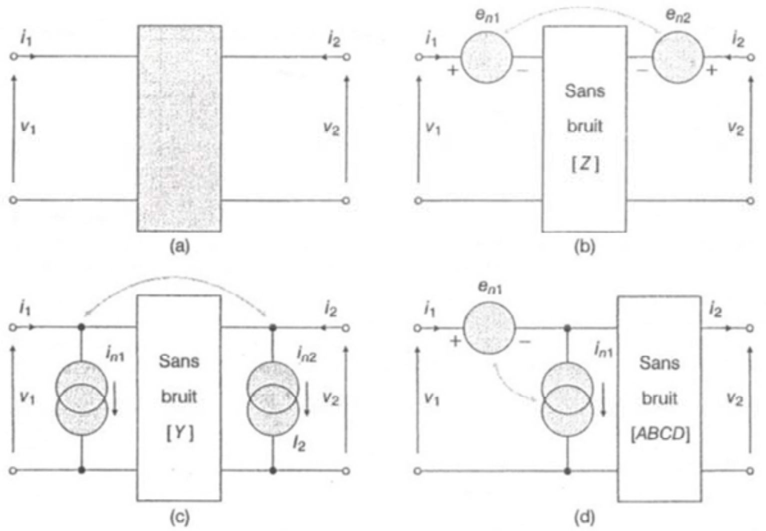


Fig.4.4

Pentru modelare va fi totdeauna nevoie de 6 parametric: 4 pentru a caracteriza cuadripolul pasiv ideal (fara zgomot) si 2 parametric pentru a lua in considerare cele doua surse echivalente de zgomot situate la porti (conform figurilor 4.4 b, c sau d. Aceste surse sunt totdeauna partial correlate.

Formularea problemei

Este essential sa gasim corelarea care exista intre cele doua surse de la porti. Aceasta evaluare se poate face in domeniul temporal (cu ajutorul celor doua teoreme care urmeaza) sau in domeniul frecventa (caz in care cele doua surse sunt caracterizate prin densitatile lor spectrale de putere , proprii si incrucisate).

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Teorema lui Montgomery 1**

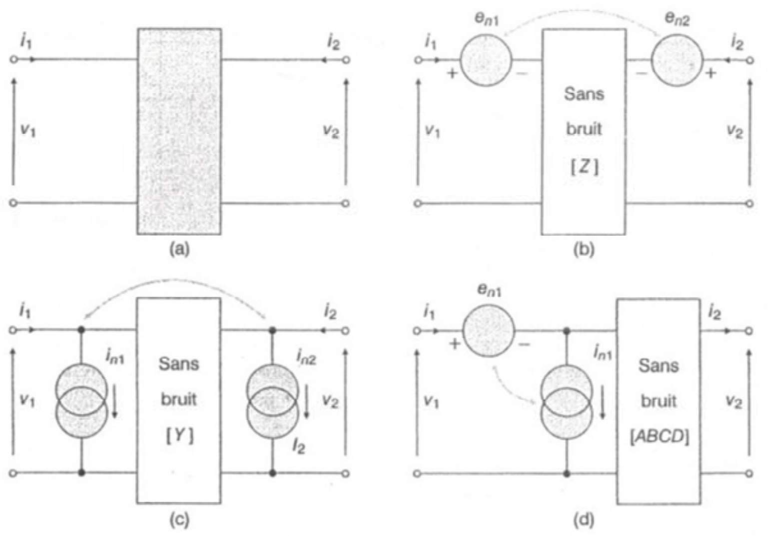


Fig.4.4

Teorema lui Montgomery 1
Daca doi curenti (sau tensiuni) isi au originea partial intr-o sursa comuna si partial in surse diferite, si daca α este fractia de putere transferata intre sursa comuna si primul current (tensiune) de zgomot, in timp ce β este fractia de putere a sursei commune transferata spre cea dea doua sursa de current (tensiune) de zgomot, atunci coeficientul de corelatie care exista intre cei doi curenti (tensiuni) considerati este media geometrica dintre α si β.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Teorema lui Montgomery 2**

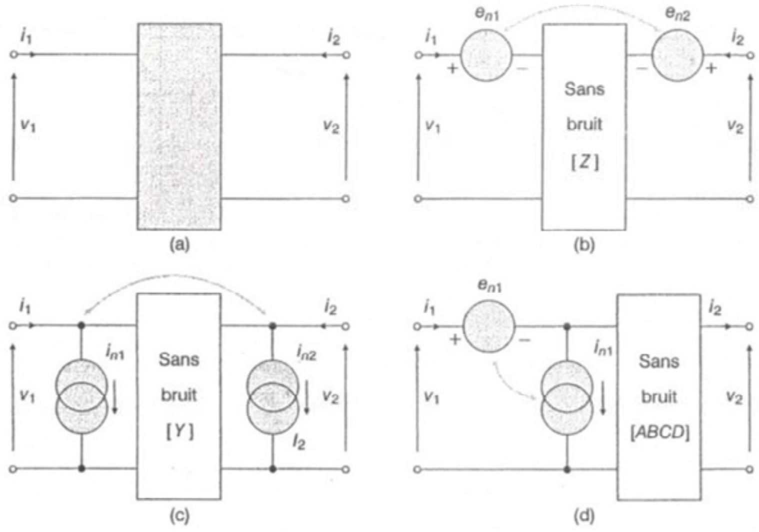


Fig.4.4

Teorema lui Montgomery 2
Coeficientul de corelatie intre doi curenti (tensiuni) de zgomot ramine neschimbat daca unul sau ambii traverseaza retele liniare, caracterizate de functii de transfer reale.

Comentariu
Teorema a doua justifica preferinta istorica manifestata pentru schema prezentata in Fig.4.4d, unde exista o neta separate intre partea circuitului care contine sursele de zgomot si cuadripolul ideal, presupus nezgomotos. In acest caz, trebuie gasit doar coeficientul de corelatie la intrarea cuadripolului linear, care va fi acelasi la iesire.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul timp**
  - *Modelul Rothe si Dahlke*

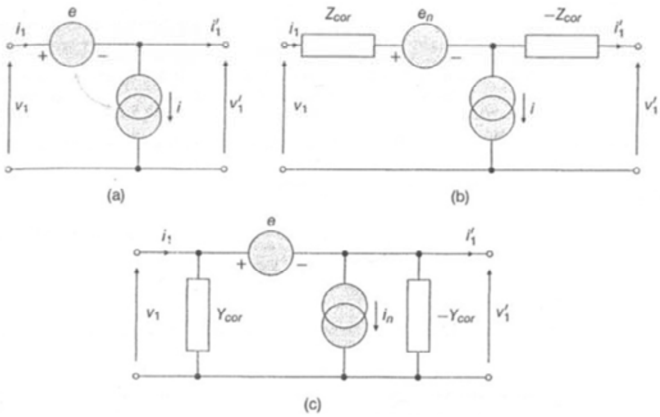


Fig.4.5

$$e = e_n + e' \quad (4.14)$$

$$Z_{cor} = R_{cor} + jX_{cor} \quad (4.15)$$

$$e = e_n + iZ_{cor} \quad (4.16)$$

$$Y_{cor} = G_{cor} + jB_{cor} \quad (4.17)$$

$$i = i_n + eY_{cor} \quad (4.18)$$

Daca consideram reprezentarea de tip cascada, cele doua surse , notate “e” si “ I ”, constituie cuadripolul de zgomot, (Fig.4.5a).
Tensiuna de zgomot poate fi pusa sub forma unei sume de doi termini, eq.(4.14), in care primul termen en este presupus independent in raport cu I, in timp ce (e’) este total corelat cu i.
Pentru a studia circuitul cu ajutorul metodelor conventionale, Rothe si Dahlke au propus de a inlocui coeficientul de corelatie al generatoarelor printr-o impedanta de corelatie, eq.(4.15), astfel incit sa avem (4.16).

Rationamentul dual (descompunerea curentului in doi termini, conduce la introducerea admitantei de corelatie (4.17), ceea ce permite sa se scrie relatia (4.18).

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul timp**
  - *Modelul Rothe si Dahlke*

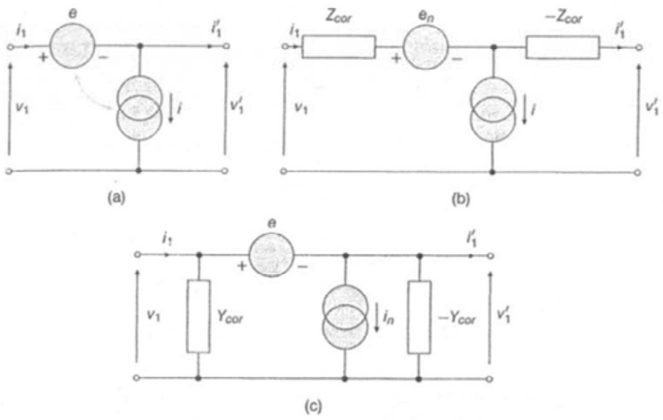


Fig.4.5

$$v_1 = v + v_1' = e_n + iZ_{cor} + v_1' = e_n + \left(i_1 - i_1'\right)Z_{cor} + v_1' \quad (4.19a)$$

$$i_1 = i + i_1' = i_n + eY_{cor} + i_1' = i_n + \left(v_1 - v_1'\right)Y_{cor} + i_1' \quad (4.19b)$$

Circuitul din Fig.4.5a si ecuatia (4.16) conduc la (4.19a), sau pentru situatia duala (4.19b)

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul timp**
  - *Modelul Rothe si Dahlke*

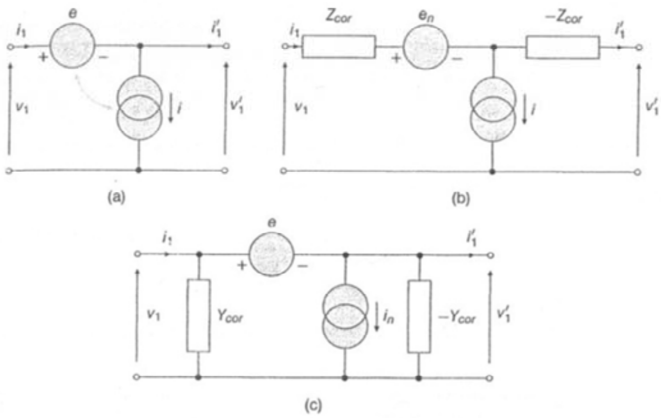


Fig.4.5

$$v_1 = v_1' + e_n + \left(i_1 - i_1'\right) Z_{cor} \quad (4.20a)$$

$$i_1 = i_1' + i_n + \left(v_1 - v_1'\right) Y_{cor} + \quad (4.20b)$$

Ecuatiile (4.19) puse sub forma (4.20) conduc la circuitele echivalente de zgomot prezentate in (Fig.4.5b si c) , care constituie modelele lui Rothe si Dahlke.

Remarci

1) Imitantele Zcor si Ycor sunt presupuse ideale (fara zgomot). Aceasta conditie este pusa deseori in evidenta scriind T = 0 alaturi de simbolul lor.
2) Existenta imitantelor –Zcor si –Ycor este consecinta termenilor negative prezenti in ecuatiile (4.20); pe de alta parte , aceste imitante negative compenseaza pe cele positive, ceea ce asigura atenuare nula pentru semnalele care traverseaza cuadripolii ilustrati in Fig.4.5b si c (caci din punctul de vedere al semnalului, generatoarele de zgomot sunt presupuse ideale).

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul timp** *- Modelul Rothe si Dahlke*
  - *Parametrii modelului*

$$\overline{e^2} = 4kT_0R_n\Delta f, \quad \overline{i_n^2} = 4kT_0G_n\Delta f \quad (4.21a)$$

$$\overline{e_n^2} = 4kT_0r_n\Delta f, \quad \overline{i^2} = 4kT_0g_n\Delta f \quad (4.21b)$$

Tabel 4.1

$\Pi \Rightarrow T$	$T \Rightarrow \Pi$
$g_n = G_n + R_n\left\|Y_{cor}\right\|^2$	$R_n = r_n + g_n\left\|Z_{cor}\right\|^2$
$r_n = \frac{G_n}{\left\|Y_{cor}\right\|^2 + (G_n/R_n)}$	$G_n = \frac{r_n}{\left\|Z_{cor}\right\|^2 + (r_n/g_n)}$
$Z_{cor} = \frac{Y_{cor}^*}{\left\|Y_{cor}\right\|^2 + (G_n/R_n)}$	$Y_{cor} = \frac{Z_{cor}^*}{\left\|Z_{cor}\right\|^2 + (r_n/g_n)}$

In locul generatoarelor, pentru modelul in Π se introduce rezistenta echivalenta de zgomot Rn si conductanta echivalenta Gn, folosind ecuatiile (4.21a), iar pentru schema in T , evem (4.21b).
Comportamentul de zgomot este astfel descries de un ansamblu de 3 parametric Rn, Gn si Ycor (sau rn, gn si Zcor). Asunt legati prin relatiile date in Tabelul 4.1.

Caracterizarea cuadripolului

1) Pentru orice cuadripol, factorul de zgomot F variaza cu admitanta sursei de semnal si prezinta un minim, notat F0, numit *factor de zgomot minim.*
2) Valoarea particulara a admitantei sursei care corespunde la acest minim se numeste admitanta optima a sursei si se noteaza cu Yo = Go + jBo.
3) Ansamblul format din 4 parametric, Fo, Go, Bo si Rn caracterizeaza complet comportamentul de zgomot al cuadripolului.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul timp** *- Modelul Rothe si Dahlke*
    - *Calculul parametrilor de zgomot*

$$F = 1 + \frac{G_n + R_n\left(\left(G_s + G_{cor}\right)^2 + \left(B_s + B_{cor}\right)^2\right)}{G_s} \quad (4.22a)$$

$$F = 1 + \frac{r_n + g_n\left(\left(R_s + R_{cor}\right)^2 + \left(X_s + X_{cor}\right)^2\right)}{R_s} \quad (4.22b)$$

Pentru a gasi relatiile dintre Parametrii de zgomot clasici si generatoarele echivalente la porti, trebuie stabilita mai intii expresia factorului de zgomot. Apoi, derivind in raport cu admitanta sursei, se afla factorul de zgomot minim Fo si admitanta optima Yo.
Astfel, pentru modelul Rothe si Dahlke (schema in Π), cu ajutorul definitiei lui North, se obtine (4.22a), iar pentru schema in T se obtine (4.22b)

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul timp** - *Modelul Rothe si Dahlke*
  - *Calculul parametrilor de zgomot*

Tabelul 4.2

Schema in Π	Schema in T
$B_o = -B_{cor}$	$X_o = -X_{cor}$
$G_o = \sqrt{(G_n/R_n) + G_{cor}^2}$	$R_o = \sqrt{(r_n/g_n) + R_{cor}^2}$
$F_o = 1 + 2R_n(G_o + G_{cor})$	$F_o = 1 + 2g_n(R_o + R_{cor})$
$F = F_o + \frac{R_n}{G_s}\lvert Y_s - Y_o\rvert^2$	$F = F_o + \frac{g_n}{R_s}\lvert Z_s - Z_o\rvert^2$

Urmarind pasii indicate, se gasesc rezultatele prezentate in Tabelul 4.2

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul timp** *- Modelul Rothe si Dahlke*
  - *Calculul parametrilor de zgomot*

$$G_{cor} = \frac{F_o - 1}{2R_n} - G_o,\ B_{cor} = -B_o,\ G_n = R_n\left(G_o^2 - G_{cor}^2\right) \quad (4.23)$$

Trecerea in sens invers este asigurata de Eqs.(4.23).

Concluzie
Modelul lui Rothe si Dahlke suprima corelatia dintre generatoare in schema echivalenta. Coeficientul de corelatie este inlocuit printr-o impedanta sau o admitanta de corelatie (presupusa fara zgomot) , ceea ce permite analiza circuitului prin metodele traditionale. Un alt avantaj a acestui model este faptul ca Parametrii electrici ai cuadripolului nu intervin in expresiile de zgomot.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Relatii intre diversi parametri**

$$F = F_o + \frac{R_n}{G_s}\left[\left(G_s - G_o\right)^2 + \left(B_s - B_o\right)^2\right] \quad (4.24)$$

Substituind relatiile (4.23) in expresia (4.22a) obtinem Eq.(4.24). Aceasta descrie variatia factorului de zgomot in raport cu admitanta sursei de semnal, la o frecventa constanta. Ea se numeste "ecuatia fundamental de zgomot".

Semnificatia diversilor parametri

1) Fo este factorul de zgomot minimal, pe care il putem obtine pentru un cuadripol adaptind perfect sursa de semnal (Ys = Yo).
2) Rn este un parametru pasiv avind dimensiunea unei rezistente care "cuatifica" intr-o anumita masura efectul dezadaptarii (Ys ≠ Yo) . In practica el intervine mai ales in circuitele de amplificare de banda larga si zgomot mic, unde dezadaptarile sunt inevitabile, mai ales la extremitatile benzii. In acest caz, un Fo redus trebuie insotit de un Rn mic.
3) Go si Bo sunt valori optimale ale partii reale si imaginare a admitantei sursei Ys. Aproape intotdeauna ele difera de valorile care conduc la un cistig in putere maxim.

Remarca

In practica se introduce intre sursa si cuadripol un circuit de adaptare pentru a modifica impedanta sursei.

De remarcat ca adaptarea din punct de vedere a zgomotului minim (Ys = Yo) nu implica adaptarea simultana din punctul de vedere al semnalului.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Contributia lui Lange**

$$N = R_n G_o \quad (4.25a)$$

$$F = F_o + N\frac{\left|Z_s - Z_o\right|^2}{R_s R_o} \text{ sau } F = F_o + N\frac{\left|Y_s - Y_o\right|^2}{G_s G_o} \quad (4.25b)$$

Lange defineste pe Rn ca fiind o constanta care arata cit se deterioreaza factorul de zgomot minim cind intrarea este inchisa pe o admitanta ne-optimala.
Pentru a facilita caracterizarea in microunde, el propune utilizarea in locul lui Rn a parametrului N, definit in (4.25a), ceea ce conduce la formele echivalente (4.25b)
Avantajele oferite de aceasta noua constanta sunt urmatoarele.

1) Expresiile duale (4.25b) sunt perfect simetrice.
2) N, ca si Fo, depend doar de tranzistorul intern (cip) si nu de conexiunile associate incapsularii (cu conditia ca ele sa fie fara pierderi).
3) Intr-un system de masura cu linii de transmisiune, N nu depinde de pozitia planului de referinta.
4) Conectind in parallel mai multe dispositive identice, valorile lui N si Fo ramin invariabile (ceea ce este interesant pentru conceptia dispozitivelor avind arii active diferite)

Modelarea zgomotului unui cuadripol

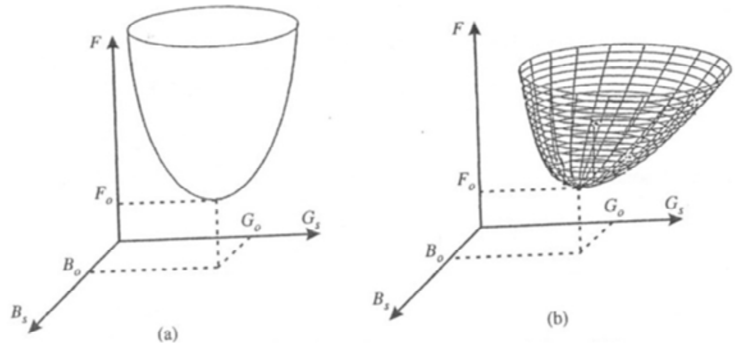
- **Relatia dintre raportul semnal/zgomot si F**

$$\frac{S}{N} = 10\log\left(\frac{V_s^2}{4kTR_s}\right) - F_{dB}\bigg|_{\text{acelasi Rs}} \qquad (4.26)$$

Trecerea intre raportul semnal/zgomot si factorul de zgomot se face cu Eq.(4.26), unde Vs este valoarea efectiva a sursei de semnal si Rs este rezistenta interna.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Suprafata de zgomot**



Daca cuadripolul studiat este un transistor, este interesant de a reprezenta suprafata definite de ecuatia fundamental de zgomot (4.24).

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul frecventa**
  - **Matricea de zgomot**

$$\mathbf{N} = \langle \mathbf{SS}^+ \rangle = \left\langle \begin{bmatrix} S_1 \\ S_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_1^* & S_2^* \end{bmatrix} \right\rangle = \begin{bmatrix} \langle S_1 S_1^* \rangle & \langle S_1 S_2^* \rangle \\ \langle S_2 S_1^* \rangle & \langle S_2 S_2^* \rangle \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

$$\langle VI^* \rangle = 4\pi \Delta f S_\omega (iv) = 2\Delta f \, S_f (iv) \quad (4.28)$$

$$\langle S_i S_j^* \rangle = \overline{S_i S_j^*} = 2\Delta f \, S_f (ji) \quad (4.29)$$

In acest caz, sursele de zgomot sunt descries prin puterile lor medii in banda Δf centrate pe frecventa f. Astfel, pentru doua surse de zgomot S1 si S2, puterile lor medii proprii si incrucisate constituie elementele matricii de zgomot, care este obtinuta efectuind produsul vectorului surselor de zgomot cu vectorul sau adjunct (matricea adjunct se obtine astfel: 1) fiecare element se inlocuieste cu conjugatul complex ; 2) matricea astfel obtinuta se transpune) si considerind apoi valorile medii, Eq.(4.27).
Haus si Adles au stabilit ca fluctuatiile medii complexe ale produsului incrucisat dintre tensiunea v si curentul I depend de densitatea spectrala de putere incrucisata dupa Eq. (4.28).
Astfel, in general, pentru doua marimi fluctuante (notate Si si Sj) unde in plus media statistica este egala cu media temporala, se poate scrie Eq.(4.29).
Factorul 2 este justificat prin domeniul de calcul al puterilor, care este traditional (in cadru prelucrarii semnalului) cuprins intre -∞ si +∞ , in timp ce in teoria zgomotului densitatea spectrala de putere este definita doar pentru frecvente positive.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul frecventa**
  - **Matricea de corelatie**

$$\mathbf{C} = \frac{1}{2\Delta f}\mathbf{N} = \frac{1}{2\Delta f}\begin{bmatrix} \langle S_1 S_1^* \rangle & \langle S_1 S_2^* \rangle \\ \langle S_2 S_1^* \rangle & \langle S_2 S_2^* \rangle \end{bmatrix} \quad (4.30)$$

Pentru doua surse de zgomot oarecare, notate S1 si S2, matricea de corelatie este calculata folosind relatia (4.29), unde S1 si S2 sunt generatoarele echivalente de zgomot ale reprezentarii adoptate, Eq.(4.30).

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul frecventa**
  - **Cazuri particulare**

$$\mathbf{C}_Z = 2kT\Re\{\mathbf{Z}\} \quad (4.31a)$$

$$\mathbf{C}_Y = 2kT\Re\{\mathbf{Y}\} \quad (4.31a)$$

Fie cazul unui cuadripol pasiv, care genereaza doar zgomot termic. Matricile de corelatie , in functie de matricea impedantelor in circuit deschis Z sau matricea admitantelor in scurtcircuit Y, sunt Eq.(4.31a,b)
Daca cuadripolul este redus la o structura elementara constituita dintr-o singura rezistenta in serie sau o singura conductanta in paralel, expresiile (4.31) dau posibilitatea de a reconstitui formulele lui Nyquist pentru zgomotul termic.

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul frecventa**
  - **Reprezentarea in cascada**

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \langle e_n e_n^* \rangle & \langle e_n i_n^* \rangle \\ \langle i_n e_n^* \rangle & \langle i_n i_n^* \rangle \end{bmatrix} = 2\Delta f \mathbf{C}_A \quad (4.32a)$$

$$\mathbf{C}_A = 2kT\mathbf{C}_A^0 \quad (4.32b)$$

$$\mathbf{C}_A^0 = \begin{bmatrix} C_{A11} & C_{A12} \\ C_{A21} & C_{A22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_n & \dfrac{F_o - 1}{2} - R_n Y_o^* \\ \dfrac{F_o - 1}{2} - R_n Y_o & R_n |Y_o|^2 \end{bmatrix} \quad (4.32c)$$

Matricea de zgomot este (4.32a), cu notatiile din figura (4.4d) si considerind CA ca matricea de corelatie. Aceasta este data de relatia (4.32b), unde CA0 este matricea de corelatie normalizata (4.32c).

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul frecventa**
  - **Reprezentarea in cascada**

$$R_n = C_{A11} \quad (4.33a)$$

$$Y_o = G_o + jB_o = \sqrt{\frac{C_{A22}}{C_{A11}} - \left\{\Im\left(\frac{C_{A12}}{C_{A11}}\right)\right\}^2} + j\Im\left(\frac{C_{A12}}{C_{A11}}\right) \quad (4.33b)$$

$$F_o = 1 + 2\left(\Re\left(C_{A12}\right) + C_{A11}G_o\right) \quad (4.33c)$$

$$F = 1 + 2\Re\left(\frac{C_{A11}}{R_S} + C_{A12} + C_{A21} + C_{A22}R_S\right) \quad (4.33d)$$

Calculul parametrilor de zgomot se efectuiaza cu Eqs. (4.33)

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul frecventa**
- **Reprezentarea prin admitanta**

$$\mathbf{N} = \begin{bmatrix} \langle i_{n1} i_{n1}^* \rangle & \langle i_{n1} i_{n2}^* \rangle \\ \langle i_{n2} i_{n1}^* \rangle & \langle i_{n2} i_{n2}^* \rangle \end{bmatrix} = 2\Delta f \mathbf{C}_I \quad (4.34a)$$

$$\mathbf{C}_I = 2kT\mathbf{C}_I^0 \quad (4.34b)$$

$$\mathbf{C}_I^0 = \begin{bmatrix} C_{I11} & C_{I12} \\ C_{I21} & C_{I22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_n + |y_{11} - Y_{cor}|^2 R_n & y_{21}^* (y_{11} - Y_{cor}) R_n \\ y_{21} (y_{11} - Y_{cor})^* R_n & R_n |y_{21}|^2 \end{bmatrix} \quad (4.34c)$$

In acst caz, matricea de zgomot este (4.34a). Matricea de corelatie este (4.34b), iar matricea de corelatie normalizata este in relatia (4.34c)

Modelarea zgomotului unui cuadripol

- **Modelarea in domeniul frecventa**
  - **Reprezentarea tip admitanta**

$$R_n = \frac{1}{|y_{21}|^2}\frac{\langle i_{n2} i_{n2}^* \rangle}{4kT_0\Delta f} = \frac{1}{|y_{21}|^2} C_{I22} \quad (4.35a)$$

$$Y_{cor} = G_{cor} + jB_{cor} = y_{11} - y_{21}\frac{\langle i_1 i_2^* \rangle}{\langle i_2 i_2^* \rangle} = y_{11} - y_{21}\frac{C_{I12}}{C_{I22}} \quad (4.35b)$$

$$G_n = \frac{\langle I_1 I_1^* \rangle}{4kT_0\Delta f} - \frac{\langle I_1 I_2^* \rangle}{\langle I_2 I_2^* \rangle}\frac{\langle I_1^* I_2 \rangle}{4kT_0\Delta f} = C_{I11} - \frac{C_{I12}}{C_{I22}} C_{I21} \quad (4.35c)$$

$$4kT_0\Delta f\,(F-1) = \langle I_{n1} I_{n1}^* \rangle + \left|\frac{y_{11}+Y_S}{y_{21}}\right|^2 \langle I_{n2} I_{n2}^* \rangle - 2\Re\left(\frac{y_{11}+Y_S}{y_{21}}\langle I_{n2} I_{n1}^* \rangle\right) \quad (4.35d)$$

Calculul parametrilor de zgomot se efectuiaza cu Eqs. (4.35), la care adaugam relatiile din Tabelul (4.2) (schema in Π).
Factorul de zgomot este calculate cu relatia (4.35d).