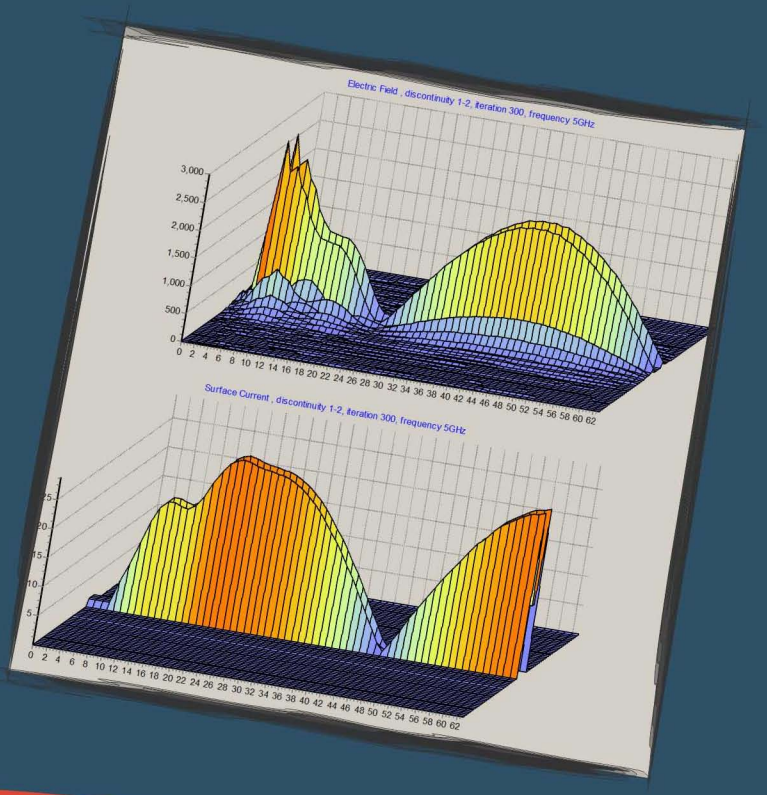
Radu-Florin DAMIAN

SIMULAREA CIRCUITELOR *de* MICROUNDE



EDITURA LUMEN
în elita editurilor românești

Radu-Florin DAMIAN

SIMULAREA CIRCUITELOR DE MICROUNDE

Vol. 1

LUMEN, 2018

SIMULAREA CIRCUITELOR DE MICROUNDE. Vol. 1

Radu-Florin DAMIAN

Copyright Editura Lumen, 2018
Iaşi, Ţepeş Vodă, nr.2

Editura Lumen este acreditată CNCS

edituralumen@gmail.com
prlumen@gmail.com

www.edituralumen.ro
www.librariavirtuala.com

Redactor: Roxana Demetra STRATULAT
Design copertă: Roxana Demetra STRATULAT

Reproducerea oricărei părţi din prezentul volum prin fotocopiere, scanare, multiplicare neautorizată, indiferent de mediul de transmitere, este interzisă.

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
DAMIAN, RADU FLORIN
Simularea circuitelor de microunde / Radu-Florin Damian. - Iaşi : Lumen, 2018-

2 vol.
ISBN 978-973-166-485-9
Vol. 1. - 2018. - ISBN 978-973-166-486-6

621

Radu-Florin DAMIAN

Simularea circuitelor de microunde

Vol. 1

LUMEN, 2018

Cuprins

Capitolul I. Introducere 1

1.1. Algoritmi uzuali de simulare electromagnetică 3
1.2. Teoria electromagnetică de bază 5
1.2.1. Ecuaţiile lui Maxwell 5
1.2.2. Ecuaţii de propagare 7
1.2.3. Condiţii la limita de separaţie între două medii. 8
1.2.4. Principii de echivalenţă 10
1.3. Linii de transmisie 13
1.3.1. Linia microstrip 16
1.3.2. Linia strip 18
1.4. Substraturi dielectrice în circuitele de microunde 20
1.4.1. Mărimi caracteristice materialelor dielectrice 20
1.4.2. Materiale uzuale utilizate în realizarea substraturilor 22

Capitolul II. Rezolvarea numerică prin metoda momentelor 27

2.1. Premise teoretice 27
2.1.1. Propagarea în ghiduri uniforme 27
2.1.2. Simetrie în structura câmpului electromagnetic 29
2.1.3. Moduri în ghiduri uniforme 31
2.1.4. Baze ortonormate ale modurilor din ghiduri omogene 34
2.2. Definiţii şi proprietăţi 40
2.3. Surse reale şi surse virtuale 43
2.4. Metoda momentelor şi metoda lui Galerkin 46

Capitolul III. Analiza unei structuri periodice prin metoda Galerkin 51

3.1. Definirea problemei 51
3.2. Aplicarea metodei lui Galerkin 52
3.3. Bazele în ghidul periodic 55
3.4. Structură bidimensională 57
3.5. Aspecte practice ale rezolvării numerice 59
3.6. Convergenţa numerică 64
3.7. Rezultate pentru structura unidimensională 67
3.8. Rezultate pentru structura bidimensională 71
3.9. Posibilităţi de verificare a rezultatelor 75
3.10. Prezentare software de simulare realizat 77

Capitolul IV. Rezolvarea numerică prin metoda TLM 81

4.1. Forma discretă a principiului lui Huygens 82
4.2. Dispersia impulsurilor Dirac în nodurile reţelei 84
4.3. Deducerea elementelor liniilor de transmisie..... 86
4.3.1. Linii de transmisie conectate în paralel 86
4.3.2. Linii de transmisie conectate în serie 88
4.4. Dispersia vitezei în reţelele TLM..... 89
4.5. Modelarea structurilor în metoda TLM..... 92
4.5.1. Modelarea frontierelor..... 92
4.5.2. Modelarea materialelor 93
4.6. Calculul răspunsului în frecvenţă al reţelei TLM..... 101
4.6.1. Relaţii clasice de calcul al răspunsului în frecvenţă 101
4.6.2. Metoda ferestrelor pentru analiza în frecvenţă 105

Capitolul V. Estimare spectrală îmbunătăţită pentru metoda TLM 113

5.1. Îmbunătăţirea preciziei de determinare a maximelor locale în analiza Fourier..... 113
5.1.1. Fereastra naturală 114
5.1.2. Fereastra Hanning..... 116
5.1.3. Fereastra Hamming 119
5.1.4. Ferestrele Blackmann-Harris 124
5.2. Validarea principiului metodei 125
5.3. Simularea reţelelor TLM 129
5.4. Rezultatele numerice la utilizarea algoritmului propus..... 135
5.5. Comparaţii între algoritmii de determinare a răspunsului în frecvenţă 141
5.6. Concluzii 149
5.6.1. Ferestrele Naturală, Hanning, Blackmannn Harris -61dB 150
5.6.2. Ferestrele Hamming, Blackmannn Harris -93dB 150

Capitolul VI. Rezolvarea numerică prin metoda iterativă bazată pe conceptul de undă 153

6.1. Definirea metodei 153
6.2. Operatorul de reflexie pe suprafaţă..... 156
6.3. Operatorul de reflexie modală 158
6.4. Transformata modală rapidă (Fast Modal Transform - FMT)..... 159
6.5. Convergenţa metodei iterative bazate pe conceptul de undă (FWCIP) 164
6.6. Prezentare software de simulare realizat 171

Capitolul VII. Analiza circuitelor pentru microunde prin metoda iterativă 177

7.1. Analiza stabilităţii metodei 177
7.2. Îmbunătăţirea convergenţei 178
7.2.1. Modificarea sursei 178
7.2.2. Modificarea reflexiei pe suprafaţă 182
7.2.3. Comparaţii şi concluzii 184
7.3. Decuplare modală 185
7.4. Efect de capăt 189
7.4.1. Abordare analitică 192
7.4.2. Redefinirea undelor 195
7.5. Alegerea impedanţelor modale 197

Anexe 203

A.1. Metoda lui Galerkin 203
A.2. Metoda TLM 209
A.3. Metoda FWCIP 217

Capitolul I
Introducere

Tendinţa oricărei tehnologii electrice în curs de maturizare este spre dimensiune mai mică, greutate scăzută, cost redus şi complexitate crescută. Tehnologia circuitelor pentru frecvenţe ridicate şi a circuitelor pentru microunde nu face excepţie, orientându-se în această direcţie de câteva decenii. Scopul este înlocuirea componentelor mari şi scumpe (inclusiv în montaj şi întreţinere) cum ar fi ghidurile de undă şi componentele coaxiale cu dispozitive mici şi ieftine, planare. Pasul este similar cu cel realizat în dispozitivele integrate digitale, lucru ce a influenţat puternic explozia în performanţe şi aplicaţii atinse a sistemelor de calcul.

Există două tipuri distincte de circuite integrate pentru microunde. Primul apărut d.p.d.v cronologic o constituie clasa circuitelor integrate **hibride** pentru microunde (Hybrid Microwave Integrated Circuits, amintite de obicei doar ca **MIC**). Acestea au unul sau mai multe straturi de metalizare pentru conductori şi linii de transmisie cu componentele discrete (rezistori, condensatori, diode, tranzistoare, etc.) lipite pe substrat. În tehnologia straturilor subţiri pentru MIC, unele componente sunt realizate prin linii de transmisie de diferite geometrii, pe substrat. Circuitele integrate (hibride) pentru microunde constituie o tehnologie care a făcut primii paşi în anii 1960, şi încă reprezintă o tehnologie flexibilă şi eficientă de îndeplinire a cerinţelor pentru un circuit.

Circuitele integrate **monolitice** pentru microunde (Monolithic Microwave Integrated Circuits - **MMIC**) sunt o realizare mai recentă, echivalentă ca realizare circuitelor integrate, analogice sau digitale de joasă frecvenţă. Această tehnologie a apărut la sfârşitul anilor 1970, odată cu dezvoltarea tehnologiei de prelucrare a materialelor semiconductoare (GaAs în special) dar mai ales datorită dezvoltării sistemelor de calcul care să permită proiectarea dispozitivelor. Specific pentru aceste circuite este faptul că se foloseşte un material semiconductor pentru substrat, iar toate elementele (pasive şi active) necesare pentru funcţionarea corectă sunt realizate din materialul substratului sau implantate în acesta. Preţul de realizare scade (eliminându-se mâna de lucru înalt calificată necesară pentru montarea MIC hibride), reproductibilitatea performanţelor este ridicată, iar capacitatea de producţie poate fi crescută mai uşor. Aceste avantaje nu au atras însă impunerea definitivă a acestei tehnologii, spre deosebire de situaţia întâlnită la joasă frecvenţă MIC hibride continuând să existe.

Dezavantajele MMIC ţin de faptul că se iroseşte o suprafaţă destul de mare de material semiconductor, relativ scump, pentru realizarea liniilor de transmisie şi a componentelor pasive, puterea disipată este redusă, şi, implicit prin natura substratului folosit, unele componente cum ar fi filtre sau rezonatoare cu factor de calitate ridicat, nu pot fi realizate [1]. Factorul de calitate depinde de calitatea dielectricului utilizat ca substrat şi un material semiconductor, necesar pentru implementarea circuitelor active, nu va putea fi considerat niciodată un dielectric foarte bun.

Indiferent de tehnologia de realizare a circuitelor integrate pentru microunde, proiectarea lor face apel extensiv la utilizarea programelor de proiectare asistată de calculator. Tehnologia iniţială prin încercări (cut-and-try) s-a dovedit neeconomică în producţia industrială mai ales în condiţiile economiei moderne când timpul de ieşire pe piaţă depăşeşte în importanţă costurile de proiectare. Utilizarea programelor de proiectare nu este foarte ieftină (programele comerciale de simulare au preţuri destul de ridicate şi impun utilizarea unei tehnici de calcul foarte performantă) şi necesită mână de lucru înalt calificată, însă complexitatea fenomenelor implicate face ca utilizarea unui program de proiectare să reducă foarte mult timpul de proiectare cât şi, pe termen lung, costurile de producţie, prin reproductibilitatea mai bună a performanţelor.

Se constată tendinţa spre utilizarea simulatoarelor de câmp electromagnetic (mai ales pe măsură ce frecvenţele de lucru cresc şi apar limitările modelelor folosite de simulatoarele de circuit). Frecvent se încearcă acum o combinaţie între un simulator de sistem care lucrează cu blocuri funcţionale, fiecare bloc fiind caracterizat de o analiză (internă programului sau externă) de câmp electromagnetic. Simularea de câmp electromagnetic a unui sistem complex este în momentul de faţă o sarcină care depăşeşte posibilităţile oricărui sistem de calcul existent.

Lucrarea de faţă doreşte să prezinte câteva din principiile utilizate pentru simularea circuitelor pentru microunde şi este destinată în principal inginerilor electronişti pentru a le oferi o imagine a metodelor de lucru curente şi un punct de start în învăţarea metodelor de lucru ale viitorului. Primul volum prezintă câteva exemple de utilizare a unor metode numerice pentru a calcula comportamentul unor structuri de înaltă frecvenţă, bazat în general pe activitatea de cercetare în domeniu a autorului [2]. Volumul al doilea prezintă exemple practice de utilizare a unor programe comerciale de simulare electromagnetică, rezultate ca urmare a activităţilor didactice şi de cercetare ale unora din colectivele de la Universitatea Tehnică Iaşi.

1.1. Algoritmi uzuali de simulare electromagnetică

În momentul de faţă nu există o metodă de analiză care să se impună în faţa celorlalte, cum este cazul circuitelor de joasă frecvenţă unde proiectare pe baza variabilelor de stare (vezi Spice) a devenit referinţa programelor de simulare. Fiecare metodă numerică de simulare electromagnetică are anumite avantaje şi dezavantaje, anumite zone de frecvenţă în care oferă rezultate bune, anumite structuri tipice în care este eficientă. Oricare ar fi simulatorul (comercial sau implementat prin metode numerice) există anumite caracterizări pe care le poate realiza şi altele pe care nu le poate realiza, anumite structuri care pot fi analizate cu acurateţe şi altele care nu pot fi analizate sau analiza lor este imprecisă. Ca urmare se constată o tendinţă a programelor comerciale de a integra mai mulţi algoritmi de calcul, în încercarea de a acoperi o gamă cât mai largă din toate aplicaţiile posibile. Alegerea unui algoritm de rezolvare rămâne de multe ori la latitudinea utilizatorului, din această cauză în domeniu este nevoie de cunoaşterea simultană a mai multor metode de analiză.

Fără a avea pretenţia tratării complete a unui domeniu atât de vast, vom aminti câteva din metodele uzuale de calcul ale câmpului electromagnetic [3],[4]. Se poate remarca faptul că o mare parte din metodele utilizate nu sunt o descoperire recentă (vezi anul referinţei [4]) ci sunt proceduri care au putut fi implementate la nivel industrial doar în momentul în care tehnica de calcul a putut să susţină aplicarea lor.

Metoda elementului finit se bazează pe împărţirea structurii într-un număr de elemente suficient de mici încât să poată fi considerate omogene. Aceste elemente vor fi mult mai mici şi mai dese unde există elemente geometrice de construcţie şi pot fi mai mari în rest. Colţurile acestor elemente se numesc noduri, iar metoda va încerca calcularea câmpurilor în aceste noduri, presupunând o variaţie simplă, adesea liniară între valorile din interiorul unui element. Avantajele metodei provin din generalitatea sa, structura de analizat trebuind să îndeplinească mai trebuind să îndeplinească mai puţine condiţii specifice metodei [5].

Metoda momentelor realizează, ca şi metoda elementului finit, reducerea unei probleme complexe caracterizate de ecuaţii integrale la un sistem liniar de ecuaţii simple. Ecuaţia care este rezolvată de metoda momentelor este de forma unei ecuaţii integrale a câmpului electric (EFIE-Electric Field Integral Equation) sau a câmpului magnetic (MFIE) în sensul că ecuaţiile lui Maxwel permit determinarea unuia din câmpuri în funcţie de celălalt. Apoi mărimile caracteristice câmpului se descompun ca o sumă a unor funcţii elementare (bază). Relaţiile cu ecuaţii diferenţiale se transformă apoi în ecuaţii algebrice între ponderile (amplitudinile) funcţiilor elementare,

care se rezolvă prin diverse metode numerice. Dintre dezavantajele metodei se pot aminti problemele care apar când structura de analizat are geometrie complexă sau conţine dielectrici neomogeni. Avantajul major îl constituie eficienţa numerică deosebită în prezenţa unei structuri ce conţine numai dielectrici omogeni, sau numai conductori, sau anumite geometrii specifice.

Metoda diferenţelor finite în domeniul timp (Finite Difference Time Domain - FDTD) reprezintă o soluţie directă a ecuaţiilor lui Maxwell (1.1). Structura de analizat este reprezentată din două grilaje uniforme interpătrunse. Una din grile conţine punctele în care se evaluează câmpul electric, a doua conţine punctele în care se determină câmpul magnetic. Din variaţia în timp a câmpurilor în structură se poate realiza extragerea mărimilor de interes. Dezavantajul este creşterea rapidă a dimensiunilor problemei odată cu creşterea complexităţii structurii, anulat parţial de generalitate [6] şi de faptul că algoritmul poate fi uşor aplicat în sisteme de calcul paralel.

Metoda diferenţelor finite în domeniul frecvenţă (Finite Difference Frequency Domain - FDFD) se bazează pe ecuaţiile lui Maxwell caracteristice câmpurilor armonice [7] (1.4). Avantajul principal este că nemaifiind vorba de propagare în timp, grilajele în care se divide structura nu mai sunt în mod necesar uniforme. Deşi conceptual este apropiată şi de metoda momentelor şi de cea a elementului finit, această metodă este mai puţin folosită şi tratată în literatură, posibil datorită cantităţii mari de material bibliografic existente pentru alte metode, folosite în alte domenii, cum ar fi în fizica mecanică.

Metoda matricii liniilor de transmisie (Transmission Line Matrix - TLM) este într-o oarecare măsură similară cu FDTD în sensul că se realizează evoluţia în timp a câmpurilor în structura de analizat. Există însă o singură grilă de puncte în care se face calculul, aceste puncte fiind conectate prin porţiuni de linii de transmisie. Formularea cea mai uzuală se bazează pe utilizarea nodului simetric condensat [8] care este standard pentru analiza TLM tridimensională, deşi anumite variaţii au apărut [9].

Metoda gradientului conjugat (Conjugate Gradient Method - CGM) este o tehnică de calcul asemănătoare cu metoda momentelor, caracterizată de faptul că utilizează o altă normă pentru definirea ponderilor (produs scalar Hilbert) ce permite utilizarea ponderilor complexe. De asemenea metoda de rezolvare a sistemului rezultat este una iterativă, permiţând în anumite condiţii obţinerea mai rapidă a soluţiei, cu dezavantajul metodelor iterative: convergenţă dependentă de structură şi posibilitatea instabilităţii algoritmului numeric.

Oricare din metodele amintite sunt caracterizate de creşterea extrem de rapidă a timpului de calcul odată cu mărirea complexităţii sistemului.

Acest fapt face ca o mare parte din efortul de cercetare din domeniul metodelor numerice pentru electromagnetism să fie îndreptat spre realizarea unor algoritmi rapizi de rezolvare a problemelor cu metodele clasice [10]. O altă direcţie aleasă este simplificarea conceptuală (analitică) a problemelor complexe, astfel încât o soluţie suficient de bună să poată fi obţinută în timp convenabil [11].

1.2. Teoria electromagnetică de bază

Orice metodă numerică de simulare şi proiectare a circuitelor pentru microunde de înaltă frecvenţă trebuie să se bazeze pe considerente fizice legate de câmpurile electromagnetice, deoarece la aceste frecvenţe nu se mai poate lucra cu constante distribuite, lucru care face inutilă şi riscantă utilizarea modelelor de circuit.

Fără a considera tratarea amănunţită a fenomenelor fizice pentru care există materiale cu tratare mult mai completă [1],[12],[13],[14],[15] vom trece în revistă câteva din relaţiile necesare ca suport pentru capitolele următoare.

1.2.1. Ecuaţiile lui Maxwell

Câmpul electromagnetic este descris de ecuaţiile clasice ale lui Maxwell:

$$\nabla \times E = -\frac{\partial B}{\partial t} \tag{1.1a}$$

$$\nabla \times H = \frac{\partial D}{\partial t} + J \tag{1.1b}$$

$$\nabla \cdot D = \rho \tag{1.1c}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \tag{1.1d}$$

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1.1e}$$

Aceste ecuaţii reprezintă forma locală a ecuaţiilor lui Maxwell, valabile în condiţiile în care mărimile implicate (E, H - intensităţile câmpului electric şi magnetic, D - inducţia electrică, B - inducţia magnetică, J - densitatea de curent, ρ - densitatea sarcinii electrice) sunt caracterizate de funcţii continue şi cu derivate continue.

Forma mai generală a ecuaţiilor (1.1) (în sensul că nu se mai impun funcţiilor condiţii legate de continuitate) o reprezintă forma integrală a ecuaţiilor lui Maxwell:

$$\oint_C E \cdot dl = -\frac{d}{dt}\iint_S B \cdot ds \tag{1.2a}$$

$$\oint_C H \cdot dl = \frac{d}{dt}\iint_S D \cdot ds + \iint_S J \cdot ds \tag{1.2b}$$

$$\oiint_S B \cdot ds = 0 \tag{1.2c}$$

$$\oiint_S D \cdot ds = \iiint_V \rho \cdot dv \tag{1.2d}$$

$$\oiint_S J \cdot ds = -\frac{d}{dt}\iiint_V \rho \cdot dv \tag{1.2e}$$

În ecuațiile (1.2a÷b) integrarea se face după o suprafață deschisă S mărginită de curba C, în timp ce în ecuațiile (1.2c÷e) S reprezintă o curbă închisă ce delimitează volumul V.

Aceste ecuații sunt prea complexe pentru a fi folosite în practică. În schimb ecuațiile pot deveni mai simple pentru cazul în care se analizează cazul câmpului electromagnetic cu variație armonică în timp. Acest lucru se face cu o mică pierdere de generalitate deoarece putem descompune orice funcție într-o infinitate de funcții armonice cu ajutorul integralelor Fourier:

$$f(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega) \cdot e^{j\omega t} d\omega \text{ şi } g(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \tag{1.3}$$

Astfel ecuațiile (1.1) devin:

$$\nabla \times E = -j\omega B \tag{1.4a}$$

$$\nabla \times H = j\omega D + J \tag{1.4b}$$

$$\nabla \cdot D = \rho \tag{1.4c}$$

$$\nabla \cdot B = 0 \tag{1.4d}$$

$$\nabla \cdot J = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \tag{1.4e}$$

Între inducția şi intensitatea câmpului (electric sau magnetic) există în general o legătură, care depinde în special de mediul în care există câmpul electromagnetic. Astfel în spațiul liber există următoarele relații:

$$D = \varepsilon_0 \cdot E \tag{1.5a}$$

$$B = \mu_0 \cdot H \tag{1.5b}$$

$$J = 0 \tag{1.5c}$$

unde ε_0 este permitivitatea electrică a vidului, iar μ_0 este permeabilitatea magnetică vidului.

O consecinţă matematică a ecuaţiilor câmpului este că viteza de propagare a perturbărilor electromagnetice în spaţiul liber va fi dată de relaţia:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \cdot \mu_0}} = 2{,}99790\ m/s \tag{1.6}$$

Această relaţie reprezintă şi viteza de propagare a luminii în vid deoarece lumina are şi o natură electromagnetică. Prin convenţie internaţională s-a ales $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ H/m$ şi putem obţine din (1.6) $\varepsilon_0 = 8{,}854 \times 10^{-12}\ F/m$. În alte medii decât vidul, relaţiile de legătură dintre câmp şi inducţie sunt în general dependente de direcţia vectorului câmp (electric sau magnetic) ceea ce face ca permitivitatea electrică şi permeabilitatea magnetică să aibă o natură tensorială. Totuşi pentru materialele pe care le putem considera omogene şi liniare, această problemă nu apare şi ca urmare relaţiile de legătură între câmp şi inducţie (1.5) devin:

$$D = \varepsilon \cdot E \tag{1.7a}$$

$$B = \mu \cdot H \tag{1.7b}$$

$$J = \sigma \cdot E \tag{1.7c}$$

Relaţia (1.7c) arată că de obicei curentul de conducţie apare ca urmare a existenţei unui câmp electric fiind proporţional cu mărimea intensităţii câmpului. Vom putea deci rescrie ecuaţiile (1.4) sub forma:

$$\nabla \times E = -j\omega\mu \cdot H \tag{1.8a}$$

$$\nabla \times H = j\omega\varepsilon \cdot E + J \tag{1.8b}$$

$$\nabla \cdot E = \frac{\rho}{\varepsilon} \tag{1.8c}$$

$$\nabla \cdot H = 0 \tag{1.8d}$$

1.2.2. Ecuaţii de propagare

Folosind ecuaţiile (1.8) şi eliminând pe rând E şi H vom obţine următoarele relaţii:

$$\nabla^2 E + \omega^2 \varepsilon\mu E = j\omega\mu J + \frac{1}{\varepsilon}\nabla\rho \tag{1.9a}$$

$$\nabla^2 H + \omega^2 \varepsilon\mu H = -\nabla \times J \tag{1.9b}$$

Se face notaţia $k^2 = \omega^2 \varepsilon\mu$, k fiind numărul de undă sau constanta de propagare. Cu această notaţie obţinem <u>ecuaţiile Helmoltz</u> sau ecuaţiile de propagare, care în medii lipsite de sarcini şi curenţi electrici sunt:

$$\nabla^2 E + k^2 E = 0 \tag{1.10a}$$

$$\nabla^2 H + k^2 H = 0 \tag{1.10b}$$

O soluţie a ecuaţiei omogene (1.10a) este:

$$E = E_0 e^{-jk\cdot r} \tag{1.11}$$

şi similar pentru ecuaţia (1.10b):

$$H = H_0 e^{-jk\cdot r} \tag{1.12}$$

unde E_0 şi H_0 sunt vectori constanţi iar *k* este un vector care are modulul egal cu constanta de propagare, numit vector de propagare.

Celelalte soluţii ale ecuaţiilor (1.10) având forma $E = E_0 e^{jk\cdot r}$ nu verifică condiţiile de radiaţie ale lui Sommerfeld, care impun soluţiei ψ a ecuaţiei omogene a undei următoarele restricţii:

$$\lim_{r\to\infty}\left[r\left(\frac{\partial \psi}{\partial r} + jK\psi \right)\right] = 0, \left| r\cdot\psi \right| < 1 \tag{1.13}$$

Înlocuind $\nabla e^{-jk\cdot r} = -jk e^{-jk\cdot r}$ în relaţia (1.8c) - actualizată pentru medii lipsite de sarcini electrice - respectiv (1.8d) obţinem:

$$k\cdot H_0 = 0 \text{ respectiv } k\cdot E_0 = 0 \tag{1.14}$$

deci vectorii constanţi E_0 şi H_0 sunt perpendiculari pe direcţia de propagare impusă de vectorul de propagare *k*.

Înlocuind (1.11) şi (1.12) în relaţia (1.8a) obţinem:

$$H_0 = \frac{k\times E_0}{\omega\mu} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}}\cdot k_\nu \times E_0 = \frac{1}{\zeta} k_\nu \times E_0 \tag{1.15}$$

Parametrul ζ are dimensiuni de impedanţă şi se numeşte impedanţa intrinsecă a mediului prin care se propagă unda electromagnetică.

Constantele de material şi de propagare corespunzătoare vidului se notează folosind indicele 0. Astfel vom avea constanta de propagare şi impedanţa vidului (aerului):

$$k_0 = \omega\sqrt{\mu_0\varepsilon_0} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \text{ şi } \zeta_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} = 120\pi \approx 377[\Omega] \tag{1.16}$$

1.2.3. Condiţii la limita de separaţie între două medii.

Pentru cazul situaţiilor existenţei unor regiuni din spaţiu în care proprietăţile electrice ale mediului (μ şi ε) se modifică discontinuu, este necesară cunoaşterea legăturii între componentele câmpului din cele două volume adiacente suprafeţei de separaţie. Condiţiile la limită vor fi deduse din forma integrală a relaţiilor lui Maxwell (1.2).

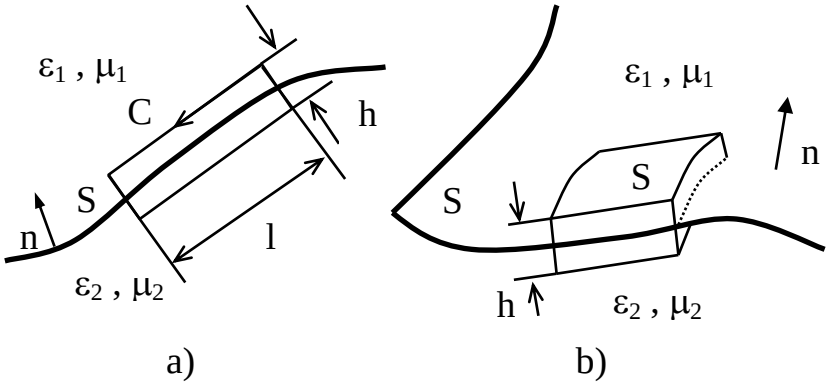


Figura 1.1. Curba C şi suprafaţa S pentru aflarea condiţiilor la limită

În figura 1.1a, dacă vom face h să tindă spre 0, fluxul magnetic prin suprafaţa definită de C va tinde spre 0 (B este finit) deci din (1.2a) obţinem:

$$\lim_{h\to 0}\oint_C E\cdot dl = 0 = \left(E_{1t}-E_{2t}\right)l \text{ sau } E_{1t}=E_{2t} \tag{1.17}$$

Aplicând (1.2b) cu aceleaşi mărimi (S,C) vom obţine:

$$H_{1t}=H_{2t} \tag{1.18}$$

Relaţiile (1.17) şi (1.18) stabilesc conservarea componentelor tangenţiale ale câmpului electric şi magnetic pe suprafaţa de separaţie între două medii.

În legătură cu figura 1.1b, dacă aplicăm relaţia (1.2d) şi considerăm că nu există sarcină de suprafaţă pe S se obţine:

$$\lim_{h\to 0}\oiint_S D\cdot ds = 0 = \left(D_{1n}-D_{2n}\right)S_0 \text{ sau } D_{1n}=D_{2n} \tag{1.19}$$

Similar:

$$B_{1n}=B_{2n} \tag{1.20}$$

Relaţiile (1.17÷1.20) sunt determinate în condiţiile în care pe suprafaţa S nu există distribuţie superficială de sarcină şi nici distribuţie superficială de curent. În cazul general vom obţine următoarele relaţii pentru câmpuri la limita de separaţie între două medii:

$$n\times\left(E_1-E_2\right)=0 \tag{1.21a}$$

$$n\times\left(H_1-H_2\right)=J_S \tag{1.21b}$$

$$n\cdot\left(D_1-D_2\right)=\rho_S \tag{1.21c}$$

$$n\cdot\left(B_1-B_2\right)=0 \tag{1.21d}$$

Dacă, ca un caz particular, unul din medii este perfect conductor, toate componentele câmpului sunt nule în interiorul său, deci ecuaţiile (1.21) devin:

$$n \times E_1 = 0 \tag{1.21e}$$

$$n \times H_1 = J_S \tag{1.21f}$$

$$n \cdot D_1 = \rho_S \tag{1.21g}$$

$$n \cdot B_1 = 0 \tag{1.21h}$$

Cu alte cuvinte, la interfaţa cu un metal ideal (sau de conductivitate foarte mare) câmpul electric va fi întotdeauna perpendicular pe suprafaţa metalică, având (1.21e) direcţia corespunzătoare normalei la suprafaţa metalului, iar câmpul magnetic va fi tangent la aceeaşi suprafaţă.

Atragem atenţia în mod deosebit asupra necesităţii stăpânirii condiţiilor la limită deoarece principiile realizării dispozitivelor şi circuitelor de microunde se bazează pe controlul, prin condiţii la limită judicios impuse, a spaţiului în care se propagă undele electromagnetice şi a modului în care se propagă acestea. Altfel spus, dacă dorim o anumită comportare de la o undă, trebuie să gândim cu ce suprafeţe trebuie să îngrădim propagarea undei şi cu ce tipuri de material pentru a "forţa" unda să se propage aşa cum dorim, prin condiţiile la limită introduse.

1.2.4. Principii de echivalenţă

Există anumite teoreme care permit găsirea soluţiei unei probleme de câmp electromagnetic cu valori la limită impuse, prin înlocuirea ei cu o altă problemă ale cărei soluţii sunt cunoscute sau pot fi determinate mai simplu. O exemplificare a acestor metode o reprezintă modul de rezolvare a problemelor de câmp electrostatic prin metoda clasică a imaginilor.

1.2.4.1. Teorema lui Love a echivalenţei câmpului

Vom considera o suprafaţă închisă S care separă un mediu izotrop omogen în două regiuni V_1 şi V_2 ca în figura 1.2. Toate sursele de câmp sunt plasate în V_1. Teorema lui Love demonstrează că câmpul în V_2 produs de sursele din V_1 este acelaşi ca cel produs de un sistem de surse virtuale plasate pe suprafaţa S.

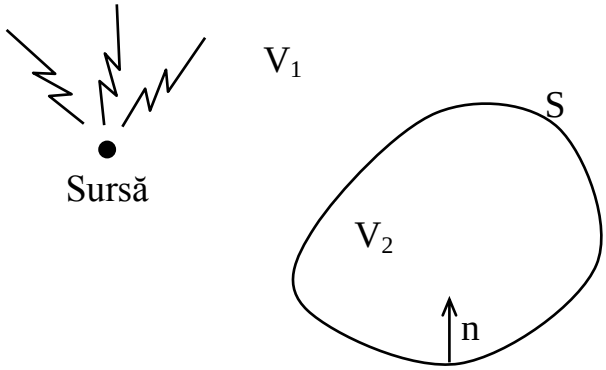


Figura 1.2. Ilustrarea principiului echivalenţei câmpului

Dacă câmpul produs de sursele externe este E, H, atunci sursele virtuale de pe suprafaţa S constau dintr-un curent electric superficial de densitate $n \times H$ şi un curent magnetic superficial de densitate $E \times n$ unde n este normala la suprafaţă, orientată dinspre V_1 spre V_2. În regiunile din exteriorul suprafeţei S, în V_1, aceste surse produc un câmp nul.

1.2.4.2. Principiul echivalenţei câmpului al lui Şelcunov

Şelcunov a introdus două modificări la teorema echivalenţei câmpului a lui Love. Sursele de suprafaţă $n \times H$ şi $E \times n$ radiau în spaţiul liber şi produceau un câmp nul în V_1. Se poate deci introduce o suprafaţă perfect conductoare care coincide cu S însă este la o distanţă infinitesimală de sursele de câmp.

Curenţii echivalenţi electric $J_e = n \times H$, respectiv magnetic $J_m = -n \times E$ plasaţi pe o suprafaţă perfect conductoare, sunt perfect echivalenţi cu cei din principiul lui Love din punctul de vedere al câmpului produs în V_2.

Curentul J_e va induce un curent egal şi opus ca sens pe suprafaţa conductoare astfel încât curentul total va fi nul şi deci şi câmpul rezultant. Deci câmpul în volumul V_2 este determinat de curentul echivalent magnetic $E \times n$. Ţinând cont că trebuie îndeplinită condiţia la limita de separaţie dintre cele două medii: $n \times E = 0$, vom considera câmpul primar E_p pe suprafaţa de separaţie dintre V_1 şi V_2. Deoarece componenta tangenţială $E_p \times n$ nu este nulă în general pe suprafaţa perfect conductoare S, trebuie să luăm în considerare şi existenţa unui câmp reflectat E_r astfel încât $E_r \times n = -E_p \times n$ pe partea dinspre V_1 a lui S. Câmpul total va fi dat de suprapunerea efectelor câmpurilor E_r şi E_p.

Principiul lui Şelcunov nu introduce avantaje din punctul de vedere al calculelor analitice însă oferă o alternativă în ceea ce priveşte formularea condiţiilor la limită.

Există şi dualul principiului lui Şelcunov în care se consideră că adiacent cu suprafaţa S se află o suprafaţă magnetică perfect conductoare, condiţie în care câmpul total în V_2 va fi dat de suprapunerea efectelor câmpurilor primar H_p şi reflectat H_r.

1.2.4.3. Principiul lui Babinet

În spaţiul lipsit de surse, ecuaţiile lui Maxwell (1.8) devin:

$$\nabla \times E = -j\omega\mu \cdot H \tag{1.22a}$$

$$\nabla \times H = j\omega\varepsilon \cdot E \tag{1.22b}$$

$$\nabla \cdot E = 0 \tag{1.22c}$$

$$\nabla \cdot H = 0 \tag{1.22d}$$

Aceste ecuaţii au un grad înalt de simetrie în ceea ce priveşte expresiile lui E şi H. Dacă un câmp determinat de E_1, H_1 satisface ecuaţiile (1.22) atunci şi un alt câmp determinat de E_2, H_2 (1.23) va satisface ecuaţiile (1.22).

$$E_2 = \mp\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot H_1 \tag{1.23a}$$

$$H_2 = \pm\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \cdot E_1 \tag{1.23b}$$

Aceste ecuaţii sunt o ilustrare a proprietăţii de dualitate a câmpului electromagnetic deci principiul lui Babinet mai poate fi numit principiul dualităţii câmpului.

La aplicarea acestui principiu trebuie luate în considerare şi efectele transformărilor (1.23) asupra condiţiilor la limită care trebuie satisfăcute de noul câmp. Mai precis, deoarece rolurile lui E şi H sunt inversate, trebuie schimbaţi toţi pereţii electrici în pereţi magnetici şi invers.

Ca o aplicaţie directă a principiului dualităţii putem da exemplul analizei fenomenului de difracţie pe o fantă aflată într-un plan conductor infinit şi a problemei complementare a analizei difracţiei pe un disc metalic perfect conductor, infinitesimal în lăţime, având aceeaşi formă ca fanta din primul caz (figura 1.3.).

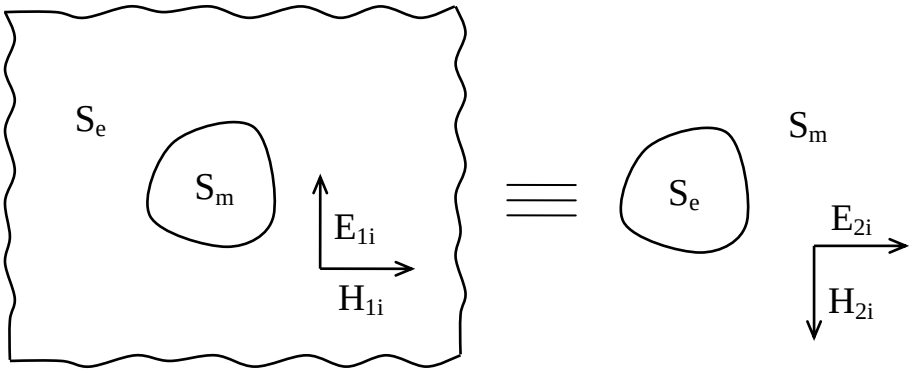


Figura 1.3. Ilustrarea principiului lui Babinet

1.2.4.4. Principiul reflexiei al lui Schwartz

Principiul reflexiei al lui Schwartz arată că continuarea funcţiei *f(x,y)* de-a lungul unei suprafeţe S (presupunem definită de y=0), pe care *f(x,0)* se anulează, este dată de reflexia impară a funcţiei f pe planul y=0.

$$f(x,0)=0 \rightarrow f(x,y)=-f(x,-y) \tag{1.24}$$

Continuarea analitică a funcţiei f pentru care $\partial f/\partial y$ se anulează pe suprafaţa S este dată de reflectarea pară a funcţiei f pe planul y=0.

$$\frac{\partial f}{\partial y}(x,0)=0 \rightarrow f(x,y)=f(x,-y) \tag{1.25}$$

Cititorul care doreşte să detalieze relaţiile fizice pe care se bazează utilizarea circuitelor de microunde este invitat să parcurgă materialele suplimentare dar în special cele peste care timpul s-a aşternut cu blândeţe şi cu aprecierea urmaşilor:[7],[16],[17],[18],[19]. Din păcate autorii moderni fac greşeala de a considera aceste lucruri prea bine cunoscute pentru a mai merita să apară în lucrările lor, lucru care nu este întotdeauna adevărat. Electromagnetismul este un domeniu în care bazele au fost puse în secolul trecut, şi, deşi tehnologia a evoluat considerabil, de cele mai multe ori, în aplicaţiile curente se întâlneşte o strânsă legătură cu realităţile fizice (pe care de la Maxwell nu le-a mai schimbat nimeni) care trebuie obligatoriu stăpânite bine de inginerul de radiofrecvenţă.

1.3. Linii de transmisie

Liniile de transmisie din domeniul microundelor sunt formate din diverse configuraţii planare de benzi metalice conductive aşezate pe un substrat dielectric. Aceste configuraţii de linii de transmisii constituie baza

realizării circuitelor integrate pentru microunde din domeniul de frecvenţă 1÷60GHz.

Principalele configuraţii constructive ale liniilor de transmisie planare sunt: strip-line, microstrip, coplanar, slot-line, fin-line, reprezentate în figura 1.4. [20],[21].

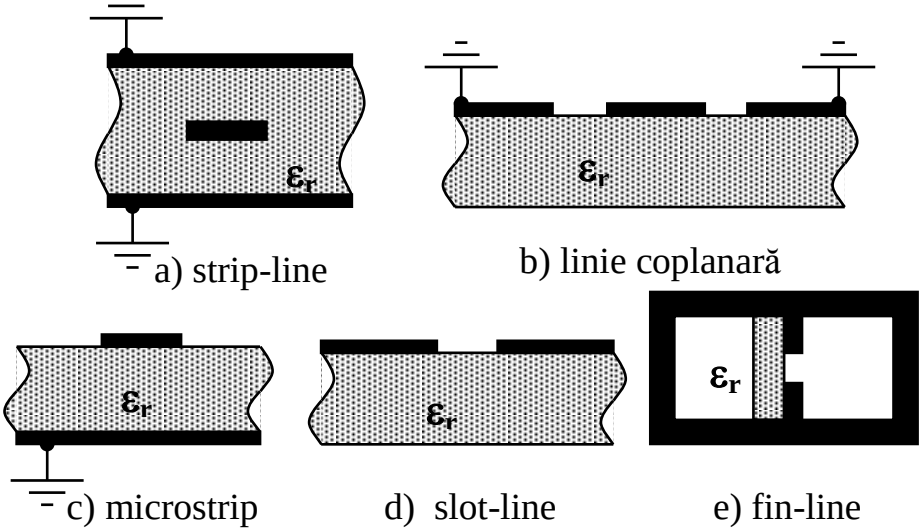


Figura 1.4. Configuraţii tipice de linii de transmisie

Componente de bază ale circuitelor integrate pentru microunde, liniile de transmisie asigură transmisia energiei câmpului electromagnetic de la generator spre sarcină sau constituie componente ale unui circuit cu constante distribuite.

În afara undelor care se propagă de-a lungul interfeţei formată de stratul dielectric-conductor, o parte a energiei câmpului va fi conţinută în undele radiate in spaţiul din imediata apropiere a conductorului. Deoarece aceste unde participă la pierderile de transmisie, se încearcă suprimarea lor prin alegerea potrivită a dimensiunilor transversale ale liniei precum şi prin modul de alimentare a circuitului cu energie.

Principalii parametri ai liniilor sunt [22]:

1. Tipul modului de propagare

Liniile cu mai mulţi conductori permit propagarea energiei în moduri TEM pure sau moduri quasi TEM. Pentru o linie cu doi conductori izolaţi despărţiţi de un dielectric omogen modul dominant va fi modul TEM pur, caracterizat de componente nule ale câmpului electric şi magnetic în lungul direcţiei de propagare.

2. Impedanţa caracteristică a liniei

Pentru un mod TEM se defineşte impedanţa caracteristică a liniei Z_0 prin raportul între tensiunea dintre conductorii liniei şi curentul care circulă prin conductori.

$$Z_0 = \frac{U}{I} = \frac{\left|\int_C E \cdot dS\right|}{\left|\int_{S_V} I_Z \cdot dS_V\right|} \tag{1.26}$$

unde C este curba caracteristică ce uneşte cei doi conductori ai liniei de transmisie, S_V este secţiunea transversală a conductorului, I_Z intensitatea curentului longitudinal.

3. Pierderile de transmisie

Pierderile de energie care apar într-o linie de transmisie sunt datorate în principal următoarelor fenomene:

- pierderile dielectrice - apar în substratul dielectric datorită mecanismelor de polarizare dielectrică şi depind de o serie de factori printre care puritatea şi omogenitatea dielectricului, temperatura.

Aceste pierderi sunt caracterizate prin tangenta unghiului de pierderi definită astfel:

$$\varepsilon^*(\omega) = \varepsilon'(\omega) + j \cdot \varepsilon''(\omega) \tag{1.27}$$

$$\tan\delta = \frac{\varepsilon'(\omega)}{\varepsilon''(\omega)} \tag{1.28}$$

- pierderi prin conductivitate - apar datorită conductivităţii finite a metalului utilizat. Aceste pierderi sunt dependente de frecvenţă prin intermediul adâncimii de pătrundere sau efect “skin":

$$\delta_S = \sqrt{\frac{\rho}{\pi \cdot \mu \cdot f}} \tag{1.29}$$

Relaţia (1.29) scoate în evidenţă importanţa pe care o are rugozitatea suprafeţei conductorului. Dacă aceasta este comparabilă cu adâncimea de pătrundere, drumul curentului de înaltă frecvenţă creşte şi astfel rezistenţa efectivă a conductorului creşte. Conductorul este depus pe suprafaţa dielectricului şi urmăreşte neregularităţile suprafeţei sale, deci este importantă rugozitatea substratului dielectric.

4. Lungimea de undă în linia de transmisie

Pentru linii cu pierderi mici rezistenţa şi conductanţa lineică vor putea fi neglijate în raport cu inductanţa şi capacitatea şi obţinem:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}} \tag{1.30}$$

$$\beta = \omega\sqrt{LC} = \omega \cdot v_f = \frac{2\pi}{\lambda} \tag{1.31}$$

În general liniile vor avea pierderi astfel încât relaţia (1.31) va defini doar legătura dintre constanta de propagare şi lungimea de undă în linie λ.

5. Constanta dielectrică efectivă

Pentru caracterizarea unei linii de transmisie se poate utiliza în locul vitezei de fază constanta dielectrică efectivă definită cu relaţia:

$$\varepsilon_{ef} = \left(\frac{c}{v_f}\right)^2 = \left(\frac{\lambda_0}{\lambda}\right)^2 \tag{1.32}$$

Constanta dielectrică efectivă este constanta dielectrică relativă a materialului omogen care trebuie să umple întreg volumul unde se găsesc componentele câmpului astfel încât viteza de fază să aibă aceeaşi valoare ca în cazul neomogen original.

1.3.1. Linia microstrip

Varianta cea mai importantă şi cea mai utilizată dintre liniile de transmisie (figura 1.4.) este linia microstrip (figura 1.5.).

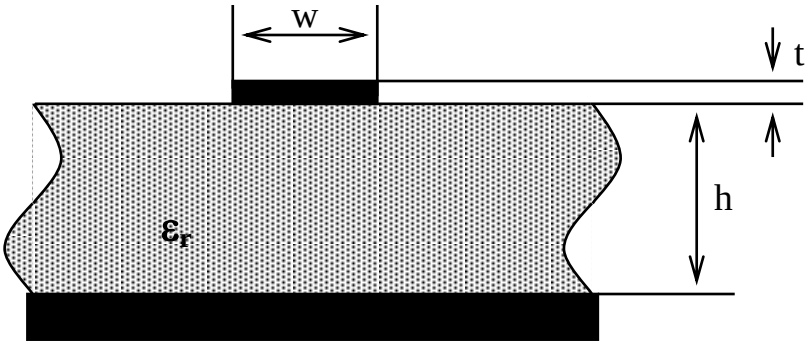


Figura 1.5. Linia microstrip

Linia este realizată dintr-un conductor panglică îngust cu lăţimea w şi grosimea t (standardizată) plasat pe partea frontală a stratului dielectric şi un al doilea conductor acoperind întreaga suprafaţă a substratului, de grosime variabilă în funcţie de necesitate şi conectat la masă.

Spre deosebire de configuraţia strip-line unde conductorul se găseşte între două plane de masă (figura 1.4.a), în liniile de transmisie microstrip nu se propagă numai modul TEM, acestea tinzând să fie dispersive, în sensul că

linia are constantă de dispersie şi impedanţă caracteristică variabilă cu frecvenţa. Ca urmare undele care se transmit pe linie vor fi moduri quasi-TEM. Efectul este mai pronunţat când frecvenţa este în apropierea frecvenţei de tăiere a modului TEM.

Vom determina în continuare expresia impedanţei caracteristice a liniei microstrip, în conformitate cu relaţiile descoperite de Kirschning şi Jansen [23], validate experimental de Deybele şi Bayer [24].

Relaţiile sunt rezultate în urma simulărilor pe calculator şi ca urmare au un puternic caracter empiric.

Cu notaţiile:

$$U = \frac{w}{h}\,;\; B = \frac{t}{h} \tag{1.33}$$

vom obţine lăţimea corectată pentru mediu omogen:

$$U_1 = U + \frac{B \ln\left\{1 + \frac{4e}{B}\tanh^2\left[\left(6.517U\right)^{0.5}\right]\right\}}{\pi} \tag{1.34}$$

Efectuăm corecţia pentru mediu neomogen:

$$U_r = U + \frac{\left(U_1 - U\right)\left\{1 + \frac{1}{\cosh\left[\left(\varepsilon_r - 1\right)^{0.5}\right]}\right\}}{2} \tag{1.35}$$

Se utilizează U_r şi ε_r pentru determinarea unei valori Y intermediare:

$$A_u = 1 + \frac{\ln\left(\frac{U_r^4 + \frac{U_r^2}{2704}}{U_r^4 + 0.432}\right)}{49} + \frac{\ln\left[\left(\frac{U_r}{18.1}\right)^3 + 1\right]}{18.7} \tag{1.36}$$

$$h_{er} = 0.564\left(\frac{\varepsilon_r - 0.9}{\varepsilon_r + 3}\right)^{0.053} \tag{1.37}$$

$$Y = \frac{\varepsilon_r + 1}{2} + \frac{\varepsilon_r - 1}{2}\left(1 + \frac{10}{U_r}\right)^{-\left(A_u \cdot w_{er}\right)} \tag{1.38}$$

Se găseşte impedanţa caracteristică fără efectul frecvenţei (la frecvenţe joase):

$$Z_0 = \frac{Z_{01}\left(U_r\right)}{Y^{0.5}} \tag{1.39}$$

funcţia $Z_{01}(x)$ fiind dată de:

$$Z_{01}(x)=\frac{\eta_0 \ln\left\{\frac{\left[6+(2\pi-6)e^{-\left(\frac{30.666}{x}\right)^{0.7528}}\right]}{x}+\left(\frac{4}{x^2}+1\right)^{0.5}\right\}}{2\pi} \quad (1.40)$$

Determinăm constanta dielectrică efectivă la joasă frecvenţă:

$$\varepsilon_{ef\,0}=Y\left(\frac{Z_{01}(U_1)}{Z_{01}(U_r)}\right)^2 \quad (1.41)$$

Aceste relaţii se datorează în principal lui Hammerstad şi Jensen [25]. În continuare se prezintă factorul de umplere P introdus de Kirschning şi Jansen, care oferă precizie mai bună în ceea ce priveşte dispersia în frecvenţă.

$$P_1=0.27488+U\left[0.6315+0.525(0.0157\,f\cdot h)^{-20}\right]-0.065683e^{-8.7513U}$$

$$P_2=0.33622\left(1-e^{-0.03442\varepsilon_r}\right)$$

$$P_3=0.0363e^{-4.6\cdot U}\left[1-e^{-\left(\frac{f\cdot h}{38.7}\right)^{4.97}}\right]$$

$$P_4=2.751\left[1-e^{-\left(\frac{\varepsilon_r}{15.916}\right)^{8}}\right]+1$$

$$P=P_1P_2\left[f\cdot h\cdot(0.1844+P_3P_4)\right]^{1.5763} \quad (1.42)$$

Aplicând această relaţie vom găsi permitivitatea efectivă şi impedanţa caracteristică la o anumită frecvenţă f.

$$\varepsilon_{ef\,f}=\varepsilon_r-\frac{\varepsilon_r-\varepsilon_{ef\,0}}{1+P} \quad (1.43)$$

$$Z_{0f}=Z_0\left(\frac{\varepsilon_{ef\,0}}{\varepsilon_{ef\,f}}\right)^{0.5}\frac{\varepsilon_{ef\,f}-1}{\varepsilon_{ef\,0}-1} \quad (1.44)$$

În aceste relaţii de proiectare avem următoarele exprimări numerice:

$$h[mm],\ f[GHz],\eta_0=376.73, c=299.792[mm/ns] \quad (1.45)$$

1.3.2. Linia strip

Vom calcula impedanţa caracteristică a unui linii strip (figura 1.6.)

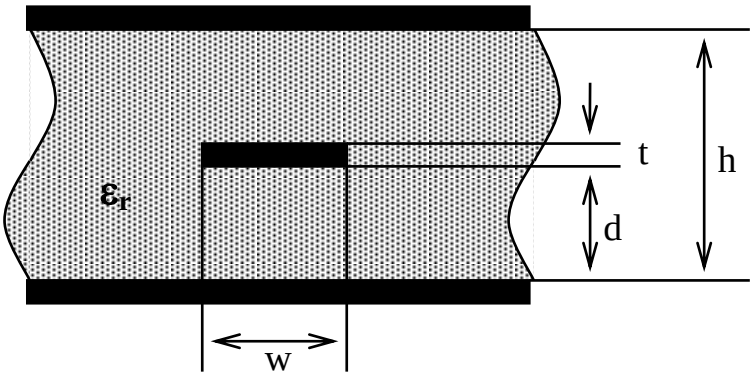


Figura 1.6. Linia strip-line

Relaţii unitare şi precise de calcul pentru calcularea impedanţei caracteristice a liniei de transmisie strip dacă sunt îndeplinite următoarele condiţii:

- Conductorul interior este centrat între cele două plane de masă.
- mediul dielectric este omogen şi izotrop în ceea ce priveşte constanta dielectrică.

Liniile strip lipite cu adezivi pentru îndepărtarea aerului de la marginile conductorului central pot fi proiectate cu precizie cu aceste relaţii. În cazul liniilor realizate prin presare impedanţa şi constanta dielectrică vor fi puţin mai mici decât cele calculate datorită spaţiilor existente la interfaţa ditre cele două plăci.

Analiza liniei strip a fost făcută de S.B. Cohn [26] şi [27]. Astfel pentru cazul liniilor înguste:

$$\frac{w}{h-t} < 0.35 \tag{1.46}$$

se poate realiza calculul bazându-ne pe conductorul circular echivalent.

$$X = \frac{t}{w} \tag{1.47}$$

$$Y = \frac{1 + t\dfrac{1 + \ln\dfrac{4\pi}{X} + 0.51X^2}{\pi w}}{2} \tag{1.48}$$

$$Z_0 = 60\frac{\ln\dfrac{4h}{\pi w Y}}{\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{1.49}$$

Acurateţea acestor relaţii lasă de dorit când X>0.11, caz ce trebuie evitat în practică.

Cazul liniilor late:

$$\frac{w}{h-t} \geq 0.35 \tag{1.50}$$

se bazează pe capacitatea de dispersie:

$$X = \frac{h}{h-t} \tag{1.51}$$

$$CD = \frac{2X\ln(X+1)-(X-1)\ln(X^2-1)}{\pi} \tag{1.52}$$

$$Z_0 = \frac{94.15}{\left(CD+\frac{w}{h-t}\right)\sqrt{\varepsilon_r}} \tag{1.53}$$

Relaţiile (1.49) determină un punct de discontinuitate în jurul punctului caracterizat de egalitate în (1.46),(1.50). Se poate realiza o medie aritmetică a rezultatelor obţinute cu cele două relaţii pentru variaţia raportului (1.46),(1.50) între 0.3 şi 0.4 (de exemplu).

1.4. Substraturi dielectrice în circuitele de microunde

Substratul dielectric reprezintă suportul pe care se găseşte configuraţia planară a circuitului şi elementele hibride ce împreună realizează circuitul proiectat. Calitatea circuitelor integrate pentru microunde este determinată în mare măsură de calitatea materialului dielectric ce va caracteriza substratul.

Materialele sunt caracterizate de mulţi parametri însă dintre aceştia doi au o importanţă deosebită. Constanta dielectrică influenţează prin valoare în primul rând dimensiunile circuitului, apoi prin stabilitatea chimică şi termică va determina în mare măsură stabilitatea performanţelor întregului circuit. Tangenta unghiului de pierderi (1.28) determină în principal frecvenţa maximă la care poate fi folosit un anumit material. Deoarece pierderile în dielectric şi în conductor cresc cu frecvenţa în general pentru circuitele integrate de microunde sunt necesare materiale cu $\tan\delta < 0.005$.

1.4.1. Mărimi caracteristice materialelor dielectrice

Mărimile după care se face alegerea unui substrat dielectric pentru un circuit integrat de microunde pot fi clasificate după anumite criterii [28],[29]:

a) <u>criterii mecanice</u>

- stabilitatea mecanică - necesară în circuitele care trebuie să reziste la şocuri şi vibraţii.
- menţinerea formei - coeficient redus de expansiune liniară, circuitele de microunde fiind circuite cu parametri distribuiţi, sensibile deci la modificări ale dimensiunilor.
- conductivitate termică mare - posibilitatea evacuării căldurii generate de diferite componente ale circuitului.
- dilatare termică identică cu a metalului depus pe substrat.

b) criterii electrice

- omogenitatea valorii constantei dielectrice în tot volumul substratului.
- variaţii mici ale constantei dielectrice de la un lot la altul.
- variaţie minimă a constantei dielectrice cu temperatura.
- pierderi dielectrice mici la frecvenţele din gama microundelor.
- reproductibilitatea grosimii substraturilor.

c) criterii tehnologice

- stabilitate la temperaturi înalte (pentru tehnologia de fabricaţie cu filme subţiri şi filme groase).
- rezistenţa chimică - pentru tehnologia fotolitografică.
- suprafaţă netedă (factorul de rugozitate recomandat mai mic de 0.5μm) pentru asigurarea adeziunii puternice a conductorului la substrat.
- prelucrare mecanică uşoară (la realizarea găurilor, contactelor).

d) criterii economice

- preţ mic.
- înmagazinare uşoară.
- uşurinţa procesului de producţie.
- disponibilitate în dimensiuni mari.

Materialul dielectric este placat pe ambele feţe cu cupru, prin metoda electrodepunerii sau prin presare mecanică. Grosimile stratului de cupru sunt standardizate şi sunt indicate prin raportul greutate/suprafaţă în uncii/picioare pătrate (oz/ft^2) cu 1oz=28.35g şi 1ft=30.48cm. Grosimile standard şi exprimarea în oz/ft^2 sunt indicate în tabelul 1.1.

Greutatea cuprului depus		Grosimea stratului	
oz/ft^2	g/ft^2	inch	mm
0.5	14.175	0.0007	0.0178
1.0	28.35	0.0014	0.0356
2.0	56.7	0.0028	0.0712

Tabelul 1.1. Grosimi standard ale stratului de cupru

În sistemul internaţional grosimea stratului de cupru se exprimă prin mărimile standard de 17μm, 35μm şi 70μm. De obicei grosimea stratului de cupru utilizată va varia crescător cu creşterea puterii controlate de circuit şi descrescător cu creşterea performanţelor circuitului.

Şi grosimile stratului de dielectric sunt fixate, fără a fi însă standardizate. Fiecare firmă producătoare oferă anumite valori ale grosimii dielectricului cum ar fi: 0.38mm, 0.44mm, 0.50mm, 0.79mm, 1.57mm, 3.18mm în cazul firmei Rogers Corporation (de obicei grosimile sunt standardizate tot în unităţi de măsură imperiale, inch sau mil).

1.4.2. Materiale uzuale utilizate în realizarea substraturilor

Materialele pentru substraturile dielectrice ale circuitelor integrate pentru microunde [30] se împart în două mari categorii:

1. Materiale plastice (organice)
2. Materiale anorganice

Dintre materialele plastice putem aminti politetrafluoretilen-ul (PTFE sau TEFLON). Acest material a fost mult timp unul dintre cele mai utilizate materiale deoarece, întărit cu fibră de sticlă, materiale ceramice sau chiar cristale mici de sticlă orientate aleator oferă caracteristici foarte bune de stabilitate electrică, termică şi mecanică. Dezavantajul major al utilizării acestui substrat o reprezintă costul crescut de prelucrare, datorită necesităţii corodării cu sodiu sau plasmă şi a lipirii cu adezivi activi la temperatură ridicată.

O alternativă ieftină, dezvoltată la apariţia bunurilor de larg consum ce funcţionează în gama microundelor, este materialul denumit FR4, realizat dintr-o combinaţie de răşină epoxidică şi sticlă. Performanţele mecanice ale acestui material sunt foarte bune, de asemenea tehnologia de prelucrare este simplă, însă proprietăţile electrice sunt mai puţin bune ceea ce a dus la utilizarea acestui substrat mai ales în aparatura de preţ redus, fără calităţi deosebite.

Materialele anorganice care sunt utilizate ca substraturi sunt materialele ceramice (de obicei alumina Al_2O_3), materialele monocristaline (safir, cuarţ), semiconductori, substraturi feromagnetice. Acestea din urmă sunt utilizate în general pentru realizarea dispozitivelor nereciproce: circulatori, izolatori şi schimbători de fază (ferite).

Materialele semiconductoare au de obicei pierderi prin conducţie destul de mari din această cauză se preferă utilizarea lor numai la realizarea circuitelor integrate monolitice pentru microunde, care se bucură de avantajul realizării pe acelaşi substrat şi a componentelor active şi a celor pasive.

Materialele anorganice cristaline au dezavantajul preţului crescut al materialului intrinsec (safir) sau al unor pierderi dielectrice mari (sticla). În plus, materialele cristaline sunt predispuse la prezenţa anizotropiei dielectrice, ceea ce ridică dificultăţi suplimentare în exploatare în sensul identificării axelor optice principale a cristalelor.

Alumina este un material ceramic care are proprietăţi excelente din toate punctele de vedere. Ea se poate produce în două variante, cu puritate de 99.5% şi puritate 96%. Desigur că materialul cu puritatea mai mare este mai performant însă este şi mai greu de obţinut. Tangenta unghiului de pierderi pentru alumină area o valoare foarte mică, de asemenea coeficienţii termici de expansiune liniară, iar conductivitatea termică este foarte mare. Dezavantajul major al acestui material este însă costul de utilizare foarte mare (de aproximativ 10 ori mai mare decât pentru PTFE: 35\$/in^2 faţă de 2.8\$/in^2). Acest lucru impune utilizarea aluminei mai ales în aplicaţiile de performanţă foarte ridicată, cum ar fi tehnologia spaţială.

Se prezintă în tabelul 1.2. caracteristicile principalelor materiale utilizate [20].

	Constanta dielectrică relativă	**Factorul de pierderi dielectrice**	**Conduct-ivitate termică**	**Coeficient liniar de expansiune**	**Coeficient de temperatură a lui ε_r**
Material	-	-	W/cm/K	ppm/K	ppm/K
Al_2O_3 (99.5%)	9.8	0.0001	0.37	6.3	+136
Al_2O_3 (96%)	9.4	0.001	0.35	6.4	-
Safir	9.4;11.6	0.0001	0.42	6.0	+110-+140
Sticlă quarţ	3.78	0.0001	0.017	0.55	+13
Sticlă Corning 7059	5.75	0.0036	0.012	4.6	-
BeO Ceramic (98%)	6.3	0.006	2.1	6.1	+107
TiO_2	85	0.004	0.05	7.5	-575
Tetratitanat de Ba ($BaTi_4O_9$)	37	0.0005	0.02	9.4	-26
Zirconat	20-40	0.002	-	5.0	-130-+100
GaAs	12.9	0.002	0.46	5.7	-
Si	11.9	0.015	1.45	4.2	-

	Constanta dielectrică relativă	Factorul de pierderi dielectrice	Conduct-ivitate termică	Coeficient liniar de expansiune	Coeficient de temperatură a lui ε_r
Material	-	-	W/cm/K	ppm/K	ppm/K
Ferită	9-16	0.001	-	-	-

Tabelul 1.2. Proprietăţile principalelor materiale utilizate ca substraturi

În ultimul timp se remarcă apariţia unor materiale noi obţinute prin combinaţiile materialelor prezentate anterior care să îndeplinească simultan două condiţii: proprietăţi la fel de bune ca ale PTFE, alumină, la un preţ de cost asemănător materialelor ieftine: FR4.

Bibliografie

[1] Pozar D., "Microwave Engineering", 4th ed., John Wiley & Sons Inc., 2012, ISBN 978-0-470-63155-3

[2] Damian R.F., "Contribuţii la analiza circuitelor integrate pentru microunde", teză de doctorat, Universitatea Tehnică Iaşi, 2006

[3] Hubing T.H., "Survey of Numerical Electromagnetic Modeling Techniques", University of Missouri-Rolla, Report No. TR91-1-001.3, septembrie 1991

[4] Wexler, A., "Computation of Electromagnetic Fields", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 17, No. 8, 1969, pp. 416-439

[5] Volakis J.L., "Finite Element Method for Electromagnetics", IEEE Press, 1998, ISBN 0-7803-3425-6

[6] Dib, N.; Katehi, L.P.B., "Characterization of three-dimensional open dielectric structures using the finite-difference time-domain method", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 44, No. 4, 1996, pp. 513-518

[7] Harrington R., "Time - Harmonic Electromagnetic Fields", John Wiley & Sons Inc., 2001 (reprint), ISBN 0-471-20806-X

[8] Johns, P.B.; "A Symmetrical Condensed Node for the TLM Method", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 35, No. 4, 1987, pp. 370-377

[9] Trenkic, V.; Christopoulos, C.; Benson, T.M., "Advanced node formulations in TLM-the adaptable symmetrical condensed node", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 44, No. 12, 1996, pp. 2473-2478

[10] Weng Cho Chew; Jian-Ming Jin; Cai-Cheng Lu; Michielssen, E.; Song, J.M., "Fast solution methods in electromagnetics", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 45, No. 3, 1997, pp. 533-543
[11] Booton R., "Computational Methods For Electromagnetics And Microwaves", John Wiley & Sons Inc., 1992, ISBN 0-471-52804-8
[12] Gupta K.C.; Bahl I.; Bhartia P; Garg R., "Microstrip Lines and Slotlines" 2nd ed., Artech House, 1996, ISBN 0-89006-766-X
[13] Hayt W.H.; Buck J.A., "Engineering Electromagnetics", 6th ed., McGraw Hill, 2001, ISBN 0-07-230424-3
[14] Sadiku M., "Elements of Electromagnetics", 3rd ed., Oxford University Press, 2000, ISBN 0-19-513477-X
[15] Wadell B. "Transmission Line Design Handbook", Artech House, 1991, ISBN 0-89006-436-9, pp. 73-177, 433-445
[16] Collin R., "Foundations for Microwave Engineering", 2nd ed., IEEE Press, 2001, ISBN 0-7803-6031-1
[17] Montgomery C. G.; Dicke R. H.; Purcell E. M., "Principles of Microwave Circuits", McGraw-Hill, 1948, MIT Radiation Laboratory Series vol. 8, pp. 1-82
[18] Ragan G.L., "Microwave Transmission Circuits", McGraw-Hill, 1948, MIT Radiation Laboratory Series vol. 9, pp. 36-60
[19] Silver S. "Microwave Antenna Theory and Design" McGraw Hill, 1949, MIT Radiation Laboratory Series vol. 12, pp. 16-36, 200-238
[20] Baican R. "Circuite integrate de microunde", Editura Promedia Plus, Cluj-Napoca, 1996. ISBN 973-97377-6-5
[21] Nguyen C, "Analysis Methods for RF, Microwave, and Millimeter-Wave Planar Transmission Line Structures", John Wiley & Sons Inc., 2000, ISBN 0-471-01750-7
[22] Edwards T.C., "Foundations for Microstrip Circuit Design", John Wiley & Sons Inc., 1992, ISBN 0-471-93062-8
[23] Kirschning M.; Jansen R. H., "Accurate model for effective dielectric constant of microstrip with validity up to millimetre-wave frequencies", Electronic Letters, Vol. 18, No. 6, martie 1982, pp. 272-273
[24] Deibele, S.; Beyer, J.B., "Measurements of Microstrip Effective Relative Permittivities", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 35, No. 5, 1987, pp. 535 - 538
[25] Hammerstad, E.; Jensen, O.; "Accurate Models for Microstrip Computer-Aided Design", Microwave Symposium Digest, 1980 MTT-S International, mai 1980, pp. 407 – 409

[26] Cohn, S.B., "Characteristic Impedance of the Shielded-Strip Transmission Line", IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 2, No. 2, iulie 1954, pp. 52- 57
[27] Cohn, S.B., "Problems in Strip Transmission Lines", IRE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 3, No. 2, martie 1955, pp. 119- 126
[28] Eskelinen H.; Eskelinen P., "Microwave Component Mechanics", Artech House, 2003, ISBN 1-58053-368-X
[29] Rogers Corporation, Advanced Circuit Division, High Frequency Laminates Literature, http://www.rogerscorporation.com, august 2004
[30] Golio M. "The RF and Microwave Handbook", CRC Press, 2001, ISBN 0-8493-8592-X, pp. 1070-1294

Capitolul II
Rezolvarea numerică prin metoda momentelor

2.1. Premise teoretice

2.1.1. Propagarea în ghiduri uniforme

Ecuaţiile (1.11), (1.12) şi (1.14) arată că soluţia ecuaţiilor lui Maxwell şi a ecuaţiei de propagare poate fi găsită cunoscând direcţia în care are loc propagarea şi a componentelor transverse ale câmpului. Deoarece alegerea sistemului de coordonate rămâne la latitudinea utilizatorului vom presupune pentru simplitate că propagarea are loc după direcţia axei OZ.

Vom încerca să găsim soluţii pentru ecuaţiile de propagare, utilizând ca exemplu cazul unui ghid semiinfinit (figura 2.1.).

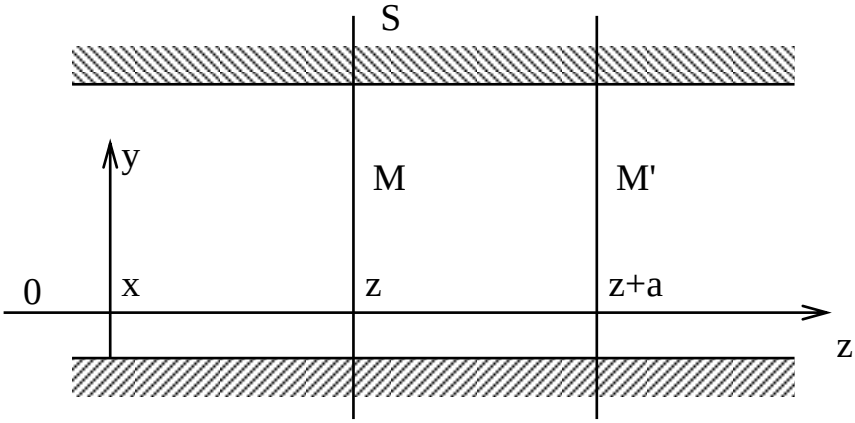


Figura 2.1. Ghid semiinfinit cu propagare pe axa OZ.

Pentru aflarea câmpului vom ţine cont [1],[2],[3] de invarianţa la translaţia paralel cu axa OZ. Vom considera $\Phi(x, y, z)$ câmpul în punctul M din secţiunea transversală S, generat de o sursă aflată în planul z = 0. În secţiunea transversală S' vom avea în general un câmp diferit $\Phi(x, y, z+a)$. Dacă realizăm o translare a întregului ghid astfel încât să aducem S' în coincidenţă cu S, vom avea o soluţie diferită de cea obţinută în ghidul iniţial. Sursa nu va mai fi aceeaşi deoarece ea va excita un câmp egal cu $\Phi(x, y, a)$ şi nu câmpul iniţial $\Phi(x, y, 0)$.

Vom considera operatorul de obţinere a câmpului la poziţia z+a , $\hat{T}_a$:

$$\Phi(x,y,z+a)=\hat{T}_a\Phi(x,y,z) \tag{2.1}$$

Operatorul $\hat{T}_a$ permite obținerea unei infinități de soluții. Putem dezvolta $\hat{T}_a$ în serie:

$$\hat{T}_a\Phi(x,y,z)=\Phi(x,y,z)+a\frac{\partial}{\partial z}\Phi(x,y,z)+\ldots$$

$$\ldots+\frac{a^n}{n!}\frac{\partial^n}{\partial z^n}\Phi(x,y,z)+\ldots\rightarrow\hat{T}_a=e^{a\frac{\partial}{\partial z}} \tag{2.2}$$

Variind a obținem câte soluții dorim. O dificultate poate apărea atunci când $\hat{T}_a\Phi_\lambda=\lambda\Phi_\lambda$ deoarece în acest caz toate soluțiile sunt proporționale cu soluțiile inițiale. Ecuația anterioară este o ecuație cu valori proprii. Studiul acestor funcții proprii este fundamentală pentru ghiduri pentru că se arată că orice soluție a câmpului în ghid este o suprapunere a funcțiilor proprii ale operatorului de translație:

$$\Phi(x,y,z)=\sum_\lambda\Phi_\lambda(x,y,z) \tag{2.3}$$

Funcțiile proprii ale operatorului de translație vor fi numite moduri în ghid şi vor reprezenta baza în care se va reprezenta orice soluție a ecuațiilor câmpului.

Se poate demonstra că funcțiile proprii ale operatorului de translație sunt identice cu cele ale operatorului de derivare:

$$\frac{\partial}{\partial z}\Phi_k=-jk\Phi_k\rightarrow\Phi_k(x,y,z)=\Psi_k(x,y)\cdot e^{-jk\cdot z} \tag{2.4}$$

Deci s-a demonstrat că soluția ecuațiilor de câmp va fi generată ca o sumă a modurilor independente (2.3), fiecare mod în parte putând fi dedus din valoarea câmpului transversal corespunzătoare acelui mod (1.11÷12), valoarea transversală nedepinzând de poziția pe axa de propagare (2.4).

În relația (2.4) *k* reprezintă constanta de propagare. Această relație permite împărțirea modurilor dintr-un ghid în două categorii şi anume [4]:

- moduri propagative, caracterizate de ***k*** real.
- moduri nepropagative (evanescente), ***k*** având şi parte imaginară, ceea ce duce la obținerea unui exponent real şi negativ pentru exponențiala din relația (2.4), ceea ce va semnifica energie descrescătoare pentru câmpul ce se propagă în direcția axei OZ.

2.1.2. Simetrie în structura câmpului electromagnetic

2.1.2.1. Simetrie electrică şi magnetică

Vom considera cazul unui ghid care are o axă de simetrie [1],[5],[6] (figura 2.2.). Se poate arăta ca într-un astfel de ghid modurile sunt ori simetrice ori antisimetrice în raport cu planul P, demonstraţia făcând apel la comutativitatea dintre operatorul care defineşte modurile ca funcţii proprii (2.3) şi operatorul de simetrie.

În modurile simetrice, vectorii sunt simetrici faţă de planul de simetrie P (figura 2.2.). În figură vectorul E se transformă în vectorul E'. Pentru punctele de pe planul de simetrie, deci dacă M coincide cu M', E trebuie să coincidă cu E' deoarece nu există decât un vector într-un punct. Câmpul electric are deci componentă normală nulă la planul P.

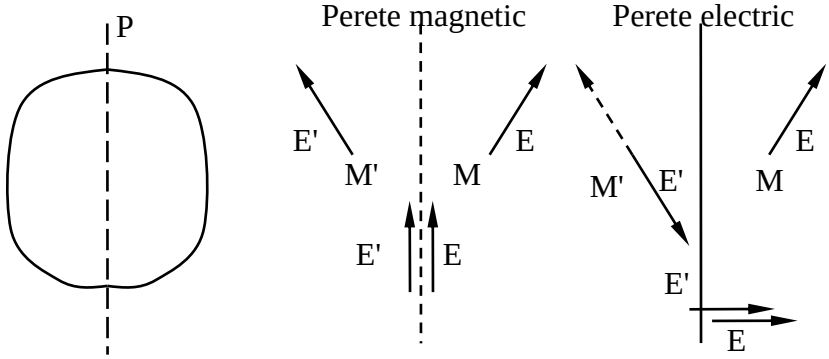


Figura 2.2. Simetria fizică se transformă în simetrie sau antisimetrie a câmpului electromagnetic

Această comportare este valabilă în cazul vectorilor reali, cum este câmpul electric E, dar nu şi în cazul pseudovectorilor. Un pseudovector este un vector rezultat în urma unui produs vectorial între doi vectori, sau un rotor al unui vector (ceea ce este echivalent cu exprimarea anterioară dacă considerăm ∇ ca fiind un vector real). Astfel, câmpul magnetic H este un pseudovector deoarece câmpul magnetic produs de un curent elementar se scrie:

$$d\vec{H} = \frac{1}{4\pi} I \cdot d\vec{l} \times \frac{\vec{r}}{r^3} \tag{2.5}$$

În simetria pară vectorii reali sunt simetrici însă pseudovectorii se comportă antisimetric (figura 2.3).

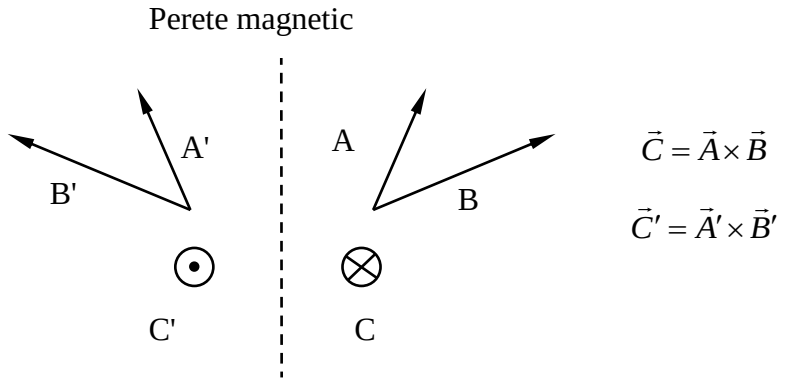


Figura 2.3. Simetria pseudovectorilor

Acest lucru dovedeşte că în modurile simetrice câmpul magnetic se comportă antisimetric faţă de planul de simetrie deci câmpul magnetic nu poate avea decât componentă normală la plan. Componenta tangenţială fiind nulă, vom putea considera planul P de simetrie ca fiind perete magnetic, prin analogie cu peretele electric, similar cu o suprafaţă metalică perfect conductoare care se bucură de proprietatea că determină componentă tangenţială nulă a câmpului electric. Vom face observaţia că dacă peretele electric este perfect real putând fi întâlnit în sisteme în cazul amintit mai sus, în schimb peretele magnetic este un loc geometric, o modelare teoretică fără existenţă fizică, introdus numai din motive de simplificare a calculelor. Din acest motiv simetria pară mai este numită şi simetrie magnetică.

În cazul simetriei impare (figura 2.2), vectorii reali se comportă antisimetric, vectorul E' fiind dat de opusul vectorului E. În cazul în care punctele M şi M' coincid, vectorul câmp electric nu poate fi decât normal la planul de simetrie, deci componenta tangenţială a câmpului electric este nulă, deci planul de simetrie va fi un perete electric, loc geometric cu caracteristici identice cu situaţia reală a unei suprafeţe metalice perfect conductoare. Acesta este motivul pentru care simetria impară mai este numită şi simetrie electrică.

2.1.2.2. Modelarea structurilor periodice

Structurile periodice pot împărţite în două tipuri de bază [2],[7]:

a) structuri cu proprietăţi electrice continue dar variind periodic, de exemplu un ghid cilindric umplut cu un material dielectric a cărui constantă dielectrică variază periodic după o funcţie continuă ca de exemplu: $k = k_0 + k_1 \cos hz$.
b) structuri cu condiţii la limită periodice, cum ar fi un ghid încărcat la intervale regulate cu diafragme identice.

Analitic, proprietățile periodice sunt exprimate cu ajutorul teoremei lui Floquet. Pentru a găsi exprimarea matematică [8],[9] a acestei teoreme vom lua ca exemplu o structură ca cea de la punctul a., și anume un ghid cu secțiune dreptunghiulară și pereți metalici în care constanta dielectrică relativă a coeficientului de umplere variază după relația:

$$\varepsilon_r = k_0 + k_1 \cos\frac{2\pi z}{p} \tag{2.6}$$

O undă H_{10} va avea ca componentă generatoare pe E_y dat de:

$$E_z = \psi(z)\sin\frac{\pi x}{a} \tag{2.7}$$

E_y trebuie să satisfacă ecuația lui Hamilton [10] (sau ecuația propagării) deci:

$$\left[\frac{d^2}{dz^2} + \left(k_0 + k_1\cos\frac{2\pi z}{p}\right)\cdot k_0^2 - \frac{\pi^2}{a^2}\right]\psi(z) = 0 \tag{2.8}$$

Rezolvarea ecuației (2.8) va duce la obținerea unor soluții exprimate ca funcții Mathieu. Prin rezolvarea acestei ecuații se obține exprimarea matematică a teoremei lui Floquet. Soluția generală a ecuației (2.8) va fi de forma:

$$F(z) = e^{\pm\gamma z}\varphi(z) \tag{2.9}$$

unde γ joacă rolul constantei de propagare iar $\varphi(z)$ este o funcție periodică în z.

O astfel de funcție va avea proprietatea că:

$$F(z+p) = e^{-\gamma p}F(z) \tag{2.10}$$

și în plus:

$$e^{-\gamma p} = e^{-j\theta}\text{, } \theta \text{ defazaj constant} \tag{2.11}$$

2.1.3. Moduri în ghiduri uniforme

Ecuațiile lui Maxwell vor fi (1.22):

$$\nabla \times E = -j\omega\mu \cdot H \tag{2.12a}$$

$$\nabla \times H = j\omega\varepsilon \cdot E \tag{2.12b}$$

Aceste ecuații pot fi scrise sub formă matricială, considerând propagarea după direcția OZ deci aplicând (2.4):

$$\begin{bmatrix} j\omega\varepsilon & 0 & 0 & 0 & -jk & -\partial/\partial y \\ 0 & j\omega\varepsilon & 0 & jk & 0 & \partial/\partial x \\ 0 & 0 & j\omega\varepsilon & \partial/\partial y & -\partial/\partial x & 0 \\ 0 & jk & \partial/\partial y & j\omega\mu & 0 & 0 \\ -jk & 0 & -\partial/\partial x & 0 & j\omega\mu & 0 \\ -\partial/\partial y & \partial/\partial x & 0 & 0 & 0 & j\omega\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \\ H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = 0 \tag{2.13}$$

Ecuațiile (2.13) permit aflarea câmpurilor longitudinale E_z, H_z în funcție de câmpurile transverse:

$$E_z = \frac{1}{j\omega\varepsilon}\left[-\partial/\partial y \quad \partial/\partial x\right] \cdot H_T \tag{2.14a}$$

$$H_z = -\frac{1}{j\omega\mu}\left[-\partial/\partial y \quad \partial/\partial x\right] \cdot E_T \tag{2.14b}$$

Deci, în conformitate cu (2.14) şi echivalent cu (1.11÷1.15) vom putea obține întreaga structură a câmpului electromagnetic cunoscând valoarea câmpului transversal pe direcția de propagare. Relația (2.13) poate fi interpretată şi invers în sensul că am putea obține valoarea câmpului transvers cunoscând câmpul transversal. Vom rescrie ecuațiile din (2.13) evidențiind acest fapt:

$$\begin{bmatrix} j\omega\varepsilon & -jk \\ -jk & j\omega\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_x \\ H_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \partial H_z/\partial y \\ \partial E_z/\partial x \end{bmatrix} \tag{2.15a}$$

$$\begin{bmatrix} j\omega\varepsilon & jk \\ jk & j\omega\mu \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_y \\ H_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\partial H_z/\partial x \\ -\partial E_z/\partial y \end{bmatrix} \tag{2.15b}$$

Inversând matricile din primul membru obținem expresia câmpurilor transverse:

$$\begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k^2 - k_0^2} \cdot \begin{bmatrix} jk\,\partial/\partial x & j\omega\mu\,\partial/\partial y \\ jk\,\partial/\partial y & j\omega\mu\,\partial/\partial x \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} \tag{2.16a}$$

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \end{bmatrix} = \frac{1}{k^2 - k_0^2} \cdot \begin{bmatrix} -j\omega\varepsilon\,\partial/\partial y & jk\,\partial/\partial x \\ j\omega\varepsilon\,\partial/\partial x & jk\,\partial/\partial y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} E_z \\ H_z \end{bmatrix} \tag{2.16b}$$

Vom aplica principiul suprapunerii efectelor şi vom determina două soluții particulare pentru relațiile (2.16) urmând ca soluția generală să fie obținută apoi ca sumă a celor două soluții particulare:

- $E_z = 0$, câmpul longitudinal va avea doar componentă electrică, deci câmpul magnetic este transversal la direcția de propagare. Această

condiţie va duce deci la obţinerea soluţiilor particulare ale ecuaţiilor Maxwell numite moduri TM (transversal magnetic).

- $H_z = 0$, câmpul longitudinal va avea doar componentă magnetică, deci câmpul electric este transversal la direcţia de propagare, se obţin modurile TE (transversal electric).
- $E_z = 0, H_z = 0$, nu există câmpuri longitudinale, soluţie permisă în anumite structuri ale ghidurilor, modurile se numesc TEM (transversal electromagnetic).

Aceste soluţii particulare vor fi soluţiile de bază, ele urmând a fi rafinate impunând condiţiile la limită caracteristice fiecărui sistem în parte. Aceste condiţii se pot obţine ţinând cont de prezenţa în structură a pereţilor metalici (reali sau obţinuţi din simetrie), a pereţilor magnetici, a pereţilor periodici (modelare a sistemelor periodice ţinând cont de existenţa unor structuri particulare a câmpului electromagnetic - 2.9). În tabelul 2.1. se exemplifică condiţiile la limită în cazul mai des întâlnit a pereţilor electrici şi magnetici pentru câmpul electric, pentru câmpul magnetic condiţiile fiind similare:

	Perete electric	Perete magnetic
Componentă normală E_n	$\frac{\partial E_n}{\partial n} = 0$	$E_n = 0$
Componentă tangenţială E_t	$E_t = 0$	$\frac{\partial E_t}{\partial n} = 0$

Tabelul 2.1. Condiţii la limită pentru câmpul electric

În general pentru o componentă Φ oarecare a câmpului electromagnetic se impun [11] condiţii la limită de tip Dirchlet ($\Phi = 0$) sau Neumann ($\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0$). În tabelul 2.2. se exemplifică expresii matematice particulare obţinute impunând anumite condiţii. Se ia x variabila şi γ coeficientul exponenţialei dacă este real, şi k dacă este imaginar pur.

Condiţii impuse	Expresiile lui Φ
$\Phi = 0,\ x \to +\infty$	$e^{-\gamma x}$
$\Phi = 0,\ x \to -\infty$	$e^{\gamma x}$

Condiţii impuse	Expresiile lui Φ
$\Phi = 0,\ x = a$	$\sinh\gamma(x-a),\ \sin k(x-a)$
$\Phi = 0,\ x = a, x = a + l$	$\sin\frac{n\pi}{l}(x-a)$
$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,\ x \to +\infty$	$e^{-\gamma x}$
$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,\ x \to -\infty$	$e^{\gamma x}$
$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,\ x = a$	$\cosh\gamma(x-a),\ \cos k(x-a)$
$\frac{\partial\Phi}{\partial x} = 0,\ x = a, x = a + l$	$\cos\frac{n\pi}{l}(x-a)$

Tabelul 2.2. Expresii particulare ale câmpului electromagnetic

Componentele transversale ale câmpului electric şi magnetic nu sunt independente. Dezvoltând ecuaţia (2.16) se poate obţine raportul scalar constant dintre componentele E şi H care vor defini impedanţele şi respectiv admitanţele modurilor:

$$Y_M^{TE} = \frac{\gamma}{j\omega\mu},\ \gamma = jk\text{, moduri TE} \tag{2.17a}$$

$$Y_M^{TM} = \frac{j\omega\varepsilon}{\gamma},\ \gamma = jk\text{, moduri TM} \tag{2.17b}$$

2.1.4. Baze ortonormate ale modurilor din ghiduri omogene

Pentru definirea unei baze şi mai ales a unei baze ortonormate este necesară introducerea unui produs scalar. Se introduce produsul scalar plecând de la expresia puterii transmise de o undă electromagnetică printr-o suprafaţă transversală [12]:

$$P = \frac{1}{2}\iint_S \mathrm{Re}\left(E^* \times H\right)ds = \frac{1}{2}\iint_S \mathrm{Re}\left(E^* J\right)ds \tag{2.18}$$

Se defineşte deci prin expresia următoare produsul scalar între două funcţii f_1, f_2 de variabile transverse x şi y, definite pe suprafaţa S, având două componente [2]:

$$\langle f_1, f_2 \rangle = \iint_S f_1^{*t} \cdot f_2\, ds \tag{2.19}$$

unde * va semnifica conjugarea complexă iar t transpunerea.

Tabelul 2.2. arată că anumite condiţii la limită (perete electric, perete magnetic) permit o infinitate de soluţii pentru valorile câmpului transversal, caracterizate de diferite valori pentru numărul întreg n. Deci vor exista o infinitate de soluţii pentru câmpul electric transversal:

$$E_T = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix}^{not} = E_m,\ m = \overline{1,\infty} \tag{2.20}$$

corespunzătoare diferitelor valori întregi ale lui m: $E_1, E_2, E_3 \ldots E_n \ldots$ Se poate demonstra că funcţiile care definesc componentele transversale ale câmpului electric sunt ortogonale conform produsului scalar (2.19) (modurile există independent în interiorul ghidului). Vom adopta baza pentru un anumit mod (TE sau TM) luând ca funcţii generatoare componentele transversale ale câmpurilor electrice caracteristice fiecărui mod individual (o anumită valoare pentru n) şi impunând condiţia ca baza să fie ortonormată:

$$\langle E_m, E_n \rangle = \delta_{nm} \tag{2.21}$$

Vom prezenta în continuare bazele obţinute pentru structurile uzuale întâlnite în circuitele de microunde.

2.1.4.1. Ghid semiinfinit cu pereţi metalici în x=0 şi x=a

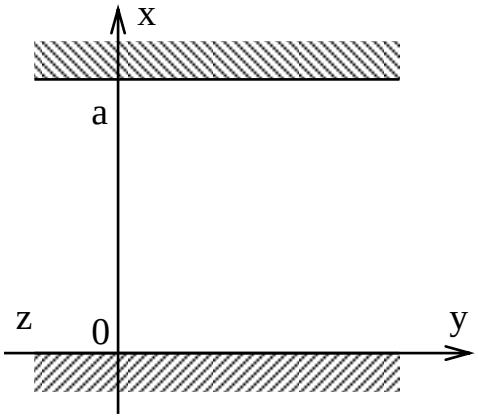


Figura 2.4. Ghidul semiinfinit cu pereţi metalici

Realizând calculele (2.21) [13],[14] pentru această structură (propagarea se consideră ca având loc după direcţia z şi condiţiile la limită sunt cele din tabelul 2.2.) vom obţine:

a) moduri TE

$$E_x = \sqrt{\frac{\tau_n}{a}} \frac{jk}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left|k^2\right|}} \cos\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.22a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2}{a}} \frac{\frac{n\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left|k^2\right|}} \sin\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.22b}$$

b) moduri TM

$$E_x = \sqrt{\frac{\tau_n}{a}} \frac{\frac{n\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left|k^2\right|}} \cos\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.23a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2}{a}} \frac{jk}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + \left|k^2\right|}} \sin\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.23b}$$

În relațiile de mai sus am făcut notațiile:

$$\tau_n = \begin{cases} 1, n = 0 \\ 2, n \neq 0 \end{cases} \tag{2.24}$$

Componentele transversale E_x şi E_y vor defini baza în ghid (2.20) iar constanta de propagare pentru fiecare mod individual se va obține (2.25), impunând valori corespunzătoare pentru impedanțele şi admitanțele de mod.

$$\gamma_n^2 = \left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + k^2 - k_0^2 \varepsilon_r \tag{2.25}$$

Se observă la ghidul semiinfinit că după direcția OY se obține termenul e^{-jky} care semnifică posibilitatea propagării şi după direcția y, în conformitate cu realitatea fizică.

2.1.4.2. Ghid semiinfinit cu pereţi magnetici în x=0 şi x=a

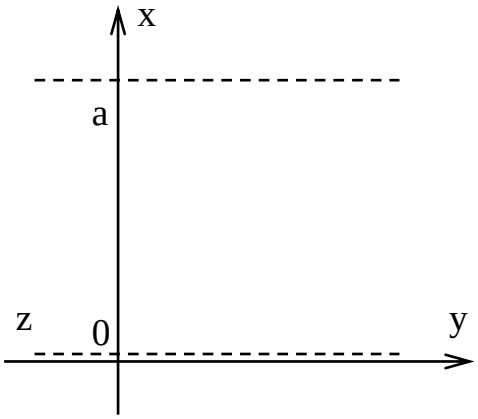


Figura 2.5. Ghidul semiinfinit cu pereţi magnetici

Considerând condiţiile la limită corespunzătoare pereţilor magnetici din tabelul 2.2. obţinem:

a) moduri TE

$$E_x = \sqrt{\frac{\tau_n}{a}} \frac{jk}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + |k^2|}} \sin\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.26a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2}{a}} \frac{\frac{n\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + |k^2|}} \cos\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.26b}$$

b) moduri TM

$$E_x = \sqrt{\frac{\tau_n}{a}} \frac{\frac{n\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + |k^2|}} \sin\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.27a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2}{a}} \frac{jk}{\sqrt{\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2 + |k^2|}} \cos\frac{n\pi x}{a} e^{-jky} \tag{2.27b}$$

În relaţiile de mai sus se respectă notaţiile (2.24) şi se obţine constanta de propagare (2.25).

2.1.4.3. Ghid rectangular cu pereţi metalici

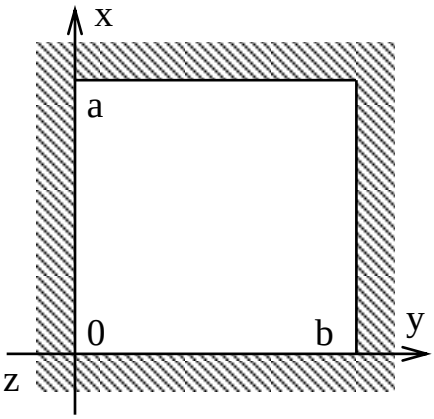


Figura 2.6. Ghidul rectangular cu pereţi metalici

a) moduri TE [15],[16]

$$E_x = \sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{n\pi}{b}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.28a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{m\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \tag{2.28b}$$

b) moduri TM

$$E_x = \sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{m\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.29a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{n\pi}{b}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \tag{2.29b}$$

În relaţiile de mai sus am făcut notaţiile:

$$\tau_{mn} = \begin{cases} 1, m \cdot n = 0 \\ 2, m \cdot n \neq 0 \end{cases} \tag{2.30}$$

Constanta de propagare se va obține:

$$\gamma_{mn}^2 = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2 \varepsilon_r \tag{2.31}$$

2.1.4.4. Ghid rectangular cu pereți magnetici

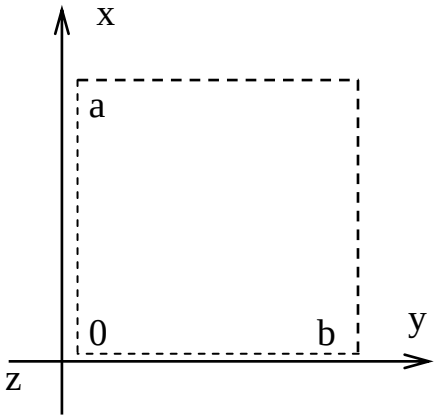


Figura 2.7. Ghidul rectangular cu pereți magnetici

a) moduri TE

$$E_x = \sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{n\pi}{b}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \tag{2.32a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{m\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{2.32b}$$

b) moduri TM

$$E_x = \sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{m\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \sin\frac{m\pi x}{a} \cos\frac{n\pi y}{b} \tag{2.33a}$$

$$E_y = -\sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \frac{\frac{n\pi}{b}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \cos\frac{m\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \qquad (2.33b)$$

În relaţiile de mai sus se respectă notaţiile (2.30) şi se obţine constanta de propagare (2.31).

2.2. Definiţii şi proprietăţi

Considerăm o suprafaţă S pe care există câmp electromagnetic (figura 2.8). Se defineşte densitatea de curent asociată suprafeţei aflată în câmp electromagnetic [1],[2]:

$$J = H \times n \qquad (2.34)$$

unde *n* este normala la suprafaţa S.

J nu este efectiv o densitate de curent superficială [17], însă este apropiată, mai ales în utilizare, aşa cum se vede în figura 2.8.

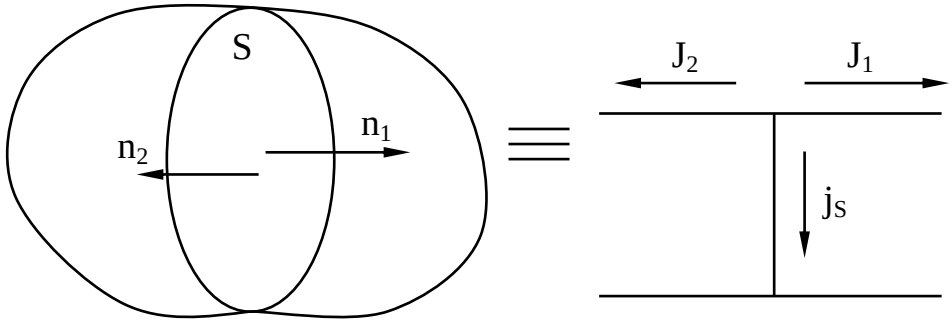


Figura 2.8. Definiţia densităţii de curent asociată unei suprafeţe

$$j_s \times n_1 = H_{1T} - H_{2T} \rightarrow j_s = n_1 \times H_{1T} - n_1 \times H_{2T}$$

$$j_s = n_1 \times H_{1T} + n_2 \times H_{2T} \quad \rightarrow \quad j_s = J_1 + J_2 \qquad (2.35)$$

Avantajele utilizării vectorului densitate de curent asociată unei suprafeţe în locul câmpului magnetic *H*, ţin de faptul că spre deosebire de vectorul intensitate a câmpului magnetic, *J* este un adevărat vector [2.1.2.1.]. În plus, în cazul modurilor TE şi TM vom avea:

$$J = H \times \bar{z} \rightarrow J_x = H_y; J_y = -H_x \qquad (2.36)$$

Ecuaţiile lui Maxwell (2.13) se vor scrie:

$$jkE_y = j\omega\mu J_y; jkE_x = j\omega\mu J_x \qquad (2.37)$$

Vectorul densitate de curent asociat unei suprafeţe este deci coliniar cu câmpul electric, ceea ce simplifică ecuaţiile, putându-se folosi mărimi scalare.

$$Y_M = \frac{H_y}{E_x} = -\frac{H_x}{E_y} \rightarrow J_x = Y_M E_x; J_y = Y_M E_y \tag{2.38}$$

Componentele fiind proporţionale vom avea valabilă următoarea relaţie pentru un mod TE sau TM:

$$J = Y_M E \tag{2.39}$$

Relaţia (2.39) este valabilă pentru orice mod TE sau TM şi poate fi extinsă pentru a fi utilizată la modul general, pentru cazul în care câmpul electromagnetic este dat de o suprapunere a mai multor moduri. În astfel de cazuri probleme care intervine este faptul că fiecare mod are o impedanţă proprie de mod. De aceea generalizarea se face prin introducerea unui operator, numit operator impedanţă, care să permită calcularea densităţii de curent asociată unei suprafeţe (pe scurt a "curentului") din valoarea câmpului electric definit pe acea suprafaţă.

$$J = \hat{Y} E \tag{2.40}$$

Relaţia (2.40) este similară celei întâlnite în circuitele electrice clasice, ceea ce va permite utilizarea modelării cu elemente electrice clasice a sistemelor de microunde.

Pentru a calcula expresia operatorului impedanţă vom considera cunoscut câmpul electric într-un ghid (obţinut ca o suprapunere a mai multor moduri) şi vom calcula curentul, găsind o expresie similară cu (2.40). Vom nota cu $f_n, n = 0,1 \div \infty$ baza descoperită pentru câmpul electric în ghidul respectiv (2.20). Câmpul electric va fi o combinaţie liniară a acestor funcţii generatoare:

$$E = \sum_n V_n f_n \tag{2.41}$$

În această relaţie V_n reprezintă amplitudinile complexe ale modurilor, şi pot fi determinate pe baza relaţiei de normare a bazei:

$$V_n = \langle f_n, E \rangle \tag{2.42}$$

Fiecare mod prezent în dezvoltarea câmpului electric va determina o valoare pentru curent, relaţia de legătură fiind scalară (2.39), iar curentul total va fi o suprapunere a tuturor curenţilor elementari, iar în relaţia următoare vom ţine cont şi de faptul că curentul este un vector care este coliniar cu intensitatea câmpului electric, deci funcţiile generatoare pentru curent vor fi aceleaşi cele ale câmpului electric.

$$J_n = V_n Y_n \tag{2.43}$$

$$J = \sum_n V_n Y_n f_n = \sum_n f_n Y_{Mn} \langle f_n, E \rangle \tag{2.44}$$

Vom nota o funcţie f_n ca $|f_n\rangle$ şi vom obţine expresia operatorului admitanţă [18]:

$$J = \sum_n |f_n\rangle Y_{Mn} \langle f_n, E \rangle = \sum_n |f_n\rangle Y_{Mn} \langle f_n || E \rangle \tag{2.45}$$

$$\hat{Y} = \sum_n |f_n\rangle Y_{Mn} \langle f_n| \tag{2.46}$$

În relaţia (2.46) Y_{Mn} reprezintă impedanţa de mod a modului n (TE sau TM) iar $|f_n\rangle\langle f_n|$ reprezintă operatorul de proiecţie pe modul n. În relaţia de mai sus suma trebuie considerată în sens mai larg, şi anume se realizează suprapunerea tuturor modurilor care pot apărea, deci se face suma şi pentru modurile TE şi modurile TM.

Operatorul admitanţă nu are sens matematic de sine stătător, el reprezintă un operator care permite o sintetizare în scriere a legăturii dintre câmpul electric şi magnetic ca în exemplul următor unde se calculează valoarea unei componente a câmpului magnetic cunoscând valoarea câmpului electric.

$$J = \hat{Y} E = \left(\sum_n |f_n\rangle Y_{Mn} \langle f_n| \right) \left(\sum_m V_m g_m \right) = \sum_n \sum_m |f_n\rangle Y_{Mn} V_m \langle f_n, g_m \rangle$$

$$J_k = \langle h_k, J \rangle = \left\langle h_k, \sum_{n,m} |f_n\rangle Y_{Mn} V_m \langle f_n, g_m \rangle \right\rangle = \sum_{n,m} \langle h_k, f_n \rangle Y_{Mn} V_m \langle f_n, g_m \rangle$$

În relaţiile de mai sus s-a reprezentat faptul că , în general, câmpul electric şi magnetic pot fi reprezentate şi în raport cu alte baze ortonormate decât cea a modurilor care este folosită la reprezentarea operatorului impedanţă. Produsele scalare care apar în relaţii se pot calcula cu relaţia (2.19).

Operatorii admitanţă pot fi utilizaţi pentru a realiza scheme electrice echivalente a unor circuite de microunde ca în exemplul următor unde se modelează sistemul din figura 2.9.

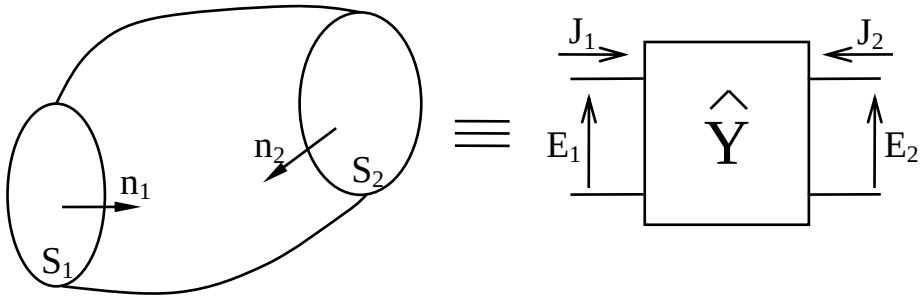


Figura 2.9. Schema echivalentă a unei structuri

În figura 2.9. se reprezintă schema echivalentă a unui volum închis care comunică cu exteriorul prin intermediul a două suprafeţe. Modelarea se face cu ajutorul unui cuadripol admitanţă care să modeleze legăturile dintre câmpurile electrice şi magnetice la cele două suprafeţe de discontinuitate.

$$\begin{aligned} J_1 &= \hat{Y}_{11}E_1 + \hat{Y}_{12}E_2 \\ J_2 &= \hat{Y}_{21}E_1 + \hat{Y}_{22}E_2 \end{aligned} \rightarrow J = \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{Y}_{11} & \hat{Y}_{12} \\ \hat{Y}_{21} & \hat{Y}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \hat{Y}E \qquad (2.47)$$

În relaţia (2.47) $\hat{Y}$ reprezintă cuadripolul admitanţă.

În general operatorul admitanţă (2.46) nu este inversabil din punct de vedere matematic. Însă similar cu operatorul admitanţă se poate defini operatorul impedanţă bazat pe impedanţele de mod.

$$\hat{Z} = \sum_n |f_n\rangle Z_{Mn} \langle f_n| \qquad (2.48)$$

$$E = \hat{Z}J \qquad (2.49)$$

2.3. Surse reale şi surse virtuale

Când la nivelul unei suprafeţe se cunoaşte câmpul electric sau magnetic, se poate simboliza acest lucru în schema echivalentă printr-o sursă de tensiune sau curent. Cum în general sursele excită un singur mod în secţiunea respectivă, modurile superioare fiind evanescente, sursele reale sunt reprezentate ca în figura 2.10.

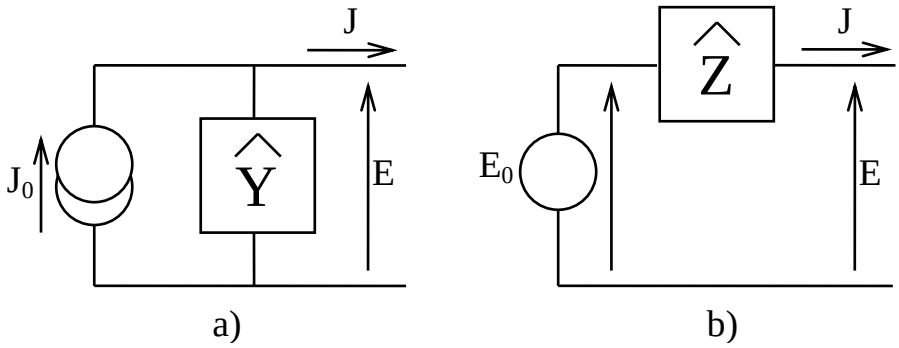


Figura 2.10. Surse reale de câmp.

În figura 2.10.a) este reprezentată o sursă reală de curent:

$$J = J_0 - \hat{Y} E \tag{2.50}$$

$$\hat{Y} = \sum_{n>1} | f_n \rangle Y_{Mn} \langle f_n | \tag{2.51}$$

Pentru sursa de tensiune din figura 2.10.b) relaţiile sunt:

$$E = E_0 - \hat{Z} J \tag{2.52}$$

$$\hat{Z} = \sum_{n>1} | f_n \rangle Z_{Mn} \langle f_n | \tag{2.53}$$

Sursele virtuale de tensiune sau curent sunt în legătură cu conceptul de funcţie de test. Funcţiile de test sunt un set de funcţii ortonormate, care pot juca rolul unei baze pentru determinarea câmpului electric.

$$\{g_n\}; \langle g_m, g_n \rangle = \delta_{nm} \tag{2.54}$$

Sursele virtuale sunt definite la nivelul unei discontinuităţi în care nu se cunoaşte câmpul electric sau magnetic. În figura 2.11. este reprezentată o astfel de discontinuitate în legătură cu care vom defini funcţiile de apartenenţă.

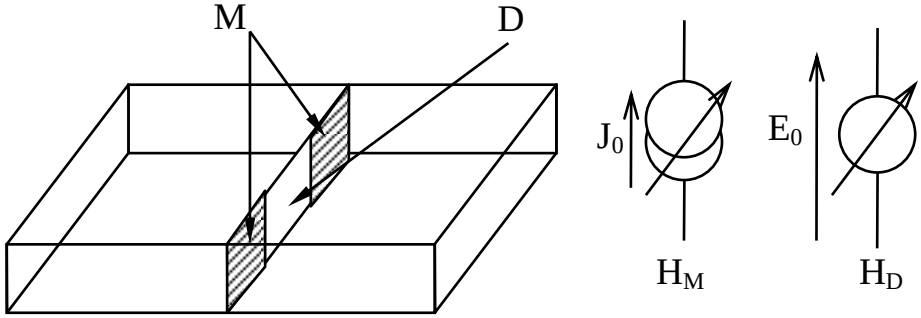


Figura 2.11. Discontinuitate şi sursele virtuale definite la nivelul său

Funcţiile de apartenenţă H_D şi H_M vor fi egale cu 1 în domeniul considerat (metal sau dielectric). Dielectricul va fi caracterizat de curent superficial nul în timp ce partea metalică va fi caracterizată de câmp electric transversal nul. Analitic acest lucru se scrie:

$$H_D J = 0; H_M E = 0 \tag{2.55}$$

În fiecare din cele două domenii una din mărimile caracteristice câmpului electromagnetic este nulă. Se va introduce în acel domeniu o sursă virtuală variabilă, de tipul diferit de cel al mărimii nule. Deci pe metal sursa virtuală va fi o sursă de curent iar în dielectric sursa virtuală va fi o sursă de tensiune. În cazul în care sursa virtuală introdusă va genera aceeaşi valoare care există deja în discontinuitate (câmp electric în dielectric sau densitate superficială de curent în metal), prezenţa sursei virtuale introduse nu va influenţa în nici un fel comportarea circuitului.

Sursele virtuale vor fi exprimate în baza funcţiilor de test amintite mai devreme:

$$J_t = \sum_n x_n g_n; E_t = \sum_n y_n g_n \tag{2.56}$$

Sursele virtuale sunt variabile în sensul că coeficienţii funcţiilor test vor fi modificaţi până când mărimile generate de aceste surse vor egala mărimile existente în circuit. Astfel o sursă de tensiune care generează o tensiune egală cu cea existentă la nivelul dielectricului nu va influenţa componenţa câmpului în discontinuitate, deci nu va absorbi şi nici nu va debita curent în circuit, îndeplinind astfel condiţia ca prin dielectric să avem un curent nul. Avem o funcţionare similară pentru sursa virtuală de curent introdusă la nivelul metalului. Astfel aceste surse virtuale vor fi surse de putere disipată nulă, neinfluenţând deci în nici un fel circuitul.

Avantajul introducerii funcţiilor de test şi a surselor virtuale stă în simplificarea calculului, mai ales în cazul utilizării metodelor numerice.

Astfel, îndeplinirea condiţiei ca sursa virtuală de tensiune să ofere acelaşi câmp electric ca cel existent efectiv la nivelul discontinuităţii ar fi destul de greu de verificat din moment ce câmpul electric nu este cunoscut. În schimb, variind coeficienţii funcţiilor de test şi modificând deci valoarea câmpului generat, vom putea verifica în permanenţă curentul generat de sursă, iar când obţinem curent nul, coeficienţii funcţiilor de test ne vor da valoarea câmpului electric la nivelul dielectricului în discontinuitate, deci ceea ce trebuia să determinăm (2.56), (2.57). Analog se foloseşte o sursă virtuală de curent.

$$E_D = E_t; J_M = J_t \tag{2.57}$$

Ca regulă generală, pentru o sursă virtuală, condiția care trebuie pusă este să avem mărimea duală nulă astfel ca în total să fie o sursă de putere disipată sau absorbită nulă.

De asemenea, deosebit de importantă este alegerea funcțiilor de test. Aceste funcții realizează o bază ortonormată deci oricum le vom alege vom putea găsi o descompunere a mărimii necunoscute (2.56) care să ne asigure îndeplinirea relației (2.57). În practică contează însă și convergența numerică, care se poate obține cu un număr mai mare sau mai mic de funcții de test. Din această cauză este important să alegem funcțiile de test astfel încât să îndeplinească condițiile la limită care caracterizează mediul pe care sunt definite (metal sau dielectric) și mărimea pe care o reprezintă (curent sau câmp electric). Ca urmare a acestui fapt, funcțiile de test vor fi asemănătoare ca reprezentare matematică cu bazele ortonormate din ghidurile omogene.

2.4. Metoda momentelor şi metoda lui Galerkin

Metoda momentelor urmăreşte rezolvarea unei ecuații de tipul [19],[20],[21],[22]:

$$\hat{L}\phi = f \tag{2.58}$$

Operatorul $\hat{L}$ poate fi ca un caz particular operatorul impedanță, sau poate fi reprezentat printr-o funcție integrală, cum ar fi de exemplu funcțiile Green.

Funcția necunoscută ϕ va fi descompusă în baza ortonormată a funcțiilor de test:

$$\phi = \sum_{n}^{\infty} x_n f_n \qquad f_n \text{ funcțiile de test} \tag{2.59}$$

În practică se foloseşte un număr finit de funcții de test, suficiente pentru obținerea unei erori mici.

$$\hat{L}\sum_{n}^{N} x_n f_n = f \tag{2.60}$$

Se multiplică ecuația (2.60) scalar la stânga cu fiecare din funcțiile de test $f_m, m = \overline{1, N}$, obținându-se N ecuații, necunoscutele fiind coeficienții funcțiilor de test:

$$\sum_{n}^{N} \left\langle f_m \hat{L} f_n \right\rangle x_n = \left\langle f_m f \right\rangle, \quad m = \overline{1, N} \tag{2.61}$$

sau matricial:

$$\left[\hat{L}\right] \cdot \left[X\right] = \left[f\right] \tag{2.62}$$

cu:

$$[X]=\begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}, [f]=\begin{bmatrix} \langle f_1, f \rangle \\ \vdots \\ \langle f_n, f \rangle \end{bmatrix}, \left[\hat{L}\right]_{mn} = \left\langle f_m \hat{L} f_n \right\rangle \tag{2.63}$$

Sistemul (2.62) poate fi rezolvat printr-o metodă oarecare, permiţând determinarea vectorului coeficienţilor X şi deci a mărimii necunoscute ϕ.

Metoda lui Galerkin reprezintă un caz particular a metodei momentelor [23], când funcţiile de test sunt identice cu funcţiile bazei.

Se prezintă în continuare un exemplu de aplicare a metodei lui Galerkin, pentru cazul particular al unei discontinuităţi într-un ghid metalic, cu modificarea dimensiunilor (figura 2.12.).

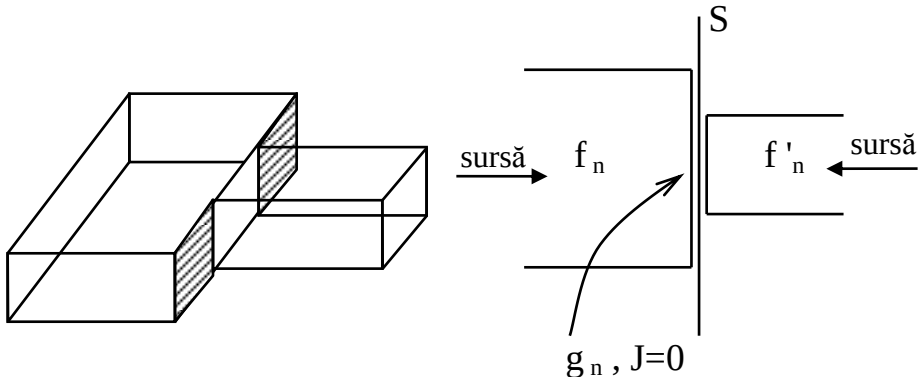


Figura 2.12. Discontinuitate prin modificarea secţiunii ghidului

În figura 2.12. se reprezintă structura, desenul simplificat cu definirea bazelor ortonormate în cele două ghiduri şi a funcţiilor de test pe dielectric. În figura 2.13 se reprezintă schema echivalentă ce conţine sursa virtuală de tensiune corespunzătoare funcţiilor de test.

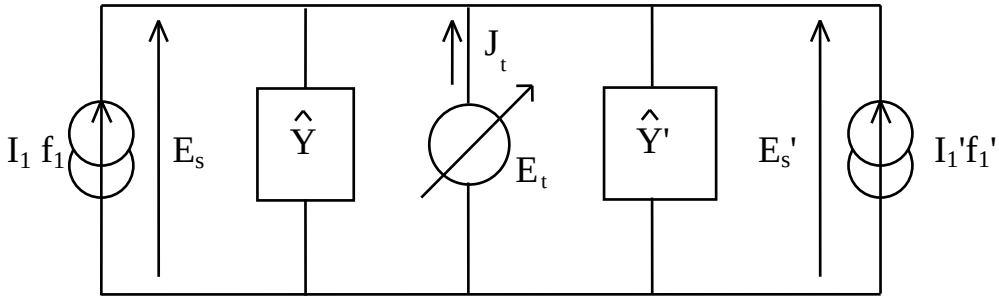


Figura 2.13. Schema electrică echivalentă

Sursele care sunt aplicate la intrările în cele două ghiduri sunt considerate surse de curent care excită modul fundamental. Ne interesează

câmpul electric care apare la nivelul suprafeței S de discontinuitate. Ecuațiile ce caracterizează structura se obțin direct din această schemă echivalentă:

$$\begin{cases} E_s = E_t \\ E_s' = E_t \\ J_t = -I_1 \cdot f_1 - I_1' \cdot f_1' + \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) E_t \end{cases} \tag{2.64}$$

sau matricial:

$$\begin{bmatrix} E_s \\ E_s' \\ J_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \cdot f_1 \\ I_1' \cdot f_1' \\ E_t \end{bmatrix} \tag{2.65}$$

Vom înmulți scalar la stânga prima linie cu f_1, a doua cu f_1' iar ultima linie pe rând cu toate funcțiile de test $g_p, p = \overline{1, N}$.

$$\begin{matrix} \langle f_1 | \rightarrow \\ \langle f_1' | \rightarrow \\ \langle g_p | \rightarrow \end{matrix} \begin{bmatrix} E_s \\ E_s' \\ J_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_1 \cdot f_1 \\ I_1' \cdot f_1' \\ E_t \end{bmatrix} \tag{2.66}$$

Din definiția funcțiilor de test vom avea:

$$E_t = \sum_{n=1}^{N} x_n \cdot g_n \tag{2.67}$$

$$J_t = 0 \rightarrow \langle g_p, J_t \rangle = 0 \tag{2.68}$$

Obținem (2.69):

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_1' \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \langle f_1, g_1 \rangle & \cdots & \langle f_1, g_N \rangle \\ 0 & 0 & \langle f_1', g_1 \rangle & \cdots & \langle f_1', g_N \rangle \\ -\langle g_1, f_1 \rangle & -\langle g_1, f_1' \rangle & \langle g_1 \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) g_1 \rangle & \cdots & \langle g_1 \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) g_N \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\langle g_N, f_1 \rangle & -\langle g_N, f_1' \rangle & \langle g_N \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) g_1 \rangle & \cdots & \langle g_N \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) g_N \rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1' \\ x_1 \\ \vdots \\ x_N \end{bmatrix}$$

Vom face notațiile (2.70) și obținem relația matricială (2.71):

$$\begin{bmatrix} \langle g_1, f_1 \rangle & \langle g_1, f_1' \rangle \\ \vdots & \vdots \\ \langle g_N, f_1 \rangle & \langle g_N, f_1' \rangle \end{bmatrix} = A, Y_{pq} = \langle g_p \left(\hat{Y} + \hat{Y}'\right) f_q \rangle,$$

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_1' \end{bmatrix} = V, \begin{bmatrix} I_1 \\ I_1' \end{bmatrix} = I \tag{2.70}$$

$$\begin{bmatrix} V \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A^t \\ -A & Y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I \\ X \end{bmatrix} \tag{2.71}$$

Obţinem câmpul electric pe suprafaţa de discontinuitate şi câmpul electric la intrare (sursele impun câmpul magnetic la intrarea în ghiduri).

$$X = Y^{-1}AI \tag{2.72}$$

$$V = A^t Y^{-1} AI \tag{2.73}$$

La analiza numerică cu metoda momentelor trebuie alese judicios numărul de moduri *M* şi cel al funcţiilor de test *N*, fără a se exagera însă. Nu întotdeauna mai multe moduri sau funcţii de test oferă rezultate mai precise. Studii amănunţite [24] arată că la depăşirea anumitor limite metoda poate deveni instabilă şi nu se mai regăseşte soluţia corectă.

Bibliografie

[1] Baudrand H., "Introduction au calcul des circuits microondes", Rotaprint ENSEEIHT, Toulouse 1993

[2] Baudrand H., "Introduction au calcul electromagnetique des structures guidantes", Rotaprint ENSEEIHT, Toulouse 1996

[3] Gupta K.C.; Bahl I.; Bhartia P; Garg R., "Microstrip Lines and Slotlines", 2nd ed., Artech House, 1996, ISBN 0-89006-766-X

[4] Sadiku M., "Elements of Electromagnetics", 3rd ed., Oxford University Press, 2000, ISBN 0-19-513477-X

[5] Harrington R., "Time - Harmonic Electromagnetic Fields", John Wiley & Sons Inc., 2001 (reprint), ISBN 0-471-20806-X

[6] Silver S. "Microwave Antenna Theory and Design", McGraw Hill, 1949, MIT Radiation Laboratory Series vol. 12, pp. 16-36, 200-238

[7] Konopinski E. "Electromagnetic fields and relativistic particles", McGraw Hill, 1981, ISBN 0-07-035264-X, pp. 237-278, 469-486

[8] Pinello, W.P.; Lee, R.; Cangellaris, A.C., "Finite element modeling of electromagnetic wave interactions with periodic dielectric structures", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 42, No. 12, 1994, pp. 2294-2301

[9] Whites, K.W.; Mittra, R., "Scattered field properties of symmetric periodic structures", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 42, No. 5, 1994, pp. 722 - 727

[10] Pozar D., "Microwave Engineering", 4th ed., John Wiley & Sons Inc., 2012, ISBN 978-0-470-63155-3

[11] Rothwell E.J; Cloud M.J.; "Electromagnetics", CRC Press, 2001, ISBN 0-8493-1397-X

[12] Matthaei G.; Young L.; Jones E., "Microwave Filters, Impedance Matching And Coupling Structures", Artech House, 1980 (reprint 1964), ISBN 0-89006-099-1, pp. 15-72
[13] Marcuvitz N. "Waveguide Handbook", Peter Peregrinus, Ltd, 1986, pp. 55-66, 101-178
[14] Montgomery C. G.; Dicke R. H.; Purcell E. M., "Principles of Microwave Circuits", McGraw-Hill, 1948, MIT Radiation Laboratory Series vol. 8, pp. 1-82
[15] Garcia-Castillo, L.E.; Salazar-Palma, M.; Sarkar, T.K.; Adve, R.S., "Efficient solution of the differential form of Maxwell's equations in rectangular regions", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 43, No. 3, 1995, pp. 647-654
[16] Golio M. "The RF and Microwave Handbook", CRC Press, 2001, ISBN 0-8493-8592-X, pp. 1070-1294
[17] Booton R., "Computational Methods For Electromagnetics And Microwaves", John Wiley & Sons Inc., 1992, ISBN 0-471-52804-8
[18] Aubert, H.; Souny, B.; Baudrand, H., "Origin and avoidance of spurious solutions in the transverse resonance method", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 41, No. 3, 1993, pp. 450-456
[19] Swanson D.; Hoefer W.R., "Microwave Circuit Modeling Using Electromagnetic Field Simulation", Artech House, 2003, ISBN 1-58053-308-6
[20] Tsang L.; Kong J.A.; Ding K.H., "Scattering of Electromagnetic Waves: Theories and Applications", John Wiley & Sons Inc., 2000, ISBN 0-471-38799-1
[21] Tsang L.; Kong J.A.; Ding K.H; Ao C.O., "Scattering of Electromagnetic Waves: Numerical simulations", John Wiley & Sons Inc., 2001, ISBN 0-471-38800-9
[22] Tsay, W.-J.; Aberle, J.T., "Analysis of a microstrip line terminated with a shorting pin", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 40, No. 4, 1992, pp. 645-651
[23] Sadiku M., "Numerical Techniques In Electromagnetics", CRC Press, 2001, ISBN 0-8493-1395-3
[24] Shung Wu Lee; Jones, W.R.; Campbell, J.J., "Convergence of Numerical Solutions of Iris-Type Discontinuity Problems", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 19, No. 6, 1971, pp. 528- 536

Capitolul III
Analiza unei structuri periodice prin metoda Galerkin

3.1. Definirea problemei

Scopul acestui capitol va fi studierea fenomenului de difracţie a undelor electromagnetice pe structuri metalice periodice în formă de bară rectangulară (figura 3.1.). Această problemă a fost generată de necesitatea studierii efectului structurilor tip **via-hole** [1]. Acestea sunt găuri metalizate pentru interconectarea planului de masă în circuitele integrate de microunde realizate în tehnologie multistrat. O problemă de interes ar fi utilizarea acestor găuri, care sunt necesare din alte motive, pentru ecranarea unei anumite părţi a circuitului [2],[3].

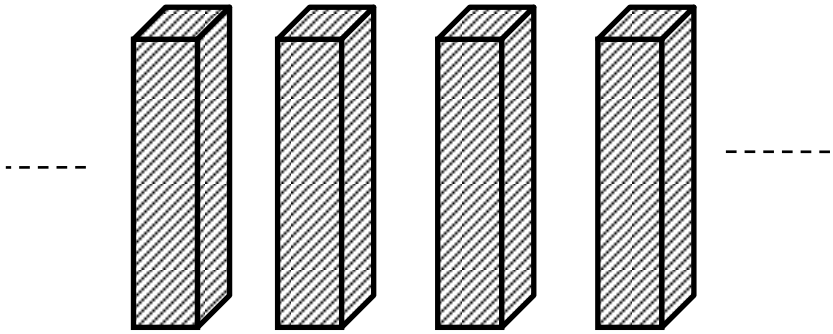


Figura 3.1. Structura metalică periodică

Modelarea unei astfel de structuri va fi realizată folosind teorema lui Floquet (2.11). Datorită periodicităţii structurii vom putea realiza analiza asupra structurii de bază, şi anume două bare împreună cu spaţiul liber dintre ele. Periodicitatea fizică va induce şi periodicitatea câmpului electromagnetic, deci vom putea extinde rezultatele găsite la întreaga structură.

Descompunerea structurii în elementul elementar o vom face cu ajutorul pereţilor periodici. Ca şi pereţii magnetici, aceştia sunt nişte elemente fictive, introduse din motive de simplificare a calculelor, definite de relaţia (2.11) [4]. Astfel pereţii periodici vor fi plane care vor despărţi total structura elementară de restul spaţiului, realizând o structură de tip ghid, caracterizată de condiţiile la limită:

$$\Phi(x+a)=\Phi(x)\cdot e^{-j\cdot\theta} \tag{3.1}$$

aplicabile atât câmpului electric cât şi câmpului magnetic.

Vom realiza deci analiza pe structura din figura 3.2., modelând această structură cu o schemă electrică de tip cuadripol.

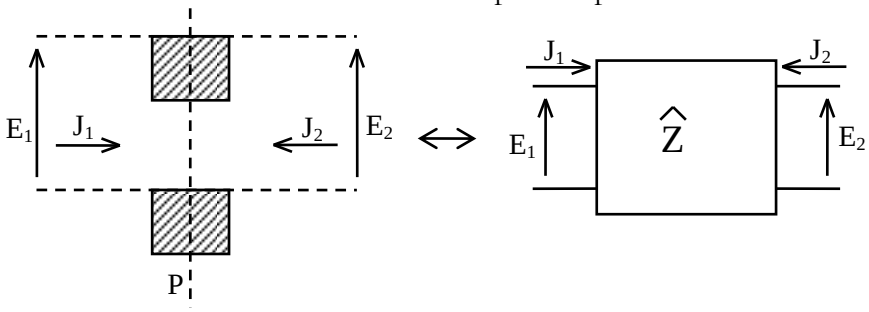


Figura 3.2. Structura analizată şi cuadripolul echivalent

Cuadripolul Z va reprezenta structura şi va fi caracterizat de relaţia:

$$\begin{bmatrix} E_1 \\ E_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_1 & Z_2 \\ Z_2 & Z_1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \end{bmatrix} \tag{3.2}$$

Vom putea să determinăm apoi matricea de repartiţie:

$$S = (z+1)^{-1} \cdot (z-1) \tag{3.3}$$

unde z este matricea Z redusă:

$$z = \frac{1}{\sqrt{Z_M}} \cdot Z \cdot \frac{1}{\sqrt{Z_M}} = Y_M \cdot Z \tag{3.4}$$

Structura din figura 3.2. este simetrică ceea ce permite scrierea relaţiei (3.2) în care matricea Z este simetrică şi reciprocă. Mai mult, simetria ne va permite să simplificăm şi mai mult analiza [5], considerând soluţia generală obţinută prin suprapunerea soluţiei găsite în simetria pară şi cea găsită prin considerarea simetriei impare:

$$Z_1 = \frac{Z_{\text{par}} + Z_{\text{impar}}}{2},\ Z_2 = \frac{Z_{\text{par}} - Z_{\text{impar}}}{2} \tag{3.5}$$

Pentru modul simetric, planul de simetrie P va fi un perete magnetic iar pentru modul antisimetric P va fi un perete electric. În ambele cazuri, impedanţele văzute dinspre sursă vor fi mult mai uşor de calculat, spaţiul dintre cele două bare fiind un ghid cu pereţi metalici semiinfinit, cu un scurtcircuit magnetic sau electric la capătul său.

3.2. Aplicarea metodei lui Galerkin

Vom considera axele sistemului rectangular de coordonate şi dimensiunile definite ca în figura 3.3., iar schema electrică echivalentă ca în figura 3.4.

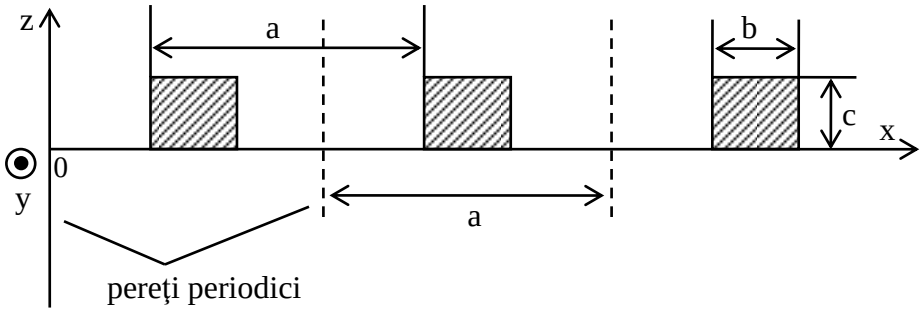


Figura 3.3. Definirea coordonatelor

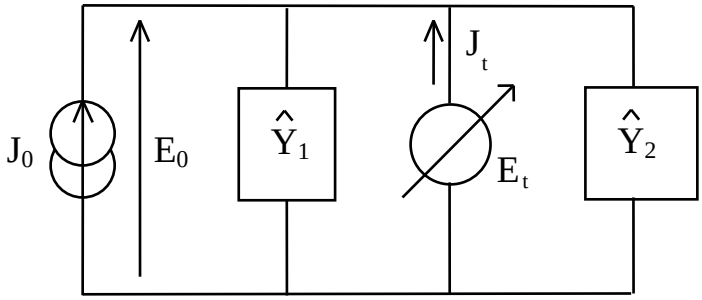


Figura 3.4. Schema electrică echivalentă

Schema electrică echivalentă este caracterizată de relaţiile:

$$\begin{cases} E_0 = E_t \\ J_0 + J_t = \left(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2\right) \cdot E_0 \end{cases} \tag{3.6}$$

deci trebuie rezolvat sistemul:

$$\begin{bmatrix} E_0 \\ J_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & \hat{Y}_1 + \hat{Y}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_0 \\ E_t \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

Aplicăm metoda lui Galerkin alegând ca bază în primul ghid (semiinfinit cu pereţi periodici) baza f_n, în al doilea ghid (semiinfinit cu pereţi metalici şi scurtcircuitat la distanţa c/2, electric sau magnetic) baza g_n, iar ca funcţii de test vom alege setul g_n, ceea ce va înlesni calculele numerice, după cum se va vedea în continuare.

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \langle f_1, g_1 \rangle & \cdots & \langle f_1, g_n \rangle \\ -\langle g_1, f_1 \rangle & \left\langle g_1 \left(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2\right) g_1 \right\rangle & \cdots & \left\langle g_1 \left(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2\right) g_n \right\rangle \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\langle g_n, f_1 \rangle & \left\langle g_n \left(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2\right) g_1 \right\rangle & \cdots & \left\langle g_n \left(\hat{Y}_1 + \hat{Y}_2\right) g_n \right\rangle \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_2 \end{bmatrix} \tag{3.8}$$

S-a considerat că unda electromagnetică incidentă pe structura periodică este modelată cu o sursă <u>reală</u> de curent, care excită numai modul fundamental. Va fi o sursă reală în care admitanţa $\hat{Y}_1$ va modela atenuarea modurilor superioare. Deci pentru a determina impedanţa văzută de sursă în modul fundamental vom calcula:

$$\begin{bmatrix} V_0 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & A^{t*} \\ -A & Y \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_0 \\ X \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} V_0 = A^{t*} \cdot X \\ 0 = -A \cdot I_0 + Y \cdot X \end{cases} \tag{3.9}$$

$$Z_0 = \frac{V_0}{I_0} = A^{t*} \cdot Y^{-1} \cdot A \tag{3.10}$$

Impedanţa calculată cu (3.10) va fi fie Z_{par} fie Z_{impar} în (3.5).

Matricea Y care apare în (3.10) va fi determinată de:

$$Y_{pq} = Y_{pq}^1 + Y_{pq}^2 \tag{3.11}$$

În primul ghid operatorul admitanţă va fi dat de impedanţa de mod:

$$\hat{Y}_1 = \sum_{n>1} | f_n \rangle Y_{Mn}^1 \langle f_n | \tag{3.12}$$

$$Y_{pq}^1 = \sum_{n=2}^{m} \langle g_p, f_n \rangle Y_{Mn}^1 \langle f_n, g_q \rangle = \sum_{n=2}^{m} Y_{Mn}^1 \langle g_p, f_n \rangle \langle g_q, f_n \rangle^* \tag{3.13}$$

În al doilea ghid operatorul admitanţă va fi dat de admitanţa unui ghid scurtcircuitat (electric sau magnetic) la distanţa c/2, admitanţă ce o putem afla cu relaţia generală (3.14).

$$Y_n^2 = Y_{Mn}^2 \cdot \frac{Y_0 + j \cdot Y_{Mn}^2 \cdot tg k \cdot l}{Y_{Mn}^2 + j \cdot Y_0 \cdot tg k \cdot l} \tag{3.14}$$

În modul simetric avem un perete magnetic la distanţa c/2:

$$Y_n^2 = j \cdot Y_{Mn}^2 \cdot \mathrm{tg}\left(k \cdot \frac{c}{2} \right) \tag{3.15}$$

În modul antisimetric avem un perete electric la distanţa c/2:

$$Y_n^2 = j \cdot Y_{Mn}^2 \cdot \mathrm{ctg}\left(k \cdot \frac{c}{2} \right) \tag{3.16}$$

$$Y_{pq}^2 = \sum_{n=1}^{m} \langle g_p, g_n \rangle Y_n^2 \langle g_n, g_q \rangle = Y_p^2 \cdot \delta_{pq} \tag{3.17}$$

Se observă avantajul utilizării ca funcţii de test a bazei din ghidul al doilea, şi anume matricea Y corespunzătoare celui de-al doilea ghid rezultă diagonală.

$$Y_{pq} = \sum_{n=2}^{m} Y_{Mn}^1 \langle g_p, f_n \rangle \langle g_q, f_n \rangle^* + Y_n^2 \cdot \delta_{pq} \tag{3.18}$$

3.3. Bazele în ghidul periodic

În ghidul periodic condiţiile la limită vor fi cele date de ecuaţia (3.1). Considerând propagarea după direcţia OZ obţinem forma generală a soluţiei ecuaţiei lui Helmholtz:

$$\Phi = C \cdot e^{-j \cdot \beta_x \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta_y \cdot y} \cdot e^{-j \cdot (k \cdot z - \omega \cdot t)} \tag{3.19}$$

Impunând condiţia de defazaj constant (3.1) obţinem:

$$e^{-j \cdot \beta_x \cdot a} = e^{-j \cdot \theta} \rightarrow \beta_x = \beta'_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a} \tag{3.20}$$

deci modurile în ghidul periodic vor fi date de:

$$\Phi_n = C \cdot e^{-j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right) \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta_y \cdot y} \cdot e^{-j \cdot (k \cdot z - \omega \cdot t)} \tag{3.21}$$

Pentru modurile TE funcţia generatoare va fi H_z.

$$E_x = -K \cdot \frac{\partial H_z}{\partial y} = C \cdot j \cdot \beta_y \cdot e^{-j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right) \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta_y \cdot y} \cdot e^{-j \cdot (k \cdot z - \omega \cdot t)}$$

$$E_y = K \cdot \frac{\partial H_z}{\partial x} = -C \cdot j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right) \cdot e^{-j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right) \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta_y \cdot y} \cdot e^{-j \cdot (k \cdot z - \omega \cdot t)}$$

Baza ortogonală va rezulta:

$$f_n = \begin{bmatrix} j \cdot \beta_y \cdot e^{-j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right) \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta_y \cdot y} \\ -j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right) \cdot e^{-j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right) \cdot x} \cdot e^{-j \cdot \beta_y \cdot y} \end{bmatrix} \cdot C \tag{3.22}$$

Punem condiţia de bază ortonormată:

$$\langle f_n, f_n \rangle = \int_0^a \left(f_n^*\right)^t \cdot f_n \, dx = \int_0^a j \cdot C^2 \cdot \left[\beta_y^2 + \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right)^2\right] dx = 1$$

$$C = \frac{1}{j \cdot \sqrt{a} \sqrt{\beta_y^2 + \left(\beta_x + \frac{2 \cdot n \cdot \pi}{a}\right)^2}} \tag{3.23}$$

Se obţine baza ortonormată în ghidul periodic:

$$f_n^{TE} = \begin{bmatrix} \dfrac{\beta_y}{\sqrt{a}\sqrt{\beta_y^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot \pi}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y} \\ -\dfrac{\left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot \pi}{a}\right)}{\sqrt{a}\sqrt{\beta_y^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot \pi}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y} \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

şi analog pentru modurile TM:

$$f_n^{TM} = \begin{bmatrix} \dfrac{\left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot \pi}{a}\right)}{\sqrt{a}\sqrt{\beta_y^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot p}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y} \\ \dfrac{\beta_y}{\sqrt{a}\sqrt{\beta_y^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot \pi}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y} \end{bmatrix} \tag{3.25}$$

Constanta de propagare va fi:

$$\gamma_n^2 = \left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot \pi}{a}\right)^2 + \beta_y^2 - k_0^2\cdot\varepsilon_r \tag{3.26}$$

Presupunem că unda incidentă se propagă după o direcţie care face unghiurile θ şi ϕ cu axa OZ respectiv OX. Ştiind ecuaţia generală de propagare a undei (vectorul $\vec{k}$ va indica direcţia de propagare), vom putea găsi valorile constantelor pentru un anumit unghi de incidenţă:

$$\Phi = C\cdot e^{-j\cdot\left(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega\cdot t\right)} = C\cdot e^{-j\cdot\beta_x\cdot x}\cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y}\cdot e^{-j\cdot k\cdot z}\cdot e^{j\cdot\omega\cdot t} \tag{3.27}$$

$$\begin{cases} \beta_x = \sqrt{\omega^2\cdot\varepsilon\cdot\mu}\cdot\sin\theta\cdot\cos\phi \\ \beta_y = \sqrt{\omega^2\cdot\varepsilon\cdot\mu}\cdot\sin\theta\cdot\sin\phi \\ k = \sqrt{\omega^2\cdot\varepsilon\cdot\mu}\cdot\cos\theta \end{cases} \tag{3.28}$$

Pentru baza din ghidul al doilea g_n sunt valabile rezultatele de la [2.1.4.1].

3.4. Structură bidimensională

Dacă am făcut analiza pentru structura de bare verticale, unidimensională, se poate foarte uşor analiza pentru o structură bidimensională, tip grilă, figura 3.5.

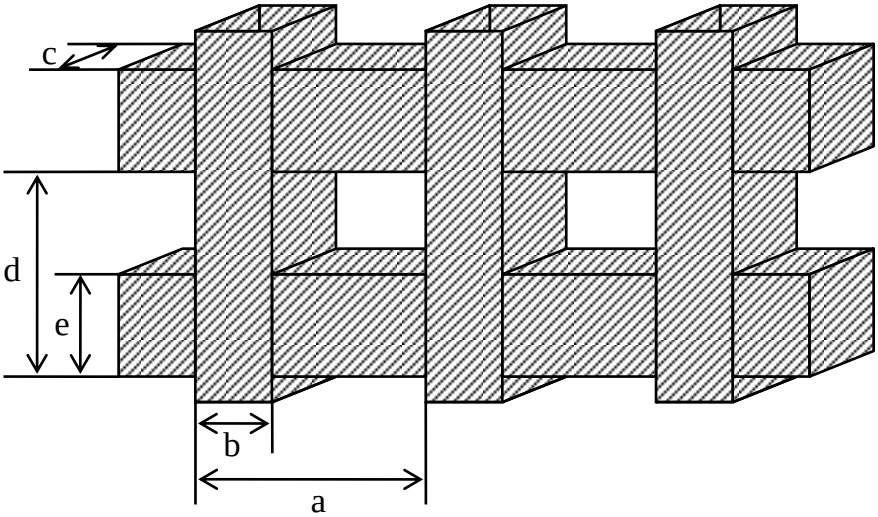


Figura 3.5. Structura de tip grilă

O astfel de structură nu prea poate fi întâlnită în interiorul circuitelor integrate, însă studiul ei este utilă deoarece se pot realiza ecrane sub formă de plasă, eventual poate fi folosită ca reflector în antene.

Analiza structurii nu se modifică esenţial, singura deosebire apărând la nivelul ghidurilor echivalente, structura fiind acum periodică după două direcţii (OX şi OY). Vom avea primul ghid rectangular cu pereţi periodici iar al doilea rectangular cu pereţi metalici. Singura modificare în analiza numerică va apărea la realizarea funcţiilor bazelor şi a funcţiilor de test astfel:

$$f_{nm}^{TE} = \left[\begin{array}{l} \dfrac{\left(\beta_y + \dfrac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)}{\sqrt{a\cdot d}\sqrt{\left(\beta_y + \dfrac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\left(\beta_y + \frac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)\cdot y} \\ -\dfrac{\left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)}{\sqrt{a\cdot d}\sqrt{\left(\beta_y + \dfrac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\left(\beta_y + \frac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)\cdot y} \end{array} \right]$$

(3.29)

$$f_{nm}^{TM} = \begin{bmatrix} \dfrac{\left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)}{\sqrt{a\cdot d}\sqrt{\left(\beta_y + \dfrac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\left(\beta_y + \frac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)\cdot y} \\ \dfrac{\left(\beta_y + \dfrac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)}{\sqrt{a\cdot d}\sqrt{\left(\beta_y + \dfrac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)^2}} e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\left(\beta_y + \frac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)\cdot y} \end{bmatrix}$$

(3.30)

Constanta de propagare va fi:

$$\gamma_{nm}^2 = \left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)^2 + \left(\beta_y + \frac{2\cdot m\cdot\pi}{d}\right)^2 - k_0^2\cdot\varepsilon_r \qquad (3.31)$$

$$g_{nm}^{TE} = \begin{bmatrix} \sqrt{\dfrac{\tau_{mn}}{(a-b)\cdot(d-e)}} \dfrac{\dfrac{m\cdot\pi}{d-e}}{\sqrt{\left(\dfrac{m\cdot\pi}{d-e}\right)^2 + \left(\dfrac{n\cdot\pi}{a-b}\right)^2}} \cos\dfrac{n\cdot\pi\cdot x}{a-b}\cdot\sin\dfrac{m\cdot\pi\cdot y}{d-e} \\ -\sqrt{\dfrac{\tau_{mn}}{(a-b)\cdot(d-e)}} \dfrac{\dfrac{n\cdot\pi}{a-b}}{\sqrt{\left(\dfrac{m\cdot\pi}{d-e}\right)^2 + \left(\dfrac{n\cdot\pi}{a-b}\right)^2}} \sin\dfrac{n\cdot\pi\cdot x}{a-b}\cdot\cos\dfrac{m\cdot\pi\cdot y}{d-e} \end{bmatrix} \qquad (3.32)$$

$$g_{nm}^{TM} = \begin{bmatrix} \sqrt{\dfrac{\tau_{mn}}{(a-b)\cdot(d-e)}} \dfrac{\dfrac{n\cdot\pi}{a-b}}{\sqrt{\left(\dfrac{m\cdot\pi}{d-e}\right)^2 + \left(\dfrac{n\cdot\pi}{a-b}\right)^2}} \cos\dfrac{n\cdot\pi\cdot x}{a-b}\cdot\sin\dfrac{m\cdot\pi\cdot y}{d-e} \\ -\sqrt{\dfrac{\tau_{mn}}{(a-b)\cdot(d-e)}} \dfrac{\dfrac{m\cdot\pi}{d-e}}{\sqrt{\left(\dfrac{m\cdot\pi}{d-e}\right)^2 + \left(\dfrac{n\cdot\pi}{a-b}\right)^2}} \sin\dfrac{n\cdot\pi\cdot x}{a-b}\cdot\cos\dfrac{m\cdot\pi\cdot y}{d-e} \end{bmatrix} \qquad (3.33)$$

Constanta de propagare este:

$$\gamma_{nm}^2 = \left(\frac{n\cdot\pi}{a-b}\right)^2 + \left(\frac{m\cdot\pi}{d-e}\right)^2 - k_0^2\cdot\varepsilon_r \qquad (3.34)$$

Mai pare o modificare datorată faptului că nu se poate utiliza o infinitate de moduri pentru realizarea analizei. În cazul structurilor

anterioare, alegerea primelor m moduri era suficientă deoarece odată cu creşterea lui m scădea constanta de propagare pentru modurile propagative şi creştea cea pentru modurile evanescente. În cazul structurii bidimensionale va trebui să luăm în calcul primele m moduri care sunt importante în privinţa efectului, deci modurile cu constanta de propagare cea mai mare (propagativă) sau cea mai mică (evanescentă).

Practic acest lucru se realizează cu un vector auxiliar *K* cu m elemente, care va reţine constantele de propagare pentru primele m moduri:

$$K(pos) = [i, j, k] \tag{3.35}$$

$$K(poz)_k < K(poz+1)_k \tag{3.36}$$

$$K(poz) = \left[m, n, \left(\frac{m \cdot \pi}{d-e}\right)^2 + \left(\frac{n \cdot \pi}{a-b}\right)^2 - k_0^2 \cdot \varepsilon_r \right] \tag{3.37}$$

Se vor ordona deci modurile în ordinea descrescătoare a aptitudinii lor de a se propaga.

Se modifică şi modul de a calcula operatorii admitanţă:

$$\hat{Y}_1 = \sum_{poz=1}^{m} \left| f_{K(poz)_i, K(poz)_j} \right\rangle Y_{M_{K(poz)_i, K(poz)_j}} \left\langle f_{K(poz)_i, K(poz)_j} \right| \tag{3.38}$$

$$Y_{M_{K(poz)_i, K(poz)_j}} = \frac{K(poz)_k}{j \cdot \omega \cdot \mu} = \frac{j \cdot \omega \cdot \varepsilon}{K(poz)_k} \tag{3.39}$$

3.5. Aspecte practice ale rezolvării numerice

Pentru a găsi impedanţa văzută de sursă în modul fundamental, avem de rezolvat ecuaţia (3.10). Dezavantajul rezolvării acestei ecuaţii constă în faptul că avem de calculat inversa unei matrici, ceea ce necesită N^3 operaţii lungi (înmulţiri, împărţiri). Vom prefera metoda descompunerii LU pentru rezolvarea unui sistem liniar, ceea ce va permite să reducem de 3 ori timpul de calcul necesar. Practic se realizează următorul algoritm:

1. Realizarea matricilor A şi Y.
2. Rezolvarea prin metoda descompunerii LU a sistemului $Y \cdot X = A$.
3. Determinarea valorii impedanţei $Z_0 = A^{t*} \cdot X$.
4. Z_0 reprezintă valoarea Z_{par}.
5. Se reiau punctele 1÷3 pentru aflarea Z_{impar}.

6. Determinarea matricilor Z şi S.

În legătură cu figura 3.6. vom analiza modul în care alegerea originii axei OX influenţează rezultatul final. Funcţiile bazei din primul ghid vor fi:

$$f_n' = C \cdot e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y} \tag{3.40}$$

O altă alegere a originii rezultă în următoarea bază:

$$f_n = C \cdot e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot(x - x_0)} \cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y} = C \cdot e^{-j\cdot\left(\beta_x + \frac{2\cdot n\cdot\pi}{a}\right)\cdot x} \cdot e^{-j\cdot\beta_y\cdot y} \cdot e^{j\cdot K_n}$$

$$f_n = f_n' \cdot e^{j\cdot K_n} \tag{3.41}$$

Elementele corespunzătoare din matricea Y vor fi:

$$Y_{pq}' = \sum_{n=2}^{m} Y_{Mn}^1 \langle g_p, f_n \rangle \langle g_q, f_n \rangle^*$$

$$Y_{pq}' = \sum_{n=2}^{m} Y_{Mn}^1 \langle g_p, f_n' \rangle e^{j\cdot K_n} \langle g_q, f_n' \rangle^* e^{-j\cdot K_n}$$

$$Y_{pq} = Y_{pq}' \tag{3.42}$$

Matricea A este afectată astfel:

$$a_p = \langle g_p, f_1 \rangle = \langle g_p, f_1' \rangle \cdot e^{j\cdot K_1} = a_p' \cdot e^{j\cdot K_1}$$

$$Z_0 = e^{-j\cdot K_1} \cdot (A')^{t*} \cdot (Y')^{-1} \cdot A' \cdot e^{j\cdot K_1} = Z_0' \tag{3.43}$$

Relaţiile (3.42) şi (3.43) indică faptul că alegerea particulară a originii nu influenţează rezultatul final. Vom adopta alegerea particulară din figura 3.6.

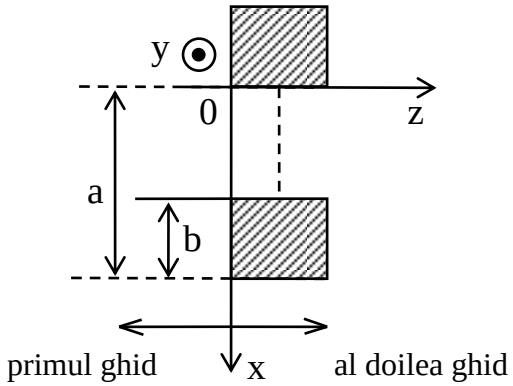


Figura 3.6. Alegerea originii axei OX

De asemenea vom demonstra că indicele modului fundamental poate fi ales de orice valoare întreagă. Dacă alegem modul fundamental pentru

$n = n_0$ obţinem relaţia $\beta_x + \frac{2 \cdot n_0 \cdot \pi}{a} = \omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \sin\theta \cdot \cos\phi$. Modul fundamental va avea constanta de propagare $\gamma_{n_0} = -\omega^2 \cdot \varepsilon \cdot \mu \cdot \cos\theta$ indiferent de valoarea lui n_0 deci vom alege convenţional $n_0 = 0$.

Pentru câteva observaţii legate de realizarea numerică a calculelor vom detalia calculul produselor scalare:
(3.44):

$$\left\langle g_p, f_q \right\rangle^{TE} = K \cdot \left[-j \cdot \beta_y^2 \cdot \sqrt{\tau_p} \int_0^{a-b} \cos(p) \cdot \exp(q) \cdot dx + \cdots \right.$$

$$\left. \cdots + \frac{p \cdot \pi}{a-b} \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right) \cdot \sqrt{2} \cdot \int_0^{a-b} \sin(p) \cdot \exp(q) \cdot dx \right]$$

$$\left\langle g_p, f_q \right\rangle^{TM} = K \cdot \left[\frac{p \cdot \pi}{a-b} \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right) \cdot \sqrt{\tau_p} \int_0^{a-b} \cos(p) \cdot \exp(q) \cdot dx + \cdots \right.$$

$$\left. \cdots + j \cdot \beta_y^2 \cdot \sqrt{2} \cdot \int_0^{a-b} \sin(p) \cdot \exp(q) \cdot dx \right]$$

cu notaţiile (3.45):

$$\begin{cases} \mathrm{K} = \dfrac{1}{\sqrt{a \cdot (a-b)} \sqrt{\beta_y^2 + \left(\dfrac{p \cdot \pi}{a-b} \right)^2} \sqrt{\beta_y^2 + \left(\beta_x + \dfrac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right)^2}} \\ \cos(p) = \cos\left(\dfrac{p \cdot \pi}{a-b} \cdot x \right) \quad \sin(p) = \sin\left(\dfrac{p \cdot \pi}{a-b} \cdot x \right) \\ \exp(q) = e^{-j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right) \cdot x} = \cos\left(\beta_x + \dfrac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right) \cdot x - j \cdot \sin\left(\beta_x + \dfrac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right) \cdot x \end{cases}$$

Se observă că relaţiile sunt asemănătoare. Dacă vom realiza simultan calculele pentru modurile TE şi TM vom realiza o economie importantă la timpul de simulare calculând o singură dată constanta *K* şi integralele din (3.44). Integralele le vom calcula analitic.

(3.46):

$$\begin{cases} \int_0^{a-b} \cos(p)\cdot\cos(q)\cdot dx = \left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)\cdot\frac{(-1)^p\cdot\sin\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)(a-b)}{\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{p\cdot\pi}{a-b}\right)^2} \\ \int_0^{a-b} \cos(p)\cdot\sin(q)\cdot dx = -\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)\cdot\frac{(-1)^p\cdot\cos\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)(a-b)-1}{\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{p\cdot\pi}{a-b}\right)^2} \\ \int_0^{a-b} \sin(p)\cdot\cos(q)\cdot dx = \left(\frac{p\cdot\pi}{a-b}\right)\cdot\frac{(-1)^p\cdot\cos\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)(a-b)-1}{\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{p\cdot\pi}{a-b}\right)^2} \\ \int_0^{a-b} \sin(p)\cdot\sin(q)\cdot dx = \left(\frac{p\cdot\pi}{a-b}\right)\cdot\frac{(-1)^p\cdot\sin\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)(a-b)}{\left(\beta_x + \frac{2\cdot q\cdot\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{p\cdot\pi}{a-b}\right)^2} \end{cases}$$

Pentru cazul în care avem modul TM şi modul fundamental $n_0 = 0$ vom avea funcțiile generatoare în ghidul metalic semiinfinit:

$$\begin{cases} E_z = C\cdot\sin\frac{n_0\cdot\pi\cdot x}{a-b} \\ H_z = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} E_z = 0 \\ H_z = 0 \end{cases} \tag{3.47}$$

Vom avea un mod TEM, soluțiile fiind:

$$\vec{E} = \begin{cases} E_0\cdot e^{-j\cdot k_0\cdot z} \\ 0 \\ 0 \end{cases} \qquad \vec{H} = \begin{cases} 0 \\ E_0\cdot\sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu_0}}\cdot e^{-j\cdot k_0\cdot z} \\ 0 \end{cases} \tag{3.48}$$

Funcția din baza ortonormată a modurilor va fi în acest caz:

$$g_0^{TM} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{3.49}$$

iar produsul scalar corespunzător:

$$\langle g_0, f_q \rangle = \frac{j \cdot \left(e^{-j \cdot \left(\beta_x + \frac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right) \cdot (a-b)} - 1 \right)}{\sqrt{a} \sqrt{\beta_y^2 + \left(\beta_x + \frac{2 \cdot q \cdot \pi}{a} \right)^2}} \tag{3.50}$$

Constanta de propagare pentru modul TEM va fi:

$$\gamma_0^{TEM} = j \cdot \omega \cdot \sqrt{\varepsilon \cdot \mu} \tag{3.51}$$

iar admitanţa de mod:

$$Y_0^2 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \tag{3.52}$$

Vom mai face câteva observaţii care vor rezulta în economii importante în timp de calcul.

Diferenţa între valorile matricii Y pentru modul simetric şi modul antisimetric se regăseşte numai la nivelul vectorului diagonal introdus de cel de-al doilea ghid.

$$Y_{pq} = \sum_{n>0}^{m} Y_{Mn}^1 \cdot \langle g_p, f_n \rangle \cdot \langle g_q, f_n \rangle^* + Y_p^2 \cdot \delta_{pq}$$

Vom calcula primul termen o singură dată urmând ca apoi să obţinem:

$$Y_{par} = Y^1 + diag\left(Y_{par}^2\right); Y_{impar} = Y^1 + diag\left(Y_{impar}^2\right) \tag{3.53}$$

În sfârşit vom urmări modul de calcul pentru matricea Y^1.

$$Y_{pq}^1 = \sum_{n=1}^{m} Y_{Mn}^1 \langle g_p, f_n \rangle \langle g_q, f_n \rangle^*$$

$$Y_{qp}^1 = \sum_{n=1}^{m} Y_{Mn}^1 \langle g_q, f_n \rangle \langle g_p, f_n \rangle^* = \sum_{n=1}^{m} Y_{Mn}^1 \left(\langle g_p, f_n \rangle \langle g_q, f_n \rangle^* \right)^*$$

Facem notaţiile:

$$S_1 = \sum_{\substack{n=1 \\ \mathrm{Im}(Y_{Mn})=0}}^{m} \mathrm{Re}\left(Y_{Mn}^1\right) \langle g_q, f_n \rangle \langle g_p, f_n \rangle^*$$

$$S_2 = \sum_{\substack{n=1 \\ \mathrm{Re}(Y_{Mn})=0}}^{m} \mathrm{Im}\left(Y_{Mn}^1\right) \langle g_q, f_n \rangle \langle g_p, f_n \rangle^*$$

şi obţinem:

$$Y_{pq}^1 = S_1 + j \cdot S_2 \quad ; \quad Y_{qp}^1 = S_1^* + j \cdot S_2^* \tag{3.54}$$

Relaţia (3.54) arată că putem obţine partea triunghiulară inferioară şi partea triunghiulară superioară realizând calculele intermediare în două variabile separate.

3.6. Convergenţa numerică

O analiză numerică nu poate fi considerată ca fiind corectă până când nu se face o analiză a convergenţei algoritmului deoarece un rezultat se poate obţine oricând însă trebuie luate precauţii la validarea lui.

În cazul sistemului descris în 3.1 importantă este determinarea numărului de moduri şi de funcţii de test care trebuie luat în considerare. Rezultatele numerice ar fi întotdeauna valabile dacă s-ar putea folosi întreaga bază din ghiduri şi cea a funcţiilor de test, ceea ce este imposibil deoarece aceste baze sunt infinite. Acest lucru este similar situaţiei care apare la utilizarea seriilor Fourier (figura 3.7.).

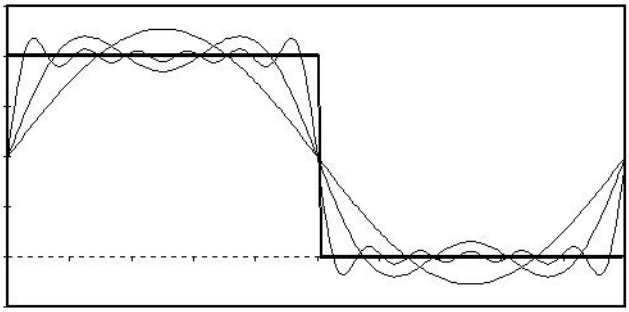


Figura 3.7. Analogie cu analiza prin serii Fourier

Trebuie determinat numărul de armonici (numărul de moduri şi numărul de funcţii de test) care oferă o eroare suficient de mică încât să considerăm bună analiza pe care am făcut-o sistemului.

Pentru a realiza o analiză a stabilităţii algoritmului folosit vom adopta două strategii. Pentru a vedea dependenţa convergenţei de numărul de moduri vom păstra constant numărul de funcţii de test şi vom varia continuu numărul de moduri urmărind modificarea modulului coeficientului de transfer. Similar vom realiza analiza convergenţei numerice în funcţie de numărul de funcţii de test. În ambele situaţii vom păstra frecvenţa constantă, la o valoarea în domeniul de interes şi anume 1GHz.

Prezentăm mai întâi analiza pentru modul TE al sursei de la intrare (figurile 3.8. şi 3.9.) apoi aceleaşi caracteristici şi pentru modul TM (figurile 3.10. şi 3.11.).

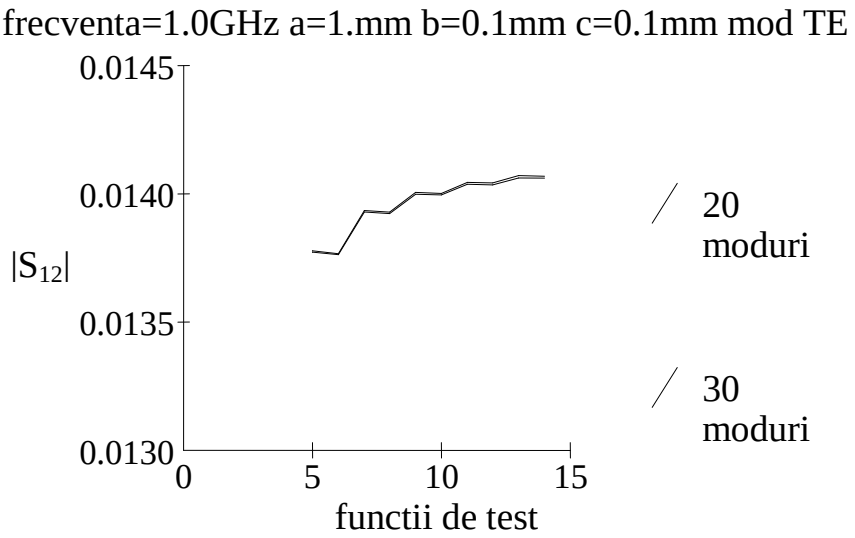


Figura 3.8. Analiza convergenţei la variaţia funcţiilor de test (TE)

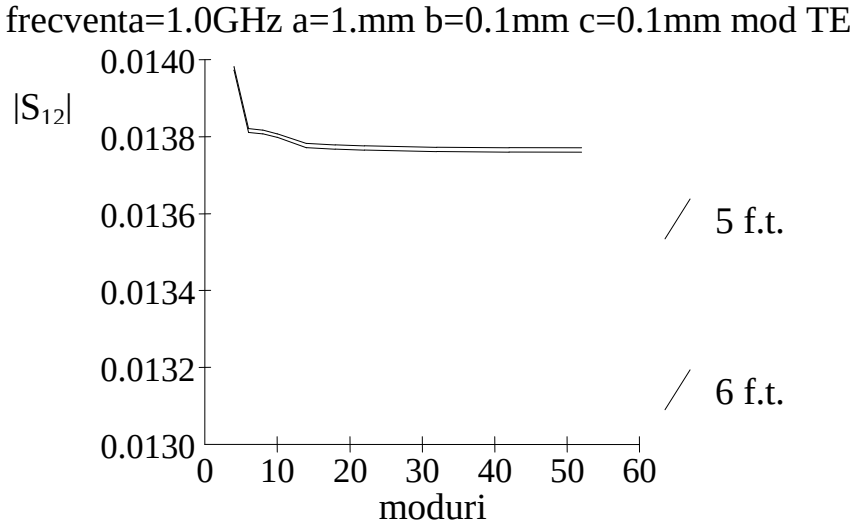


Figura 3.9. Analiza convergenţei la variaţia modurilor (TE)

Analiza convergenţei arată că eroare relativă mică se poate obţine pentru un număr relativ redus de moduri şi funcţii de test. De asemenea se poate observa o sensibilitate crescută a rezultatului la numărul funcţiilor de test, însă acest număr nu poate fi crescut foarte mult deoarece acest număr impune dimensiunea sistemului rezultat.

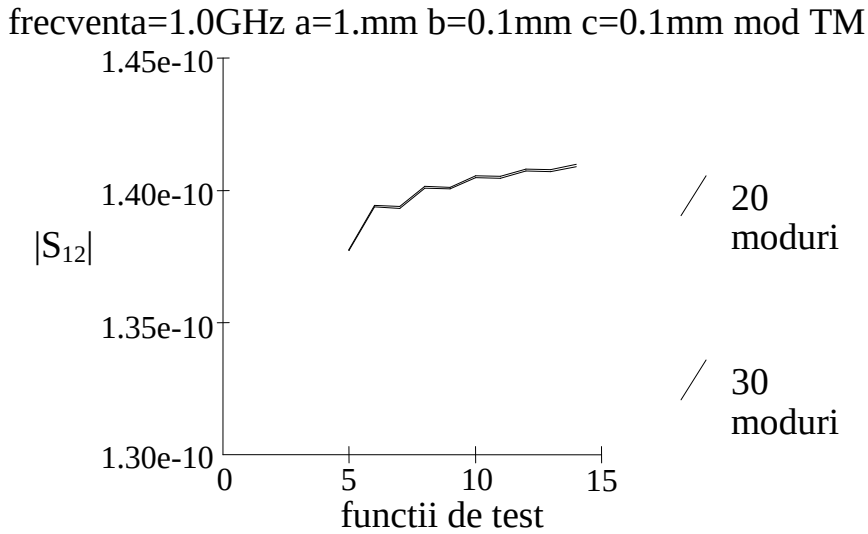


Figura 3.10. Analiza convergenţei la variaţia funcţiilor de test (TM)

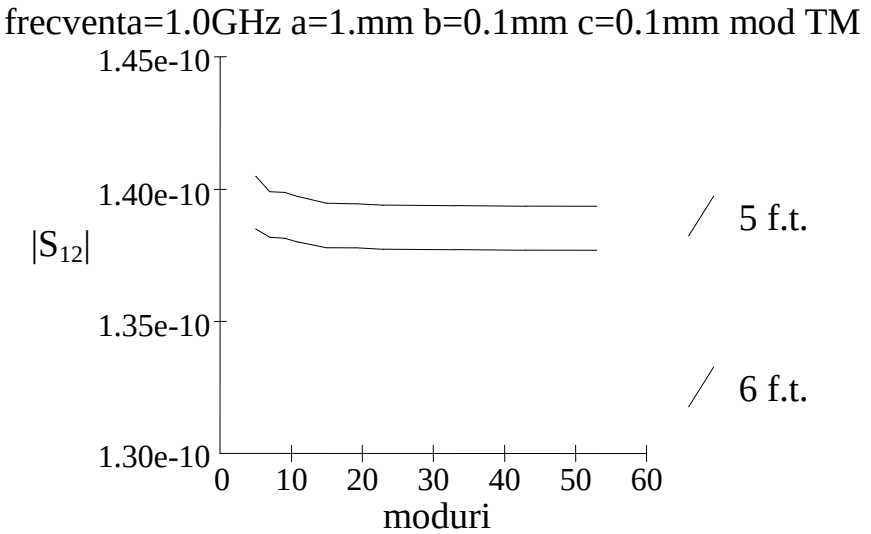


Figura 3.11. Analiza convergenţei la variaţia modurilor (TM)

Din toate figurile prezentate se poate trage concluzia ca un număr de 25 de moduri şi 10 funcţii de test sunt suficiente pentru a obţine o eroare relativă mai mică de 0,1%. Aceste valori sunt folosite mai departe pentru toate analizele realizate. S-au efectuat teste pentru diferitele analize care urmează utilizând un număr mai mare de moduri şi funcţii de test (până la 25 funcţii de test şi 60 de moduri) însă rezultatele obţinute nu diferă semnificativ.

3.7. Rezultate pentru structura unidimensională

Se analizează variaţia coeficientului de transfer în funcţie de frecvenţă pentru bare rectangulare cu latura secţiunii b=c=0,1mm şi distanţă între bare a=1mm.

Cazul analizat va fi cel al incidenţei normale la structura metalică periodică. În acest caz unghiurile sub care sosesc undele electromagnetice de la sursă vor fi θ=0 şi ϕ=0 ceea ce va impune $\beta_x = \beta_y = 0$. În acest caz modul propagativ $(n = 0)$ va fi anulat pentru modul TE (multiplicare cu 0 în relaţia (3.24)) dar va fi permis pentru TM (devenind mod TEM cu frecvenţă de tăiere nulă). Este normal deci să obţinem o transmisie totală pentru TM şi nulă aproape pentru TE la joasă frecvenţă (figurile 3.12. şi 3.13).

Datorită metodei de calcul se poate reprezenta şi impedanţa de transfer (figurile 3.14. şi 3.15.). Se reprezintă numai partea imaginară a impedanţei de transfer Z_{12} deoarece partea reală este neglijabilă (10^{-23}), fără îndoială determinată de erorile numerice.

În legătură cu figura 3.14. vom face observaţia că pentru modul TE se obţine o variaţie liniară în reprezentare logaritmică $\lg Z(\lg \omega)$ deci $Z_{12} = j\omega L$ deci impedanţa de transfer este o inductanţă. Pentru modul TM avem aceeaşi variaţie liniară $\lg Z(\lg \omega)$ însă panta este negativă ceea ce ne îndreptăţeşte să spunem că impedanţa de transfer este capacitivă $Z_{12} = \dfrac{1}{j\omega C}$

Figurile 3.16. şi 3.17. reprezintă variaţia coeficientului de transfer la variaţia unghiului de incidenţă, unghiurile ϕ şi θ fiind cele definite în figura 3.18. (unghiurile clasice pentru reprezentarea în coordonate circulare).

Calculul coeficientului de transmisie se face pentru o variaţie a unghiurilor $\phi \in [0,90^\circ], \theta \in [0,90^\circ]$ celelalte domenii de valori putând fi acoperite prin simetrie. Rezultatele din figurile 3.16. şi 3.17. sunt obţinute pentru frecvenţa de 1GHz şi o structură cu a=1mm, b=c=0,1mm. Rezultatele arată o transmisie aproape unitară ($|S_{12}| = 0$) indiferent de direcţia de incidenţă, deci găurile metalizate pentru legătura cu planul de masă nu sunt foarte potrivite pentru ecranare.

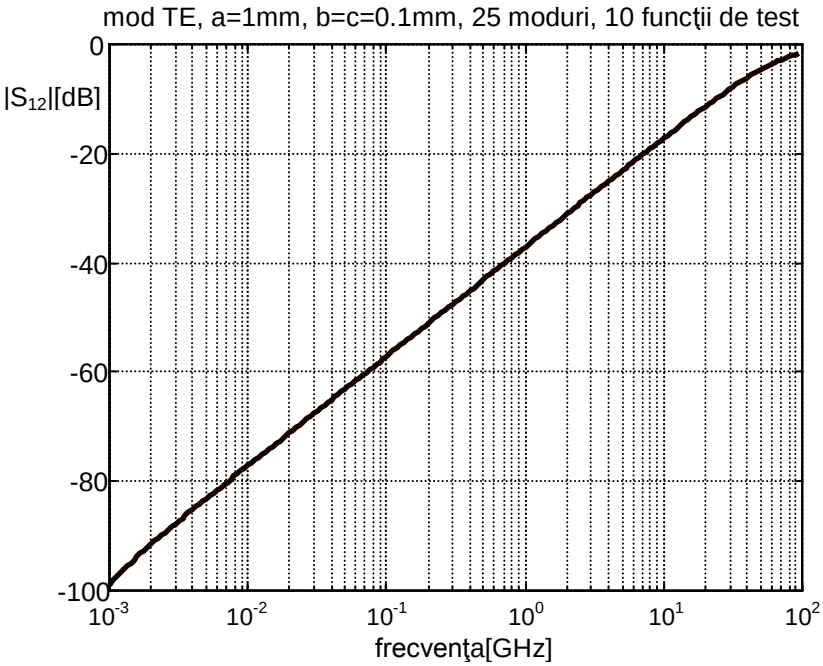


Figura 3.12. Coeficientul de transmisie pentru modul TE

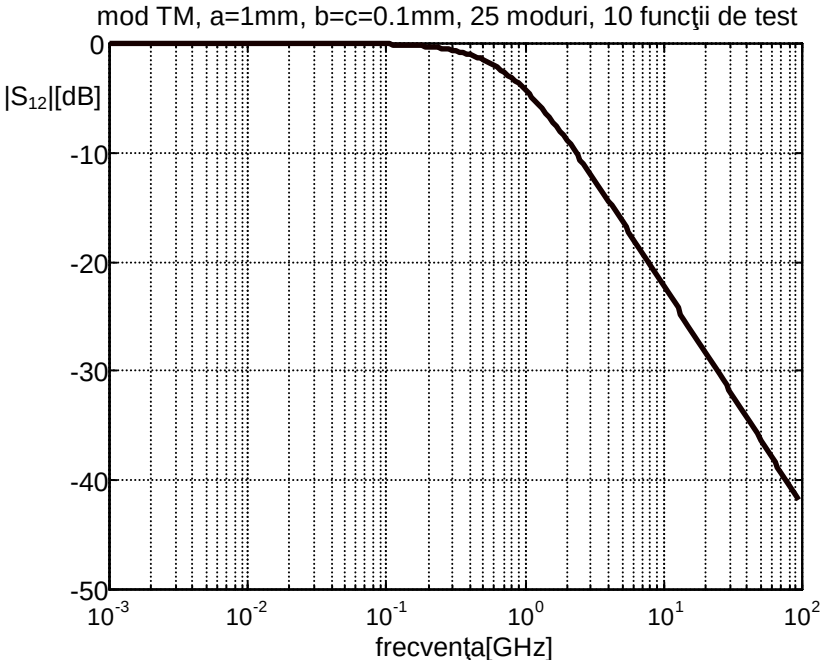


Figura 3.13. Coeficientul de transmisie pentru modul TM

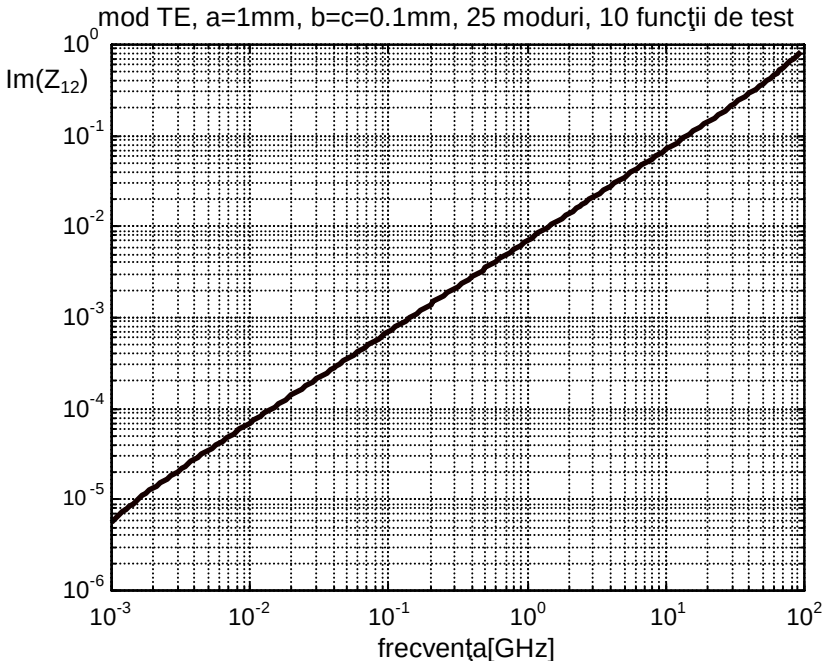


Figura 3.14. Impedanţa de transfer (mod TE)

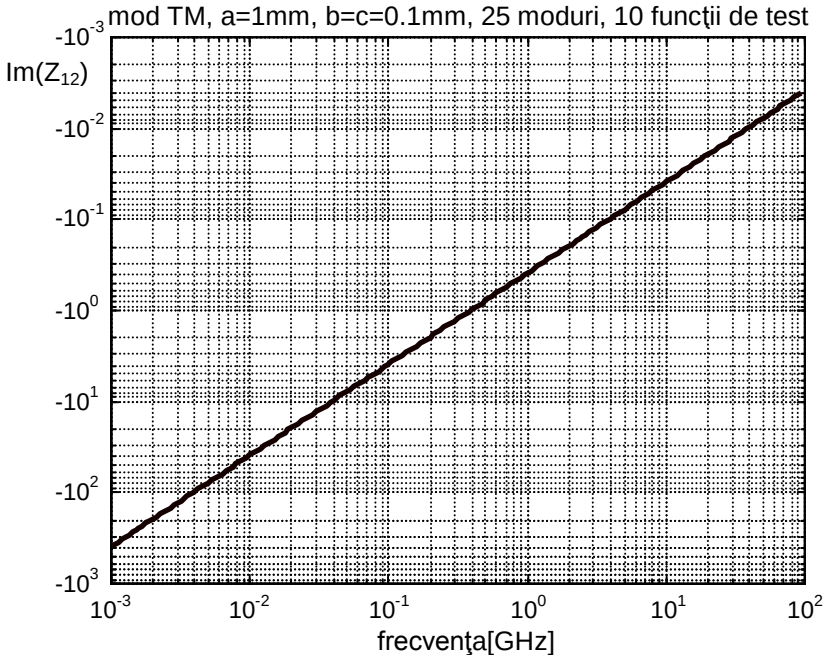


Figura 3.15. Impedanţa de transfer (mod TM)

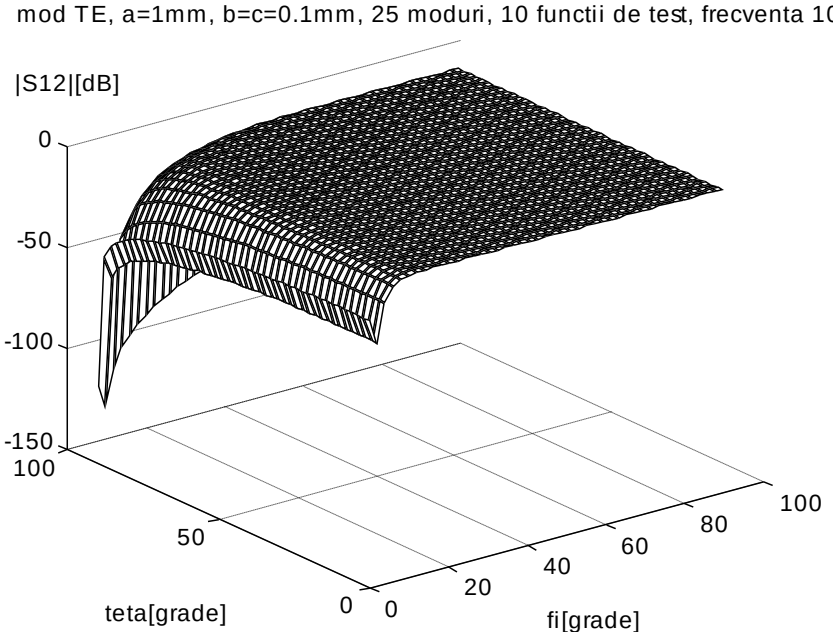


Figura 3.16. Variaţia coeficientului de transfer în funcţie de direcţia de incidenţă (mod TE)

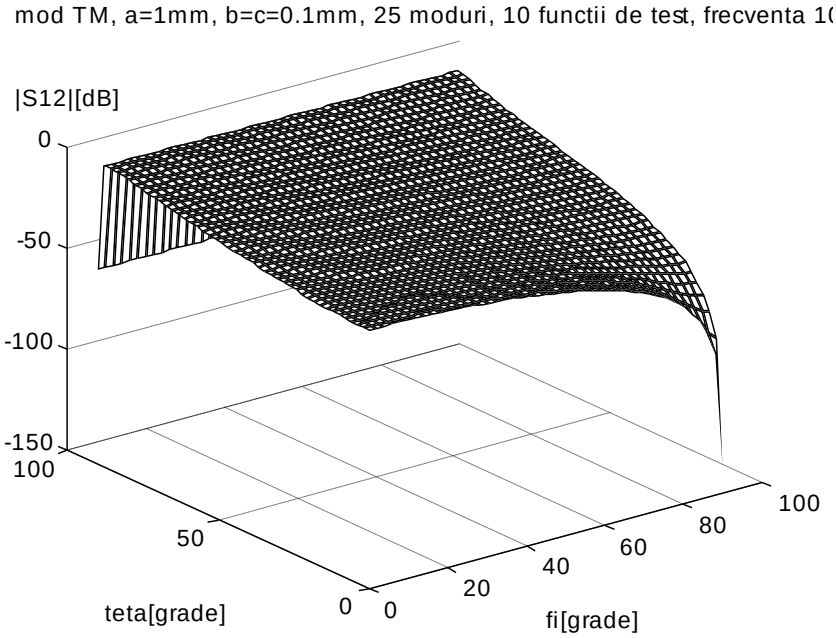


Figura 3.17. Variaţia coeficientului de transfer în funcţie de direcţia de incidenţă (mod TM)

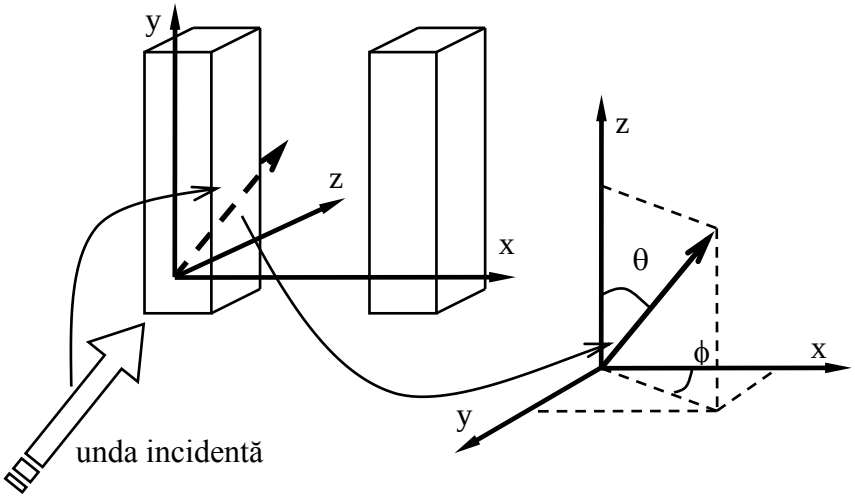


Figura 3.18. Definirea unghiurilor de incidenţă

3.8. Rezultate pentru structura bidimensională

S-au făcut aceleaşi analize pentru structura bidimensională.

În figurile 3.19. şi 3.20. se reprezintă variaţia în funcţie de frecvenţă a coeficientului de transfer. În cazul ghidului rectangular şi la dimensiunile fizice ale structurii toate modurile sunt evanescente şi este normal să avem coeficienţi de transfer mult mai mici.

Figurile 3.21. şi 3.22. reprezintă variaţia impedanţei de transfer. Variaţia în funcţie de frecvenţă este liniară în coordonate logaritmice $\lg Z(\lg \omega)$ şi pentru modul TE se obţine impedanţa inductivă $Z_{12} = j\omega L$. Pentru modul TM vom obţine o variaţie care defineşte o impedanţă de transfer de tipul $Z_{12} = \dfrac{\omega}{jC}$.

Figurile 3.23. şi 3.24. prezintă variaţia coeficientului de transfer în funcţie de direcţia de incidenţă la frecvenţa de 1GHz. Valorile sunt foarte mici (-200dB pentru TE şi -300dB pentru TM) ceea ce urmăreşte comportarea reală a unui astfel de circuit, plasele metalice putând realiza ecrane destul de eficiente la frecvenţă suficient de joasă (λ=0,3m>>a=1mm).

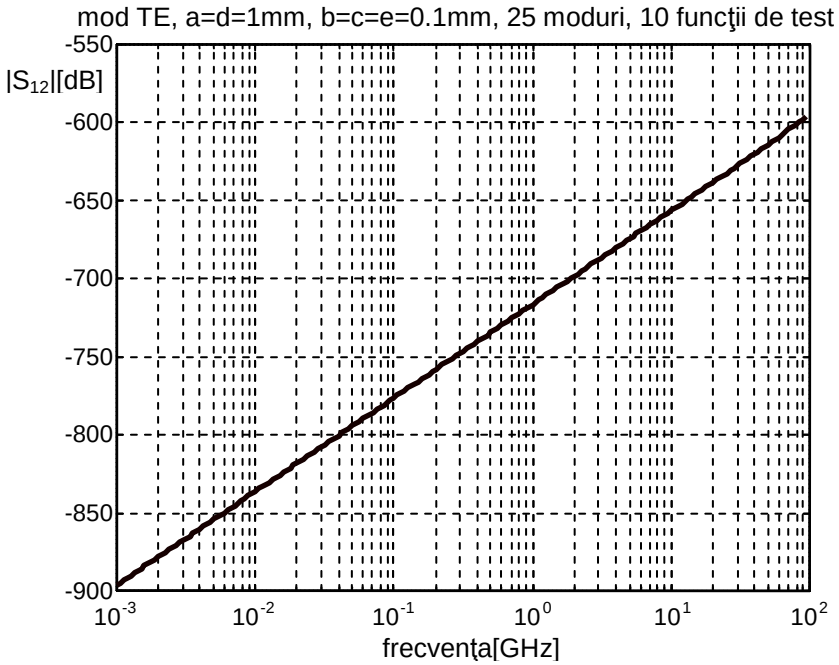


Figura 3.19. Coeficientul de transmisie pentru modul TE

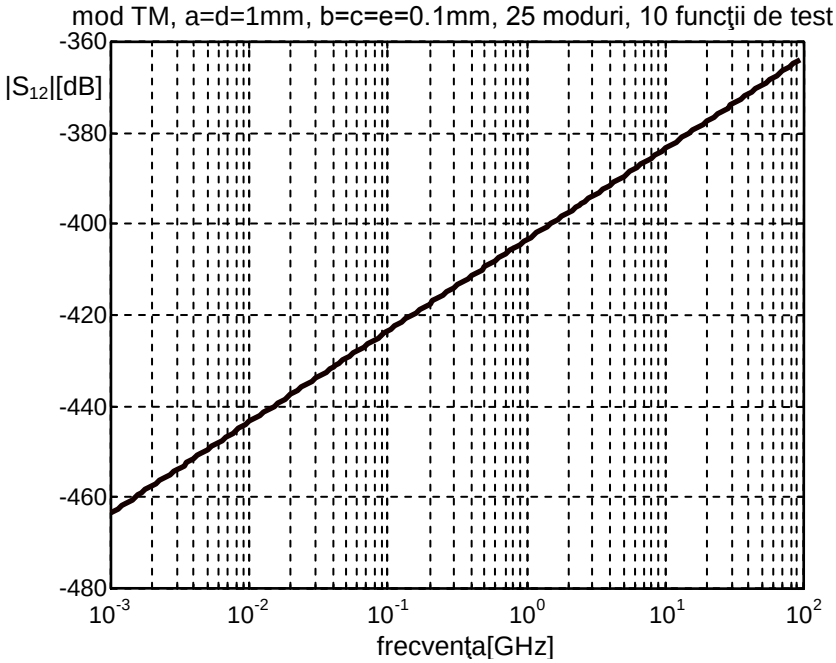


Figura 3.20. Coeficientul de transmisie pentru modul TM

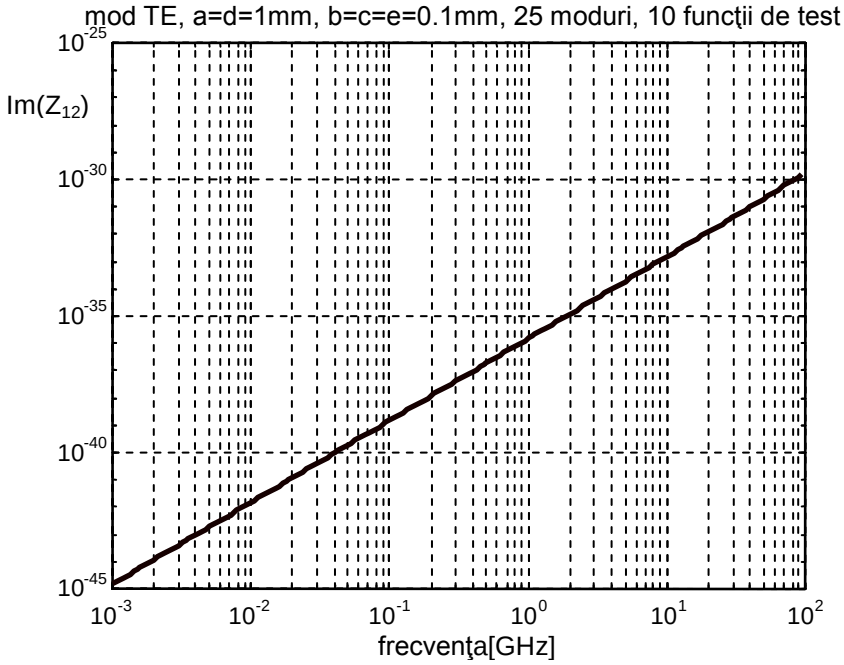


Figura 3.21. Impedanţa de transfer (mod TE)

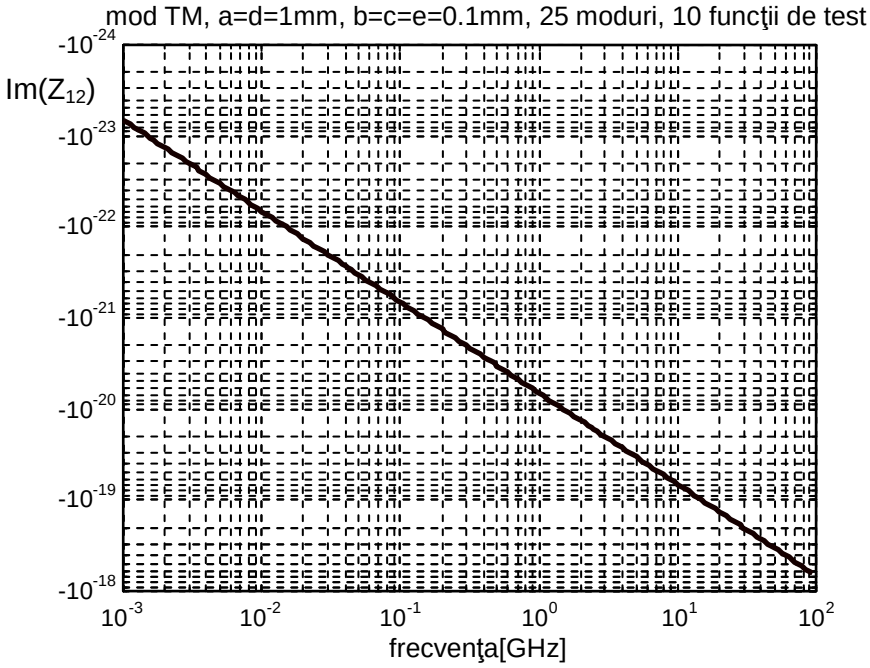


Figura 3.22. Impedanţa de transfer (mod TM)

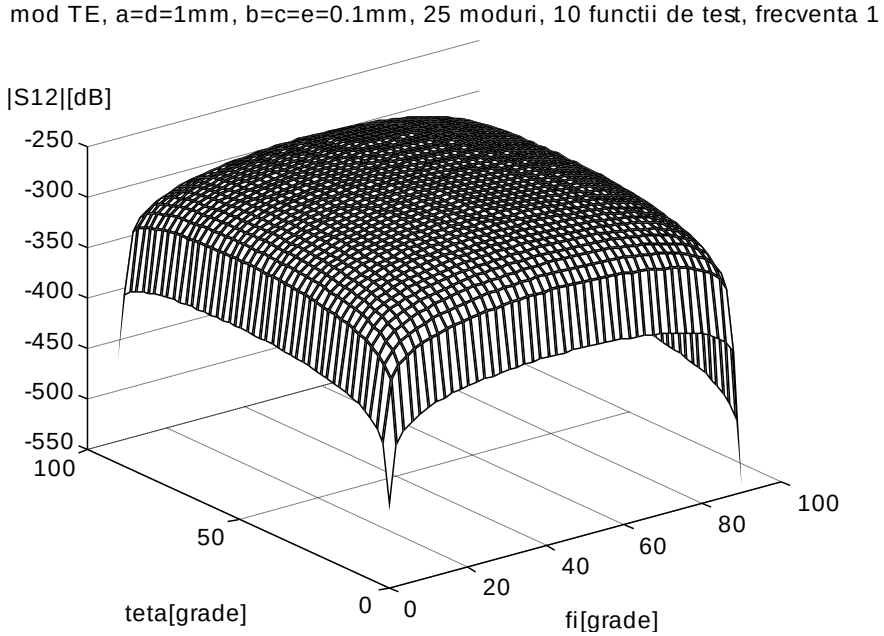


Figura 3.23. Variaţia coeficientului de transfer în funcţie de direcţia de incidenţă (mod TE)

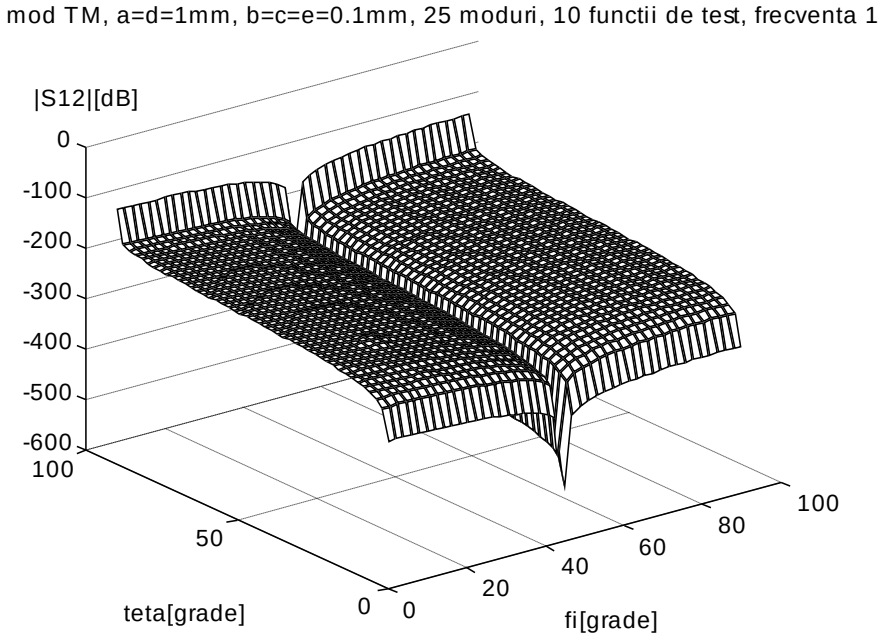


Figura 3.24. Variaţia coeficientului de transfer în funcţie de direcţia de incidenţă (mod TM)

3.9. Posibilităţi de verificare a rezultatelor

Vom încerca să facem o verificare calitativă a valabilităţii metodei de calcul şi a programului obţinut.

Vom considera cazul structurii unidimensionale şi vom încerca să calculăm coeficientul de transfer, considerând că nu vom avea decât modul fundamental caracterizat de $n_0=0$ şi constanta de propagare egală cu k_0 constanta de propagare în vid a undelor electromagnetice. Efectuând un calcul calitativ obţinem:

- mod simetric, scurtcircuit magnetic la distanţa c/2:

$$Z_{par} = C \cdot \mathrm{tg} k_o \cdot \frac{c}{2} \tag{3.55}$$

- mod antisimetric, scurtcircuit electric la distanţa c/2:

$$Z_{impar} = C \cdot \mathrm{ctg} k_o \cdot \frac{c}{2} \tag{3.56}$$

Obţinem:

$$Z_{12} = \frac{C}{2} \cdot \left(tg k_o \cdot \frac{c}{2} - ctg k_o \cdot \frac{c}{2} \right) = -C \cdot tg k_o \cdot c \tag{3.57}$$

Pentru c=10mm obţinem $f \cong 7{,}5\mathrm{GHz}$, frecvenţa la care ar trebui să obţinem prima anulare a coeficientului de transfer.

Vom realiza analiza structurii cu programul de calcul realizat şi obţinem variaţiile din figurile 3.25. şi 3.26.

Relaţia (3.57) prezice apariţia unor poli şi zerouri de transmisie care încep la frecvenţa 7,5GHz şi apoi se repetă periodic cu o perioadă de 15GHz (pentru poli, respectiv zerouri).

Se observă din figurile 3.25. şi 3.26. că rezultatele simulării corespund rezultatelor prezise de simulare.

Aceste rezultate au fost publicate [6], [7] [8], [9], de asemenea şi o variantă mai complexă a structurii periodice cu găuri metalizate a apărut în literatură [10].

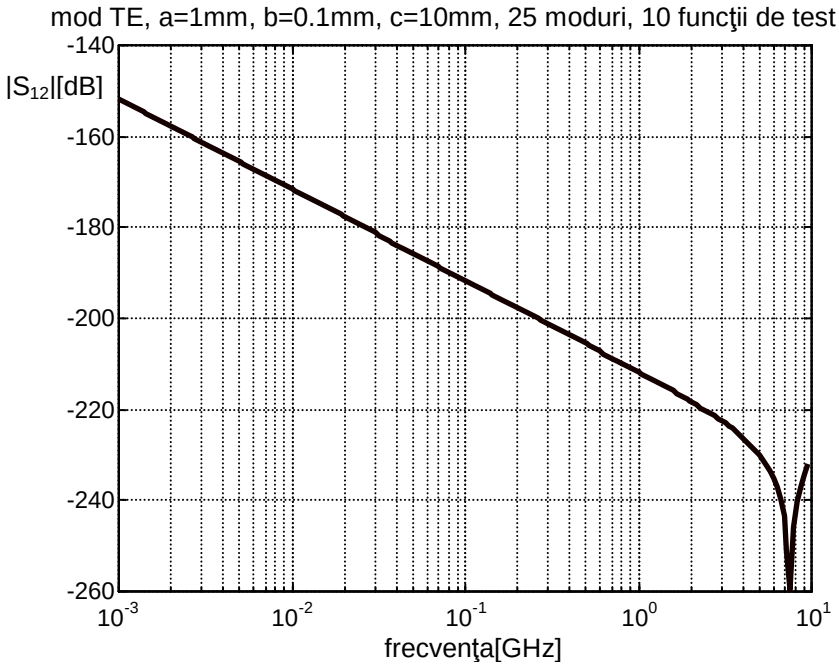


Figura 3.25. Zero de transmisie la f=7,5GHz

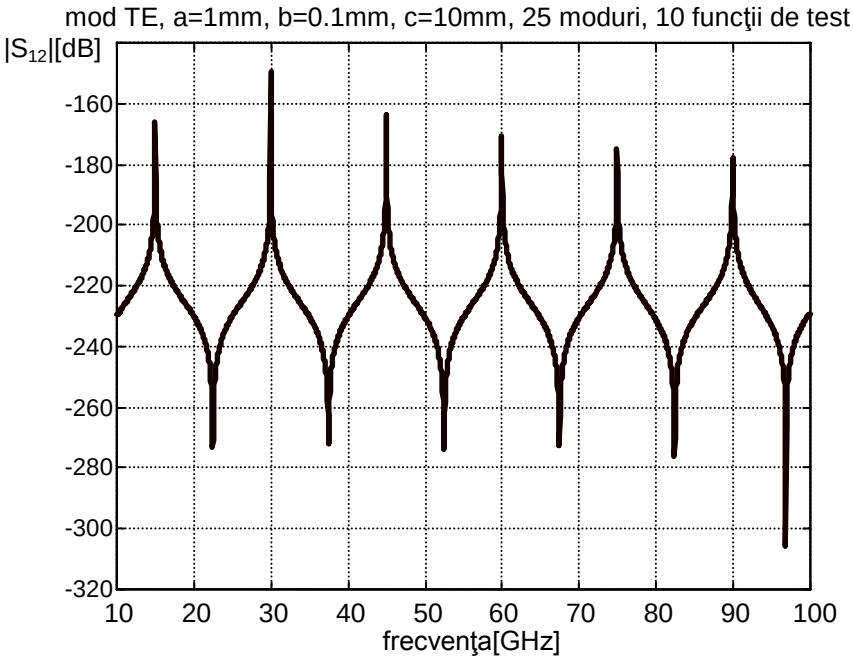


Figura 3.26. Poli şi zerouri de transmisie periodice

3.10. Prezentare software de simulare realizat

Pentru aplicarea metodei lui Galerkin a fost realizat un program prin cooperare cu prof. Henri Baudrand, ENSEEIHT Toulouse, în cadrul unui stagiu de cercetare [7]. Programul realizat pentru analiza acestor structuri a fost realizat în Visual Basic 3.0, şi a rulat pe sistemul de operare Windows 3.11 disponibil la acea dată. Se prezintă în continuare fereastra principală a programului utilizat pentru calcularea coeficientului de transmisie.

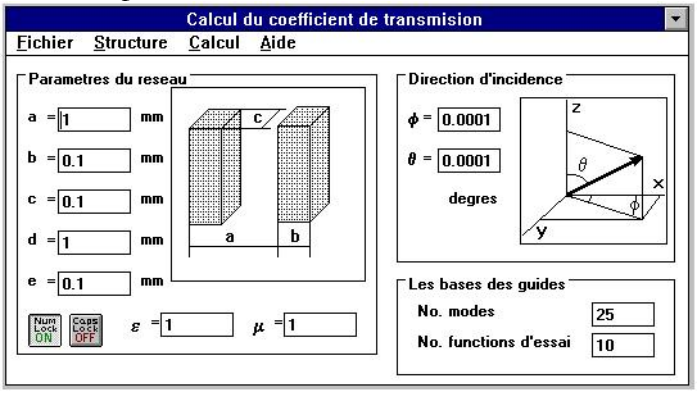


Figura 3.27. Fereastra principală

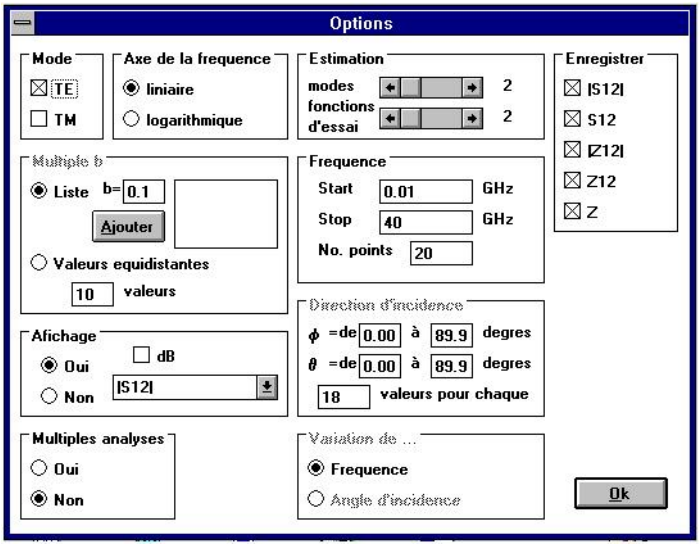


Figura 3.28. Opţiuni de configurare

Ca în orice program vizual, alegerea parametrilor se face foarte uşor de către utilizator. Se pot alege mai multe moduri de lucru, la nivelul atins în acel moment de sistemele de calcul (analizele au fost făcute pe un calculator 80486 / 33 MHz / 4M RAM) analizele durând deseori mai mult de 8 ore.

Există posibilitatea rulării automate pentru mai multe frecvenţe sau pentru diferite dimensiuni ale structurilor.

Pe parcursul analizei se putea urmări în mod grafic, în timp real procesul de convergenţă, în scopul opririi unei analize cu durată mare sau dacă se observa o comportare anormală a sa.

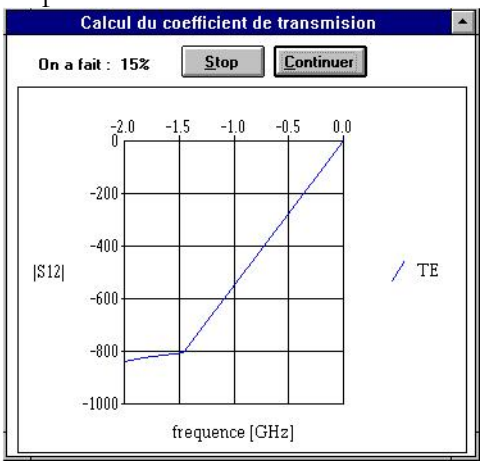


Figura 3.29. Afişare în timp real a rezultatelor

Câteva din rezultatele prezentate în acest capitol (graficele de convergenţă) sunt realizate efectiv în acest program. Parametrii S şi valorile impedanţelor sunt salvate pe disc de program şi rezultatele au fost afişate utilizând Matlab.

Programul conţine peste 1500 de linii de program. Porţiuni din aceste program sunt listate în anexa 1. Utilizarea Visual Basic nu mai este de mult o opţiune eficientă pentru a realiza simulare electromagnetică, însă destul de frecvent programele de simulare comerciale prezintă module de automatizare a simulărilor prin scripting, uneori limbajul utilizat fiind VBA, Visual Basic for Applications. La această dată VBA nu are suport nativ pentru numere complexe, ca atare porţiuni de cod care să exemplifice lucrul cu numere complexe şi prelucrări numerice în VBA pot fi încă utilizabile.

Cod suplimentar poate fi obţinând contactând autorul sau consultând pagina de Internet a Laboratorului de Microunde şi Optoelectronică, Facultatea de Electronică, Universitatea Tehnică Iaşi, http://rf-opto.etti.tuiasi.ro .

Bibliografie

[1] Ming-Ju Tsai; Chinglung Chen; Alexopoulos, N.G.; Tzyy-Sheng Horng, "Multiple arbitrary shape via-hole and air-bridge transitions in

multilayered structures", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 44, No. 12, 1996, pp. 2504-2511

[2] Franchi, P.; Mailloux, R., "Theoretical and experimental study of metal grid angular filters for sidelobe suppression", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 31, No. 3, mai 1983, pp. 499- 506

[3] Show-Gwo Hsu; Ruey-Beei Wu, "Full-wave characterization of a through hole via in multi-layered packaging", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 43, No. 5, 1995, pp. 1073-1081

[4] Yu-Chiao Chen; Tzuang, C.-K.C.; Itoh, T.; Sarkar, T.K., "Modal characteristics of planar transmission lines with periodical perturbations: their behaviors in bound, stopband, and radiation regions", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 53, No. 1, 2005, pp. 47- 58

[5] Rozzi, T.; Kot, J.S., "The complete spectrum of image line", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 37, No. 5, 1989, pp. 868-874

[6] Casian-Botez I.; Damian R.F., "The diffraction of the Electromagnetic Waves on Periodical Metallic Structures", TTM 96, Bucureşti, pp.46-51

[7] Damian R.F., "Diffraction d'une onde par des plots conducteurs periodiques", Raport de recherche, ENSEEIHT Toulouse, 1996

[8] Zeid A.; Baudrand H.; Damian R., "The problems of electromagnetic isolation have been studied by utilizing techniques via holes", Progress in Electromagnetics Research Symposium (PIERS'99), Taipei (Taiwan), 22-26 martie, 1999

[9] Damian R.F., "Contribuţii la analiza circuitelor integrate pentru microunde", teză de doctorat, Universitatea Tehnică Iaşi, 2006

[10] Zeid A.; Baudrand H, "Electromagnetic Scattering by Metallic Holes and its Applications in Microwave Circuit Design", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 50, No. 4, 2002, pp. 1198-1206

Capitolul IV
Rezolvarea numerică prin metoda TLM

La analiza celor mai generale configurații ale structurilor şi ale proprietăților de material, metodele diferențiale în domeniul timp oferă uneltele de simulare cele mai versatile. Cele mai utilizate metode în acest domeniu sunt metoda diferențelor finite în domeniu timp (finite difference – time domain - FDTD) şi metoda matricii liniilor de transmisie - TLM. Există multe similarități între cele două metode, dar modelarea porneşte de la concepte diferite. În timp ce la metoda diferențelor finite se rezolvă ecuațiile lui Maxwell prin o metodă de diferențiere, în metoda TLM se adoptă o metodă similară principiului Huygens de propagare, implementată prin înlocuirea domeniului spațial cu un sistem de linii de transmisie interconectate. Un asemenea model este permis de analogia matematică intre variabilele de tip tensiuni din liniile de transmisie şi variabilele de tip câmp din spațiu.

Utilizarea metodei TLM este impusă in practică de anumite restricții care afectează celelalte metode de simulare a câmpului electromagnetic. Analiza în domeniul frecvență, bazată pe transformata Fourier se bazează pe calcularea răspunsului sistemului de analizat la anumite funcții în domeniul timp şi anume variațiile armonice care duc la obținerea anumitor avantaje legate de simplificarea problemei şi reducerea numărului de variabile. Preprocesarea analitică a problemei duce la simplificarea problemei de rezolvat şi a metodelor de aplicare a datelor de intrare şi a obținerii rezultatelor. Aceast lucru conduce la obținerea unor programe de calcul rapide şi eficiente dar in cazul sistemelor pasive, uşor de simplificat analitic.

Astfel de metode însă vor fi greu aplicabile (uneori chiar imposibil) pentru anumite cazuri practice:

a) Deoarece se bazează pe principiul suprapunerii efectelor nu se pot aplica uşor la probleme neliniare, adică la structuri ale căror caracteristici electromagnetice depind de amplitudinea câmpurilor aplicate.

b) Deoarece operează în general în domeniul frecvență, nu pot ține cont în mod direct proprietăți ale structurilor dependente de timp cum ar fi de exemplu variații ale proprietăților de material datorate schimbărilor temperaturii.

c) Deoarece de obicei se utilizează şi transformata Fourier spațială, utilizarea acestor metode este limitată la structuri caracterizate de un anumit

grad de simetrie, deci nu pot fi analizate structuri cu o geometrie complexă şi neregulată.

Astfel chiar dacă metodele bazate pe diferenţele finite ar părea ca ineficiente, generalitatea lor face utilizarea lor să fie extrem de largă, majoritatea simulatoarelor de uz general existente bazându-se pe astfel de metode. Pentru metoda TLM există deocamdată un singur program comercial – Mefisto 2D ale căror rezultate vor fi utilizate ca referinţă pe parcursul acestei lucrări.

4.1. Forma discretă a principiului lui Huygens

În secolul al XVII-lea au fost formulate două modele distincte pentru a descrie lumina: modelul corpuscular al lui Newton şi modelul undelor al lui Huygens. În acel moment cele două modele erau considerate incompatibile. Totuşi teoria cuantică a demonstrat că lumina în particular şi radiaţia electromagnetică în general, au o comportare dublă având proprietăţi caracteristice undelor şi fotonilor.

La frecvenţe caracteristice domeniului microundelor, caracteristicile corpusculare sunt mai puţin pregnante, apărând doar în anumite interacţiuni cu materia, în timp ce comportarea ondulatorie predomină în toate aspectele ce presupun propagare şi refracţie. Aceasta sugerează că modelul propus de Huygens, dezvoltat mai târziu de Fresnel, ar putea forma bazele unei metode generale de analiză a problemelor de propagare şi interacţiune cu substanţa a radiaţiilor electromagnetice, în primul rând datorită succesului deosebit repurtat în explicarea analitică a fenomenelor de difracţie şi interferenţă a undelor.

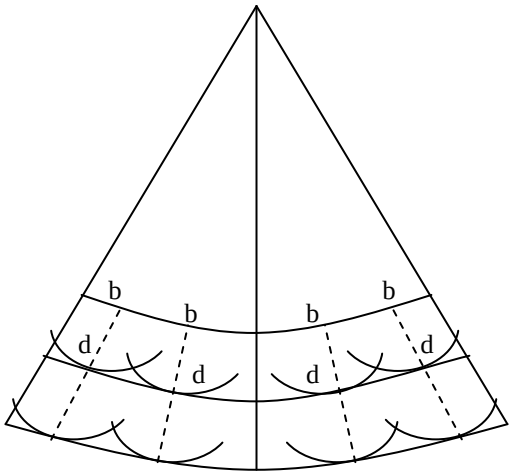


Figura 4.1. Principiul lui Huygens

Conform principiului lui Huygens un front de undă este constituit dintr-un număr foarte mare de radiatoare secundare, fiecare dând naştere unor unde elementare sferice. Anvelopa acestor unde creează un nou front de undă, care generează noi unde sferice elementare şi aşa mai departe [1],[2].

Pentru a reprezenta principiul lui Huygens sub forma unui algoritm numeric implementabil pe calculatoarele numerice este necesară discretizarea acestuia. Astfel şi spaţiul şi timpul vor fi reprezentate ca multipli ai unor intervale elementare Δl şi Δt care depind de viteza de propagare a undelor sferice elementare astfel:

$$\Delta t = \frac{\Delta l}{v_l} \tag{4.1}$$

Spaţiul bidimensional va fi modelat printr-o reţea echidistantă de puncte (noduri) separate de un parametru Δl. Intervalul de timp unitate Δt este timpul necesar undei sferice elementare pentru a se propaga de la un nod la următorul.

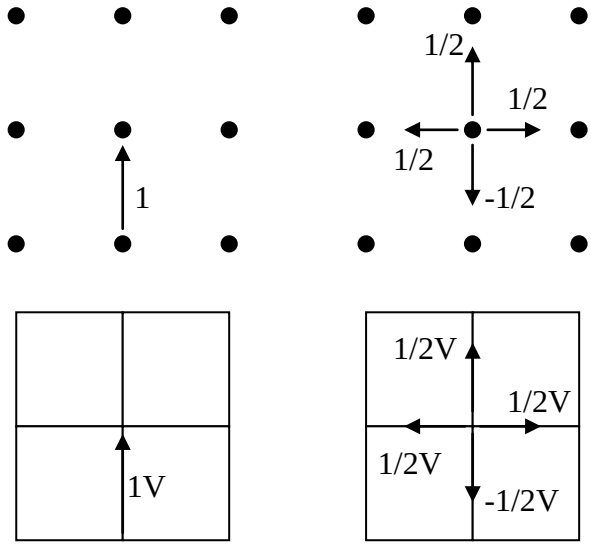


Figura 4.2. Transmisia şi reflexia impulsurilor în reţeaua de puncte (linii)

Această reţea de puncte va avea un model de transmisie realizat dintr-o grilă de linii de transmisie ortogonale sau o matrice de linii de transmisie, ale căror noduri de contact au aceleaşi proprietăţi ca reţeaua echidistantă de puncte descrisă anterior. Se va arăta în continuare că există o echivalenţă directă între tensiunile şi curenţii din reţeaua de linii şi câmpurile magnetice din ecuaţiile lui Maxwell.

O abordare similară se poate aplica şi în alte metode [3],[4].

4.2. Dispersia impulsurilor Dirac în nodurile reţelei

După cum se poate observa în figura 4.2. vom considera situaţia unui impuls care ajunge în punctul central prin intermediul liniei de transmisie inferiaore. Ne interesează ce se va întâmpla cu acest impuls în momentul în care atinge nodul central. În acest punct vom avea trei linii de transmisie de ieşire, care apar în parale realizând o impedanţă de terminaţie pentru linia de incidenţă egală cu 1/3 (impedanţă normalizată). Ca urmare vom avea un coeficient de reflexie pentru linia de transmisie de incidenţă:

$$\Gamma_i = \frac{\frac{1}{3}-1}{\frac{1}{3}+1} = -\frac{1}{2} \tag{4.2}$$

iar pentru liniile de ieşire vom avea un coeficient de transmisie:

$$T_i = 1 + \Gamma_i = +\frac{1}{2} \tag{4.3}$$

Astfel, un impuls Dirac de tensiune V va suferi într-un nod un fenomen de difracţie caracterizat de apariţia unui impuls reflectat de valoare –1/2V şi a trei impulsuri transmise, fiecare cu amplitudinea 1/2V.

Cazul general care constă în existenţa a patru impulsuri incidente în fiecare nod poate fi obţinut prin principiul superpoziţiei din acest caz particular. Astfel dacă la momentul de timp $t = k\Delta t$ avem patru impulsuri incidente pe liniile 1-4 (notate ${}_kV_1^i, {}_kV_2^i, {}_kV_3^i, {}_kV_4^i$) atunci impulsul total reflectat pe linia n la momentul $t = (k+1)\Delta t$ va fi:

$${}_{k+1}V_n^r = \frac{1}{2}\left(\sum_{m=1}^{4} {}_kV_m^i\right) - {}_kV_n^i \tag{4.4}$$

Aceste relaţii pot fi descrise matricial utilizând o matrice de difracţie care ne dă valoarea impusurilor reflectate la momentul $t = (k+1)\Delta t$ în funcţie de valoarea impulsurilor incidente la momentul $t = k\Delta t$.

$${}_{k+1}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}^r = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \cdot {}_k\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}^i \tag{4.5}$$

În continuare trebuie să ţinem cont de faptul că fiecare impuls reflectat va constitui impulsul incident la momentul $t = (k+1)\Delta t$ în nodul următor:

$$\begin{cases} {}_{k+1}V_1^i(z,x) = {}_{k+1}V_3^r(z,x-1) \\ {}_{k+1}V_2^i(z,x) = {}_{k+1}V_4^r(z-1,x) \\ {}_{k+1}V_3^i(z,x) = {}_{k+1}V_1^r(z,x+1) \\ {}_{k+1}V_4^i(z,x) = {}_{k+1}V_2^r(z+1,x) \end{cases} \tag{4.6}$$

unde coordonatele sunt normalizate la valoarea spaţiului elementar Δl.

Se poate trage concluzia că dacă sunt cunoscute valorile, poziţiile şi direcţiile tuturor impusurilor la un anumit moment se pot calcula valorile de la momentul imediat următor, aplicând ultimele două relaţii în fiecare nod din reţea. Cunoscând starea iniţială a unui sistem se poate determina comportarea sa la orice moment ulterior.

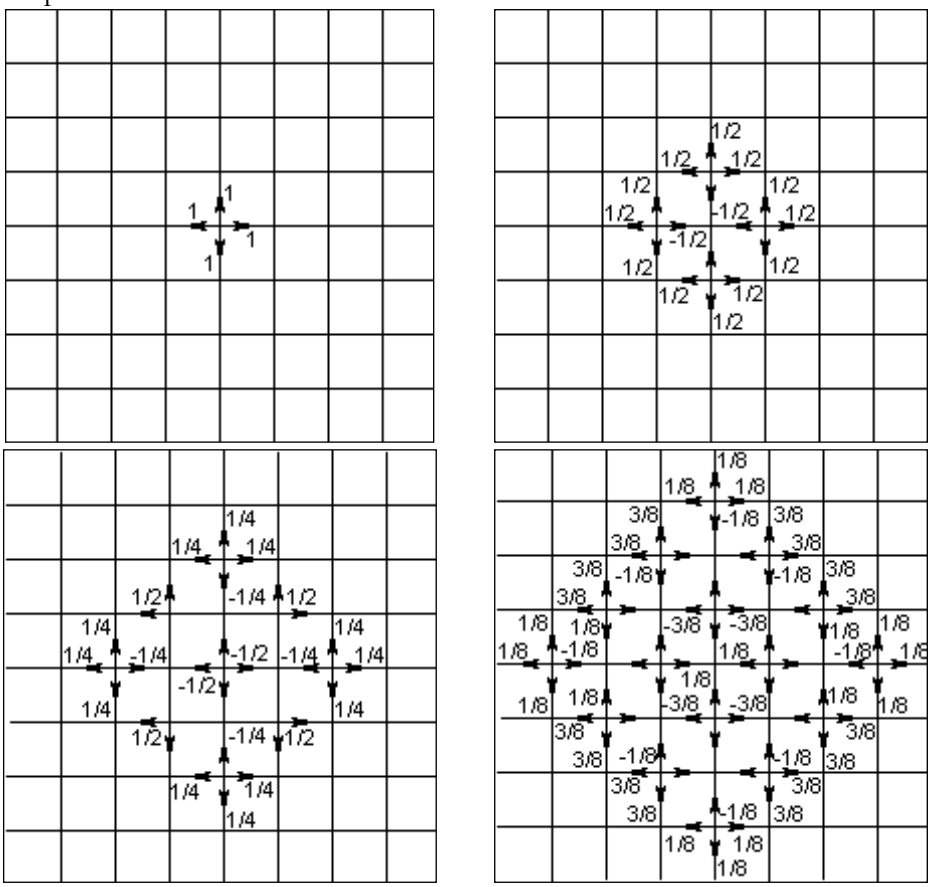


Figura 4.3. Exemplu de propagare a unui impuls prin reţea.

Daca se reprezintă primii paşi în cazul excitării unui nod cu impulsuri emergente în toate direcţiile, vom obţine situaţia din figura 4.3. Se poate observa o comportare asemănătoare celei obţinute în cazul căderii unei

picături de apă pe suprafaţa plană a unui lichid cu o diferenţă majoră: frontul de undă nu este circular ci are o formă pătrată. Acest lucru arată apariţia unui fenomen care se va numi dispersie a vitezei de undă şi va impune considerarea rezultatelor obţinute numai pentru frecvenţele pentru care acest fenomen se poate neglija.

4.3. Deducerea elementelor liniilor de transmisie

În paragraful 4.1. se menţiona echivalenţa între tensiunile şi curenţii dintr-o linie de transmisie şi câmpul electric magnetic. Această echivalenţă poate fi demonstrată, urmând a descoperi linia de transmisie echivalentă unui anumit element fizic.

Există două metode de a modela proprietăţile undelor electromagnetice prin linii de transmisie [5]. Reţeaua de linii de transmisie echivalente propagării câmpurilor electrice şi magnetice poate fi realizată din linii conectate în serie sau din linii conectate în paralel.

4.3.1. Linii de transmisie conectate în paralel

În acest caz vom avea situaţia din figura 4.4.a, ceea ce va duce la realizarea reţelei cu blocurile fundamentale din figura 4.4.b. [6].

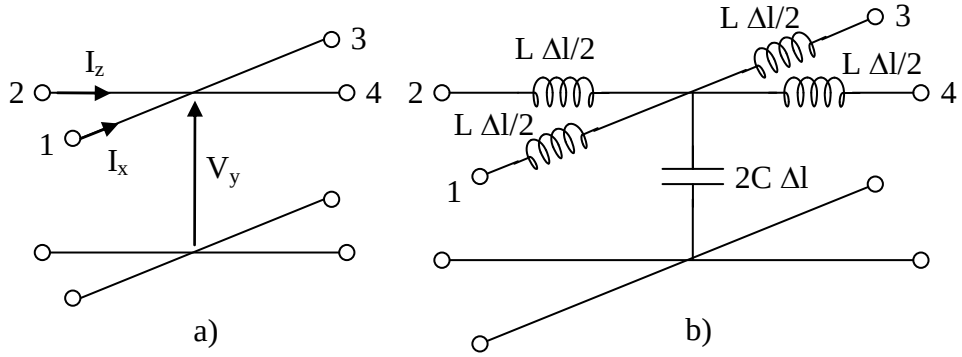


Figura 4.4.

Vom analiza mai întâi cazul în care dimensiunea reţelei Δl este mult mai mică decât lungimea de undă a undelor care ne vor interesa. Cu aceste condiţii îndeplinite vom avea următoarele modificări ale curenţilor şi tensiunilor după direcţiile x şi z:

$$\frac{\partial V_y}{\partial x} = -L \cdot \frac{\partial I_x}{\partial t}$$
$$\frac{\partial V_y}{\partial z} = -L \cdot \frac{\partial I_z}{\partial t} \tag{4.7}$$
$$\frac{\partial I_z}{\partial z} + \frac{\partial I_x}{\partial x} = -2C \cdot \frac{\partial V_y}{\partial t}$$

Expresiile combinate ne vor permite să obţinem următoarea relaţie:

$$\frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} = 2 \cdot LC \cdot \frac{\partial^2 V_y}{\partial t^2} \tag{4.8}$$

Deci reţeaua TLM bidimensională va putea simula fenomenele caracterizate de ecuaţia undelor bidimensională:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial u^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial v^2} = \mu \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \tag{4.9}$$

Vom putea compara această relaţie cu cea obţinută prin particularizarea ecuaţiilor lui Maxwell pentru $\partial/\partial y = 0$ şi $E_x = E_z = H_y = 0$ caz care va corespunde modurilor TE_{n0} într-un ghid cu secţiune dreptunghiulară:

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} = -\mu \cdot \frac{\partial H_z}{\partial t}$$
$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = \mu \cdot \frac{\partial H_x}{\partial t} \tag{4.10}$$
$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = \varepsilon \cdot \frac{\partial E_y}{\partial t}$$

sau prelucrate:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} = \mu \cdot \varepsilon \cdot \frac{\partial^2 E_y}{\partial t^2}$$

Se va putea modela o problemă bidimensională de câmp electromagnetic utilizând următoarele echivalenţe:

$$E_y \equiv V_y \quad H_z \equiv I_x \quad H_x \equiv -I_x \quad \mu \equiv L \quad \varepsilon \equiv 2 \cdot C \tag{4.11}$$

Pentru liniile de transmisie elementare inductanţa şi capacitatea lineică vor fi date de următoarea relaţie, unde c este viteza luminii:

$$\frac{1}{\sqrt{L \cdot C}} = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \cdot \varepsilon_0}} = c \tag{4.12}$$

Totuşi relaţia (4.8) arată că dacă pe fiecare linie de transmisie avem propagare cu viteza luminii (4.12) pe întreg, în reţea propagarea se face cu o viteză:

$$\frac{1}{\sqrt{2 \cdot L \cdot C}} = \frac{c}{\sqrt{2}} \tag{4.13}$$

Acest lucru arată că reţeaua se comportă ca un mediu cu permitivitatea dublă decât a spaţiului liber.

Ecuaţiile (4.10) şi (4.11) vor caracteriza şi modurile TM în zona de tăiere în ghiduri uniforme de secţiune arbitrară. Tensiunea nodului va descrie câmpul electric longitudinal iar curenţii prin reţea modelează câmpul magnetic transvers. În plus, ţinând cont de natura duală a câmpurilor electric şi magnetic, vom putea simula cu aceeaşi structură a reţelei şi modurile TE în zona de tăiere, caz în care tensiunea nodului va modela câmpul magnetic longitudinal iar curenţii din reţea descriu câmpul electric transvers.

4.3.2. Linii de transmisie conectate în serie

În conformitate cu natura duală a mărimilor cu care se lucrează în cadrul metodei TLM (câmp electric – câmp magnetic, tensiune – curent, impedanţă – admitanţă) vom putea modela aceleaşi fenomene de propagare electromagnetică cu o reţea de linii de transmisie conectate în serie ca în figura 4.5.

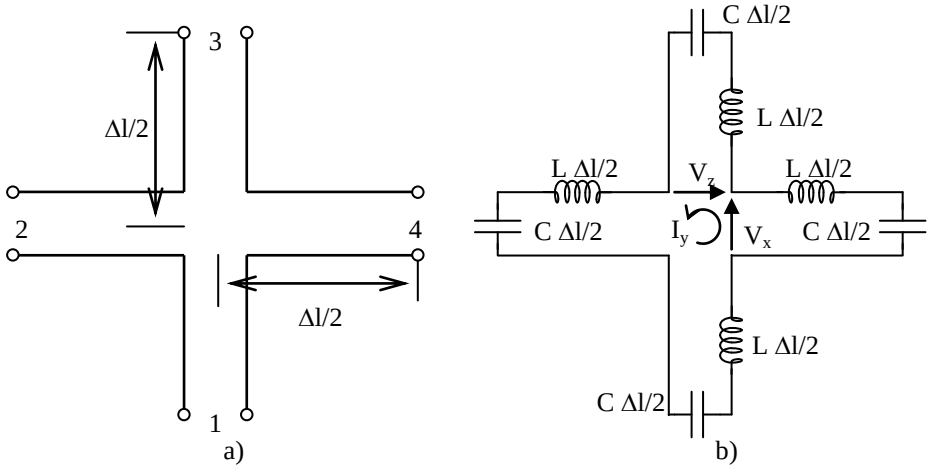


Figura 4.5.

Utilizând aceleaşi definiţii ca în cazul reţelei conectate în paralel vom obţine matricea de difracţie pentru nodul serie:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}_{k+1}^{r} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}_{k} \cdot \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix}^{i} \tag{4.14}$$

Ecuaţiile liniilor de transmisie vor fi în acest caz, în conformitate cu figura 4.5:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_y}{\partial x} &= -C \cdot \frac{\partial V_z}{\partial t} \\ \frac{\partial I_y}{\partial z} &= -C \cdot \frac{\partial V_x}{\partial t} \\ \frac{\partial V_x}{\partial z} + \frac{\partial V_z}{\partial x} &= -2L \cdot \frac{\partial I_y}{\partial t} \end{aligned} \tag{4.15}$$

Dacă tensiunile din reţeaua TLM vor reprezenta câmpurile electrice în mediul respectiv, ecuaţiile de câmp corespunzătoare vor fi:

$$\begin{aligned} \frac{\partial H_y}{\partial x} &= +\varepsilon \cdot \frac{\partial E_z}{\partial t} \\ \frac{\partial H_y}{\partial z} &= -\varepsilon \cdot \frac{\partial E_x}{\partial t} \\ \frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} &= -\mu \cdot \frac{\partial E_y}{\partial t} \end{aligned} \tag{4.16}$$

în aceste relaţii permeabilitatea spaţiului simulat este dublă faţă de cea a vidului.

4.4. Dispersia vitezei în reţelele TLM

Analogia dintre mărimile caracteristice câmpului electromagnetic şi cele caracteristice reţelei de linii de transmisie este perfectă atât timp cât reţea este foarte fină comparativ cu lungimea de undă. Realizarea unei reţele prea fine ar duce la valori foarte mari în ceea ce priveşte timpul de calcul şi memoria necesară pentru realizarea analizei. Dacă se adoptă o valoare prea mare a celulei elementare (Δl), apropiată de valoarea lungimii de undă a celei mai mari frecvenţe de interes, se ajunge în situaţia în care nu mai putem considera reţeaua ca fiind o structură continuă ci va trebui să facem analiza considerând reţeaua o structură periodică.

Vom considera o undă care se propagă după o direcţie diagonală în reţea. Această undă va fi constituită din unde care se vor propaga în reţea

după direcţiile liniilor de transmisie, având aceeaşi amplitudine şi aceeaşi fază. Undele care converg spre un nod vor genera aceeaşi valoare indiferent de lungimea lor de undă.

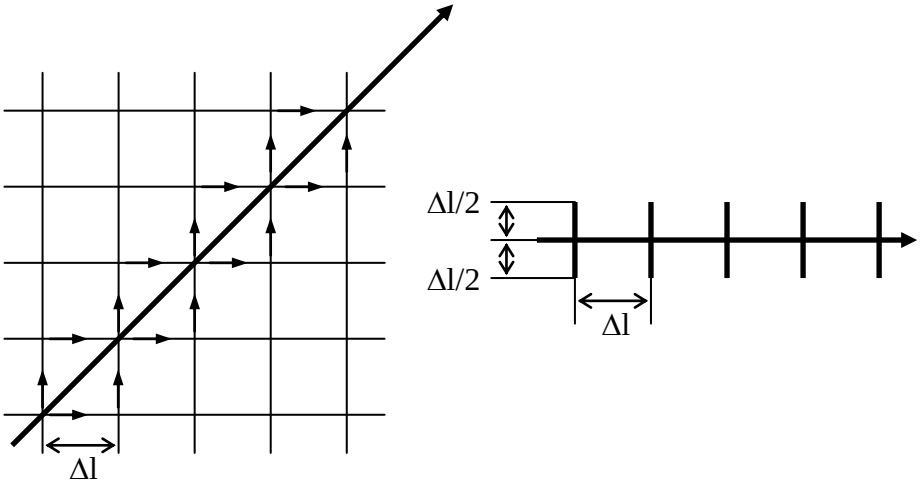


Figura 4.6. Propagarea în reţea

Propagarea se va face cu o viteză independentă de frecvenţă şi egală cu $1/\sqrt{2}$ din viteza de fază corespunzătoare liniilor din reţea.

Propagarea axială (în lungul liniilor de transmisie) este dispersivă în funcţie de frecvenţă. Pentru calcularea acestui caz se va considera că propagarea se face printr-o linie de transmisie ce are linii lăsate în gol de lungime Δl/2 amplasate la distanţe egale cu Δl. Analiza unei astfel de structuri conduce la obţinerea următoarei variaţii a constantei de propagare în funcţie de lungimea de undă:

$$\frac{\beta}{\beta_n} = \frac{\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}}{\arcsin\left[\sqrt{2} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right]} \tag{4.17}$$

unde β şi βn sunt constantele de propagare pe linii şi în reţea. Vom reprezenta în figura 4.7. raportul de viteze:

$$\frac{v_n}{c} = \frac{\omega}{\beta_n c} = \frac{\beta}{\beta_n} \tag{4.18}$$

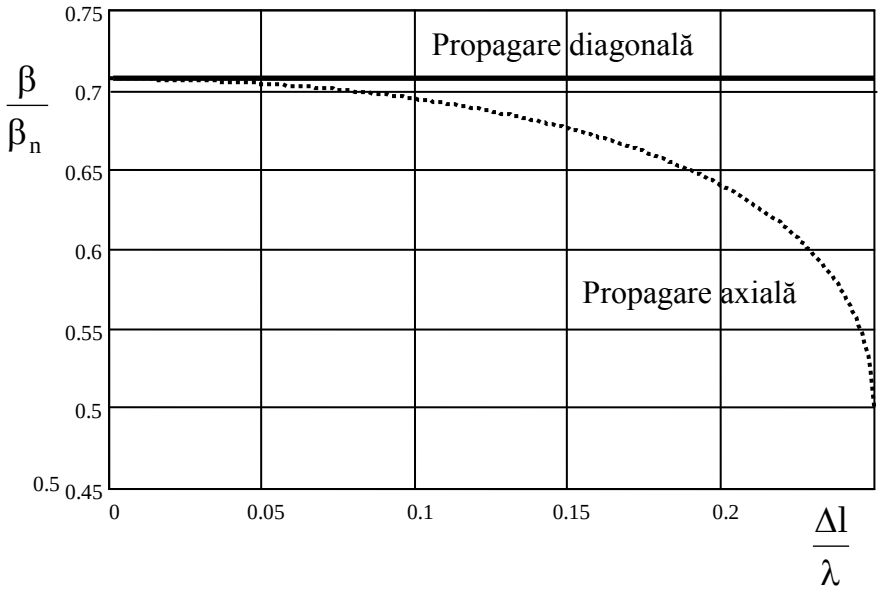


Figura 4.7. Dispersia vitezelor în reţeaua TLM

La frecvenţe foarte mici, deci la valori foarte mici ale raportului $\Delta l/\lambda$, viteza de propagare în reţea se apropie de $c/\sqrt{2}$ ca în cazul propagării diagonale. În cazul propagării axiale se observă existenţa unui punct de tăiere la o frecvenţă corespunzătoare unui raport $\frac{\Delta l}{\lambda}=\frac{1}{4}$. Pentru direcţii de propagare arbitrare în reţea raportul vitezelor de propagare se situează undeva între cele două curbe. Pentru estimarea raportului v_n/c a fost propusă următoarea relaţie:

$$\frac{\beta}{\beta_n}=\frac{d_n\cdot\pi\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}}{\arcsin\left[d_n\cdot\sqrt{2}\cdot\sin\left(\pi\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right]} \tag{4.19}$$

unde:

$$d_n=\frac{D_n}{D} \tag{4.20}$$

În această relaţie D_n reprezintă distanţa străbătută în reţea direct între două puncte conform cu direcţia de propagare considerată, iar D este distanţa străbătută considerând direcţiile posibile, în lungul liniilor de transmisie. Se poate observa că relaţia anterioară verifică cazurile extreme $d_n=1$ – propagare axială şi $d_n=1/\sqrt{2}$ pentru propagarea diagonală.

În principiu relaţiile anterioare arată că putem folosi metoda TLM de analiză doar pentru cazurile în care toate frecvenţele de interes se găsesc cu mult sub valoarea frecvenţei de tăiere a reţelei. Totuşi, în cazurile particulare în care propagarea se face predominant după o singură direcţie, putem folosi relaţiile (4.17) şi (4.19) pentru a micşora eroarea de dispersie care afectează viteza de propagare.

4.5. Modelarea structurilor în metoda TLM

Metoda TLM are avantajul că poate fi aplicată la structurile cele mai generale, dar trebuie găsită o posibilitate de a modela structurile reale prin modelul liniilor de transmisie cu care lucrează metoda.

4.5.1. Modelarea frontierelor

Vom considera cazul unei reţele cu liniile de transmisie conectate în paralel. Dacă tensiunea V_y modelează câmpul electric, pereţii electrici şi magnetici vor fi simulaţi prin scurtcircuit respectiv prin circuit deschis. Dacă însă în aceeaşi reţea tensiunea modelează câmpul magnetic, peretele magnetic va fi modelat prin scurtcircuit iar peretele electric printr-un circuit deschis. Natura fizică a reflexiei va trebui să fie aceeaşi în reţea şi în structura reală.

Întotdeauna frontierele vor trebui amplasate la mijlocul distanţei dintre două noduri, astfel încât impulsurile reflectate de frontiere să atingă nodurile reţelei în sincronism cu celelalte noduri. Practic acest lucru se poate face uşor alegând constanta reţelei Δl ca un submultiplu întreg al dimensiunilor structurii.

Reflexia fără pierderi a unui impuls este realizată prin întoarcerea lui după o unitate de timp Δt cu acelaşi semn (circuit deschis) sau cu semn opus (linii scurtcircuitate) la punctul de frontieră de origine. Aşa cum se observă în figura 4.8 o frontieră va avea întotdeauna o linie de noduri exterioare (reţeaua se extinde întotdeauna înafara frontierelor). Condiţiile corespunzătoare frontierelor vor apărea din punct de vedere matematic ca fiind condiţii particulare impuse punctelor virtuale exterioare structurii de analizat.

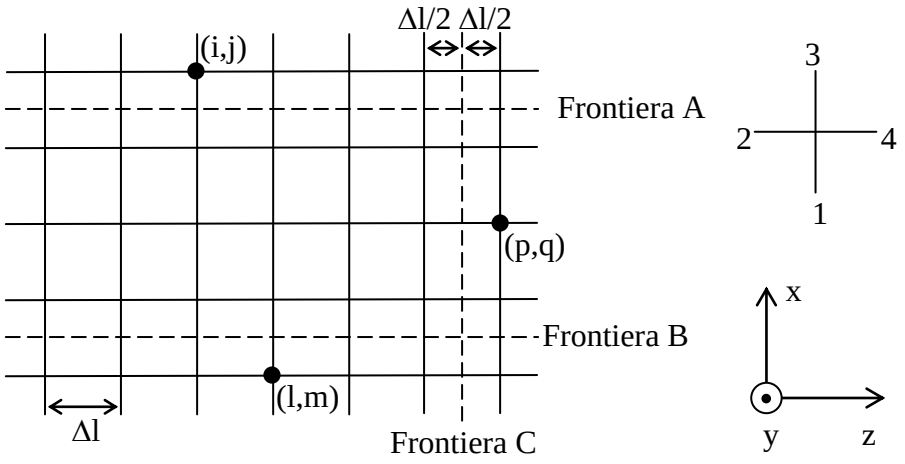


Figura 4.8. Modelarea frontierelor

În figura 4.8. considerăm frontiera A ca fiind un perete magnetic perfect. Vom avea deci un coeficient de reflexie egal cu +1, relațiile caracteristice fiind:

$$ {}_kV_3^i(i,j-1) = {}_kV_1^r(i,j) = {}_kV_3^r(i,j-1) \tag{4.21} $$

Această relație este impusă pentru fiecare nod extern (x=j) şi astfel se asigură faptul că pentru fiecare nod intern (x=j-1) un impuls trimis spre frontieră va fi întors cu aceeaşi amplitudine şi aceeaşi fază.

În aceeaşi figură, dacă considerăm că frontiera B este un perete electric perfect:

$$ {}_kV_1^i(l,m+1) = {}_kV_3^r(l,m) = -{}_kV_1^r(l,m+1) \tag{4.22} $$

Dacă vom avea o frontieră generală de impedanță de suprafață Z_C această frontieră va avea un coeficient de reflexie:

$$ \rho = \frac{Z_C - Z_0}{Z_C + Z_0} \tag{4.23} $$

unde $Z_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ este impedanța caracteristică a liniilor rețelei.

$$ {}_kV_4^i(p-1,q) = {}_kV_2^r(p,q) = \rho \cdot {}_kV_4^r(p-1,q) \tag{4.24} $$

4.5.2. Modelarea materialelor

În relațiile descrise până acum s-a considerat că propagarea se face în vid. Totuşi foarte des se întâlneşte în practică situația în care propagarea se face în materiale care au anumite proprietăți electrice şi magnetice (ε_r,μ_r) sau care suferă pierderi ori sunt neomogene. Vom încerca să vedem cum putem

face modelarea acestor materiale astfel încât să le putem folosi cu metoda TLM.

4.5.2.1. Materiale omogene fără pierderi

Un material omogen, izotrop, fără pierderi poate fi modelat fără a aduce modificări reţelei TLM. Trebuie doar să se ţină cont de proprietăţile materialului respectiv (ε_r ,μ_r) la calculul vitezelor de fază. Astfel viteza de fază în reţea (v_n) şi viteza de fază în material (v_m) se vor găsi în următoarea relaţie:

$$\frac{v_n}{v_m} = \frac{v_n}{c} \cdot \sqrt{\varepsilon_r \cdot \mu_r} \tag{4.25}$$

viteza de fază în reţea fiind cea impusă de relaţiile (4.17), (4,18).

4.5.2.2. Materiale omogene cu pierderi

Introducerea pierderilor în reţeaua TLM poate fi realizată în două moduri. În primul caz pierderile pot fi distribuite continuu pe liniile de transmisie (făcându-le pe acestea cu pierderi – rezistenţă lineică) sau energia o putem extrage în nodurile reţelei prevăzând în fiecare nod o rezistenţă concentrată sau o linie terminată pe impedanţa sa caracteristică.

A doua metodă este potrivită pentru modelarea materialelor neomogene, în timp ce prima variantă permite obţinerea simplă a răspunsului sistemului cu pierderi cunoscând răspunsul sistemului fără pierderi. Amplitudinea impulsurilor care circulă de la un nod la altul se modifică cu un factor $e^{-\alpha \cdot \Delta l}$ unde α este constanta de atenuare a liniilor cu pierderi.

Diferenţele care apar în relaţiile de definiţie a reţelei şi a structurii sunt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial I_z}{\partial z} + \frac{\partial I_x}{\partial x} &= -j\omega \cdot 2\left(C + \frac{G}{j\omega}\right) \cdot V_y \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} &= j\omega\left(\varepsilon + \frac{\sigma}{j\omega}\right) \cdot E_y \end{aligned} \tag{4.26}$$

O conductanţă lineică G va reprezenta o conductivitate σ=2G în mediul considerat. Obţinem constantele de propagare complexe în reţea respectiv în mediu:

$$\gamma = j\omega\sqrt{LC\cdot\left(1+\frac{G}{j\omega C}\right)}$$
$$\gamma_n = j\omega\sqrt{\mu\varepsilon\cdot\left(1+\frac{\sigma}{j\omega\varepsilon}\right)} \tag{4.27}$$

Echivalenţa între cele două relaţii din (4.26) va impune:

$$\gamma_n = \sqrt{2}\cdot\gamma \tag{4.28}$$

Aceste relaţii sunt valabile atât timp cât Δl este mult mai mic decât lungimea de undă. Deoarece metoda TLM nu poate lucra cu linii de transmisie cu impedanţe complexe care să deformeze impulsurile, va trebui să facem restricţia la cazurile pierderilor reduse când $\alpha,\alpha_n << 1$. Vom obţine pentru propagarea axială:

$$\frac{\beta}{\beta_n} = \frac{\pi\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}}{\arcsin\left[\sqrt{2}\cdot\sin\left(\pi\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right]}$$
$$\frac{\alpha}{\alpha_n} = \frac{\sqrt{\cos\left(2\pi\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}\right)}}{\sqrt{2}\sin\left(\pi\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}\right)} \tag{4.29}$$

Ca şi în cazul liniilor fără pierderi putem face în figura 4.9 reprezentarea grafică a acestor variaţii (constantele de propagare β, β_n respectă aceeaşi relaţie chiar). Se reprezintă cazul cel mai defavorabil al propagării axiale.

Se obţine aceeaşi condiţie de realizare a reţelei, Δl << λ, condiţie care trebuie îndeplinită mai strict pentru constantă de atenuare.

Dacă vom rezolva ecuaţia (4.27) pentru a afla constantele de propagare şi atenuare vom obţine:

$$\alpha = \omega\sqrt{\frac{LC}{2}}\left[-1+\sqrt{1+\left(\frac{G}{\omega C}\right)^2}\right]^{1/2}$$
$$\beta = \omega\sqrt{\frac{LC}{2}}\left[1+\sqrt{1+\left(\frac{G}{\omega C}\right)^2}\right]^{1/2} \tag{4.30}$$

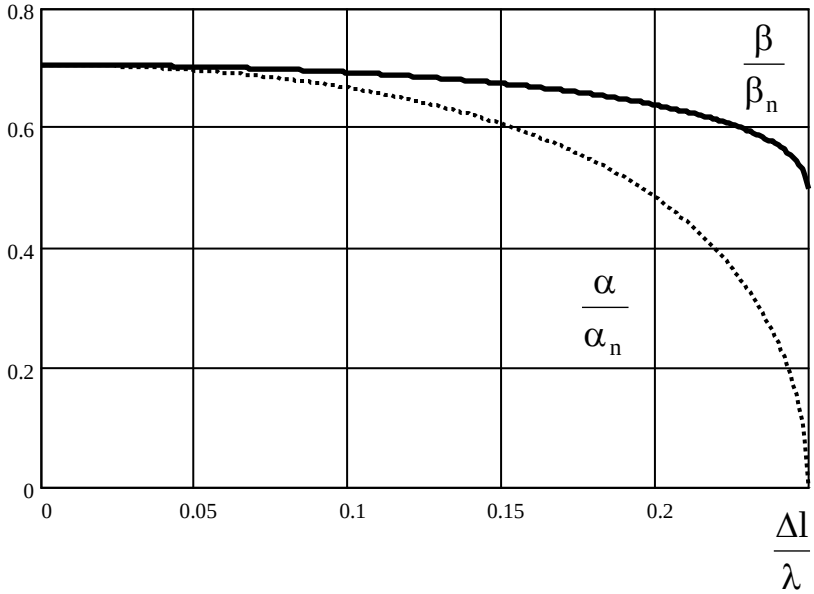


Figura 4.9. Dispersia constantelor de atenuare şi de fază

Analiza materialelor omogene cu pierderi se va traduce deci prin atenuarea impulsurilor între două noduri succesive cu un factor $e^{-\alpha\cdot\Delta l}$ unde:

$$\alpha\cdot\Delta l=\sqrt{2}\pi\frac{\Delta l}{\lambda}\left[-1+\sqrt{1+(\tan\delta)^2}\right]^{1/2} \tag{4.31}$$

Ca urmare vom putea obţine răspunsul la impuls a reţelei cu pierderi din răspunsul reţelei fără pierderi astfel:

$${}_kA_i'={}_kA_i\cdot e^{-k\cdot\alpha\cdot\Delta l} \tag{4.32}$$

În acelaşi timp trebuie să ţinem cont de modificarea constantei de fază β cu un factor:

$$r=\left[\frac{1+\sqrt{1+(\tan\delta)^2}}{2}\right]^{1/2} \tag{4.33}$$

ceea ce va impune constanta de timp:

$$\Delta t=r\cdot\frac{\Delta l}{c} \tag{4.34}$$

4.5.2.3. Materiale neomogene cu pierderi

Acesta este cazul cel mai general în care permitivitatea, permeabilitatea şi tangenta de pierderi variază în interiorul structurii. În acest caz soluţia modelării printr-o metodă TLM constă în adăugarea în fiecare

nod a unor elemente reactive şi disipative ale căror elemente să depindă explicit de proprietăţile locale ale materialului.

Fie de exemplu cazul unui dielectric cu pierderi cu o permitivitate complexă:

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r + \frac{\sigma}{j\omega} = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot (1 - \tan\delta) \tag{4.35}$$

Un astfel de mediu poate fi modelat cu o reţea de linii de transmisie conectate în paralel la care se adaugă în fiecare nod:

1. o linie de transmisie în paralel, în circuit deschis, de lungime Δl/2 şi impedanţă caracteristică normalizată y_0, numit linie de permitivitate.

2. o conductanţă g_0 în paralel, concentrată sau o linie în paralel adaptată de admitanţă caracteristică normalizată g_0 numit o linie de pierderi.

Pentru ambele linii admitanţa la care se face normalizarea este admitanţa liniilor de transmisie din reţeaua principală. Lungimile liniilor de transmisie este limitată la Δl/2 pentru a asigura sincronismul impulsurilor în toate nodurile reţelei. La frecvenţe joase liniile de permitivitate adaugă în toate nodurile reţelei o capacitate concentrată egală cu $C \cdot y_0 \cdot \Delta l/2$ capacitatea totală din nodurile reţelei devenind $2 \cdot C \cdot \Delta l \cdot (1 + y_0/4)$. Liniile de pierderi introduc în paralel în fiecare nod o conductanţă $g_0 \cdot C \cdot c$.

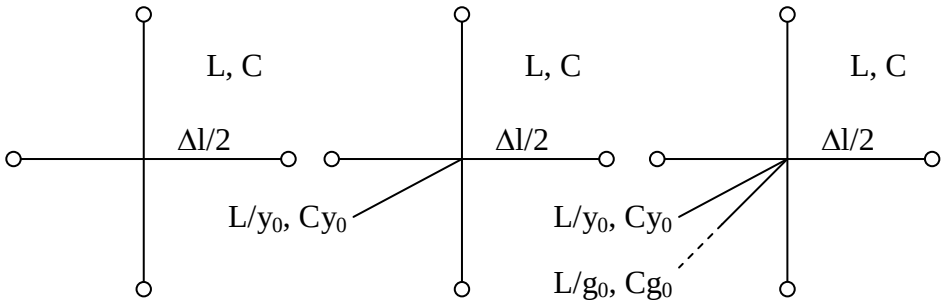


Figura 4.10. Modelarea pierderilor în materialele neomogene cu pierderi

Introducerea a două noi linii de transmisie în fiecare nod modifică formalismul matematic care stă la baza realizării algoritmului TLM. Vor exista 6 linii de transmisie care pleacă din fiecare nod dar din impulsurile emergente numai 5 se vor întoarce în nod. Al şaselea impuls va fi absorbit de linia de pierderi. Coeficientul de reflexie văzut de un impuls incident pe unul din cele 4 linii ale reţelei şsi coeficientul de transmisie spre liniile de ieşire vor fi:

$$S_{ii} = -\frac{y-2}{y}, \quad i = \overline{1,4}$$
$$S_{ki} = 1 + S_{ii} = \frac{2}{y}, \quad k \neq i \tag{4.36}$$

unde $y = 4 + y_0 + g_0$.

Impulsurile care intră în liniile de permitivitate vor fi reflectate la capătul circuit deschis şi vor deveni impulsuri incidente în nod:

$${}_{k+1}V_5^i(z,x) = {}_{k+1}V_5^r(z,x) \tag{4.37}$$

În nod aceste impulsuri vor fi afectate de coeficientul de reflexie, respectiv transmisie:

$$S_{55} = \frac{2y_0 - y}{y}$$
$$S_{i5} = 1 + S_{55} = \frac{2y_0}{y}, \quad i \neq 5 \tag{4.38}$$

Matricea de difracţie pentru un nod încărcat cu linii de transmisie de pierderi şi de permitivitate se va modifica pentru a ţine cont de cel de-al cincilea impuls:
(4.39):

$${}_{k+1}\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}^r = \frac{1}{y}\begin{bmatrix} -(y-2) & 2 & 2 & 2 & 2y_0 \\ 2 & -(y-2) & 2 & 2 & 2y_0 \\ 2 & 2 & -(y-2) & 2 & 2y_0 \\ 2 & 2 & 2 & -(y-2) & 2y_0 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 2y_0 - y \end{bmatrix} \cdot {}_k\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \\ V_5 \end{bmatrix}^i$$

Ca şi în cazurile precedente este important să realizăm o analiză a dispersiei vitezelor pentru a observa limitele modelului găsit. Similar cu metoda aplicată la punctul 4.3. vom observa nalogia matematică între relaţiile care descriu propagarea în reţea cu ecuaţiile lui Maxwell, de această dată aplicate pentru un dielectric cu pierderi, vom obţine următoarele analogii între mărimile de câmp şi mărimile carcateristice reţelei TLM:

$$E_y \equiv V_y \quad H_z \equiv I_x \quad H_x \equiv -I_x$$
$$\mu_0 \equiv L \quad \varepsilon_0 \equiv 2 \cdot C \quad \varepsilon_r = 1 + \frac{y_0}{4} \quad \sigma = \frac{g_0 \cdot C \cdot c}{\Delta l} \tag{4.40}$$

Procedând similar ca la punctul 4.4. se obţin pentru constantele de propagare relaţiile:

$$\frac{\beta}{\beta_n} = \frac{\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}}{\arcsin\left[\sqrt{2 \cdot \left(1 + \frac{y_0}{4}\right)} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right]}$$

$$\frac{\alpha}{\alpha_n} = \frac{\sqrt{1 - 2 \cdot \left(1 + \frac{y_0}{4}\right) \cdot \sin^2\left(\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}\right)}}{\sqrt{2 \cdot \left(1 + \frac{y_0}{4}\right)} \sin\left(\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}\right)} \tag{4.41}$$

unde:

$$\alpha = \frac{g_0}{4 \cdot \Delta l \cdot \left(1 + \frac{y_0}{4}\right)}; \quad \beta = \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \tag{4.42}$$

Valorile de normalizare α şi β au fost alese astfel încât să putem scrie la frecvenţe joase:

$$\gamma_n = \sqrt{2 \cdot \left(1 + \frac{y_0}{4}\right)} \cdot \gamma; \quad \gamma = \alpha + j\beta \tag{4.43}$$

Relaţiile anterioare au fost scrise pentru cazul propagării axiale. În cazul propagării diagonale reţeaua continuă să fie nedispesivă iar pentru cazul propagării după o direcţie oarecare a fost propusă o relaţie similară relaţiei (4.19):

$$\frac{\beta}{\beta_n} = \frac{d_n \cdot \pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}}{\arcsin\left[d_n \cdot \sqrt{2 \cdot \left(1 + \frac{y_0}{4}\right)} \cdot \sin\left(\pi \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right]} \tag{4.44}$$

Pe măsură ce valoarea admitanţei y_0 se micşorează intervalul utilizabil de frecvenţă.

4.5.2.4. Modelarea interfeţei dielectric-dielectric

Vom considera cazul unei regiuni umplute parţial cu aer şi parţial cu dielectric. Câmpul electric tangenţial interfeţei poate fi modelat prin tensiunile dintr-o reţea paralel şi vom avea următoarele echivalenţe:

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{y_0}{4} \quad v_2 = \frac{v_1}{\sqrt{1+\frac{y_0}{4}}} \quad Z_2 = \frac{Z_1}{\sqrt{1+\frac{y_0}{4}}} \tag{4.45}$$

unde v_1, v_2, Z_1, Z_2 sunt vitezele şi impedanţele caracteristice în regiunile 1 respectiv 2 din figura 4.11. Se poate observa că interfaţa între cei doi dielectrici se găseşte la mijlocul distanţei între două noduri.

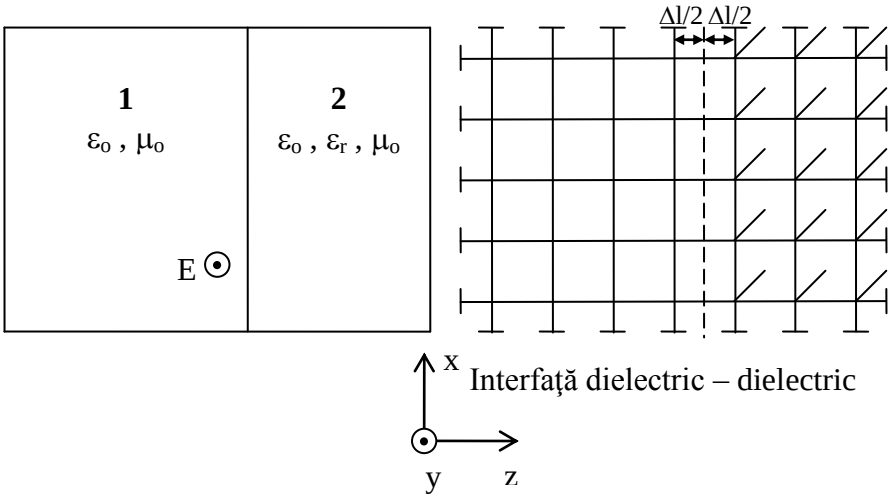


Figura 4.11. Modelarea interfeţei dielectric – dielectric

Pentru a obţine un model realist se impune realizarea unor corecţii asupra coeficienţilor de transmisie şi de reflexie la nivelul punctelor vecine interfeţei. Pentru fiecare nod expresia vitezei este corectă dar trebuie să ţinem cont că nodul vecin va avea o altă valoare a impedanţei caracteristice.

Dacă $r = \frac{Z_1}{Z_2}$ vom pune condiţiile următoare pentru impulsurile care străbat interfaţa între cei doi dielectrici:

$$\Gamma_{11} = \frac{1-r}{1+r} \quad \Gamma_{22} = \frac{r-1}{r+1} \quad T_{12} = \frac{2}{1+r} \quad T_{21} = \frac{2r}{1+r} \tag{4.46}$$

Aplicarea acestor coeficienţi de reflexie, transmisie este exemplificată în figura 4.12.

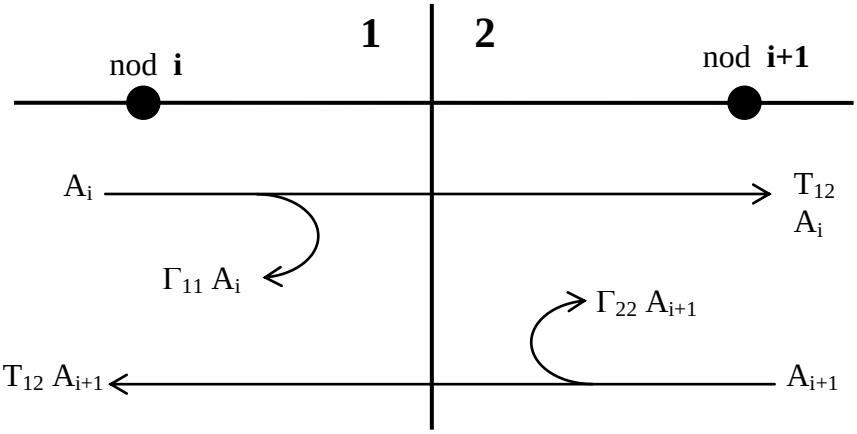


Figura 4.12. Reflexia/transmisia la interfaţa între două medii

4.6. Calculul răspunsului în frecvenţă al reţelei TLM

4.6.1. Relaţii clasice de calcul al răspunsului în frecvenţă

Răspunsul în domeniul frecvenţă al unei reţele TLM poate oferi foarte multe informaţii privitor la caracteristicile structurii modelate. Înainte de intrarea în domeniul frecvenţă este însă necesar să se realizeze modelarea în domeniul timp a răspunsului reţelei la anumite semnale de excitaţie.

Excitarea reţelei poate fi făcută în două moduri distincte:

1. excitaţie de tip impuls – caz în care se impun valori tensiunilor în noduri în momentul iniţial, urmând ca în continuare reţeaua să evolueze liber, fără a se mai interveni din exterior.
2. excitaţie permanentă – pe tot parcursul evoluţiei reţelei se impune o anumită variaţie a tensiunilor dintr-un număr de noduri care constituie intrarea în structura analizată.

De cele mai multe ori este preferată excitaţia în impuls deoarece astfel de semnale au un spectru bogat şi permit excitarea unui interval de frecvenţe mai extins acest lucru conducând la obţinerea unor informaţii mai complete despre structura analizată. Se preferă totuşi soluţia excitării reţelei cu semnale permanente mai ales când se modelează o structură deschisă (cu radiaţie spre exterior) sau cu pierderi. În astfel de structuri se pierde în permanenţă energie din structură, absenţa unei injecţii continue de energie traducându-se printr-o micşorare permanentă a tensiunilor din reţea, scăzând astfel rezoluţia pe care o putem obţine.

În cazul în care se adoptă excitaţia în impuls se poate realiza excitarea fie cu impulsuri Dirac aplicate în unul (sau mai multe din nodurile reţelei) sau se poate realiza excitarea cu impulsuri a întregii reţele, amplitudinile fiind

precalculate astfel încât să fie apropiate de o anumită soluţie pe care dorim să o analizăm. Această soluţie va fi obţinută mult mai rapid decât în cazul excitării prin impulsuri Dirac, dar există posibilitatea ca alte soluţii (moduri) posibile să nu mai poată fi determinate.

Oricare ar fi metoda de excitaţie, semnalul de ieşire din reţea, într-un anumit nod, se obţine prin urmărirea impulsurilor care se succed în nodul respectiv. Acest semnal poate fi scris din punct de vedere matematic:

$$f(t)=\sum_{k=1}^{\infty} {}_k A\cdot\delta(t-k\cdot\Delta t) \tag{4.47}$$

Soluţiile din toată banda de trecere corespunzătoare reţelei vor fi conţinute în acest răspuns în timp. Răspunsul la orice excitaţie poate fi aflat prin convoluţie între răspunsul la impuls şi acel semnal. Deoarece o importanţă deosebită o prezintă răspunsul structurii la semnale sinusoidale, vom putea obţine acest răspuns prin aplicarea transformatei Fourier.

$$\begin{aligned}\mathrm{Re}\left[F\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right]&=\sum_{k=1}^{N} {}_k A\cdot\cos\left(2\cdot\pi\cdot k\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\\ \mathrm{Im}\left[F\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right]&=\sum_{k=1}^{N} {}_k A\cdot\sin\left(2\cdot\pi\cdot k\cdot\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\end{aligned} \tag{4.48}$$

unde ${}_kA$ este amplitudinea impulsului obţinut în nod la iteraţia k, definit conform relaţiei (4.47). Valoarea considerată este de obicei tensiunea (curentul) totală a nodului la iteraţia k. De exemplu pentru o retea serie cu linii de pierderi şi permeabilitate vom aplica următoarea relaţie:

$${}_k A=\frac{2}{y}\cdot\left(\sum_{m=1}^{4} {}_k V_m^i+{}_k V_5^i\cdot y_0\right) \tag{4.49}$$

unde $y=4+y_0+g_0$.

În cazul unei structuri închise, răspunsul în frecvenţă obţinut cu (4.48) va constitui spectrul modurilor caracteristice structurii respective. Deoarece excitaţia va conţine toate frecvenţele posibile într-o egală măsură, apariţia unor maxime la anumite frecvenţe va arăta disponibilitatea structurii de a oscila la frecvenţele respective, care vor corespunde deci frecvenţelor modurilor principale ale structurii respective. Această afirmaţie nu trebuie privită ca având un caracter absolut. Modurile structurilor închise sunt soluţii care depind foarte mult de dimensiunile fizice ale structurii. Excitarea prin impulsuri Dirac a reţelei va conţine toate frecvenţele din bandă, dar excitarea fiecărui mod în parte va depinde foarte mult şi de poziţia zonelor în care se face excitarea. Astfel punctele aflate la mijlocul uneia din axele principale ale structurii vor permite numai excitarea modurilor impare. Deasemenea

punctul în care este urmărită ieşirea prezintă importanţă din punctul de vedere al situării sale.

Amplasarea intrării sau ieşirii din reţea într-un punct de maxim sau de minim a unui anumit mod va permite amplificarea (respectiv atenuarea) maximului corespunzător modului respectiv.

Pentru un anumit maxim local pentru $|F| = \sqrt{\mathrm{Re}^2\{F\} + \mathrm{Im}^2\{F\}}$ vom putea afla frecvenţa caracteristică:

$$f_c = \left(\frac{c}{\Delta l}\right) \cdot \left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)_{\max} \tag{4.50}$$

În cazul în care vom utiliza o reţea cu pierderi, după cum s-a amintit la punctul 4.5.3. se obţine răspunsul luând în considerare atenuarea şi de asemenea mărirea intervalului elementar de timp.

$$\begin{aligned} \mathrm{Re}\left[F\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right] &= \sum_{k=1}^{N} {}_k A \cdot e^{k \cdot \alpha \cdot \Delta l} \cdot \cos\left(r \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}\right) \\ \mathrm{Im}\left[F\left(\frac{\Delta l}{\lambda}\right)\right] &= \sum_{k=1}^{N} {}_k A \cdot e^{k \cdot \alpha \cdot \Delta l} \cdot \sin\left(r \cdot 2 \cdot \pi \cdot k \cdot \frac{\Delta l}{\lambda}\right) \end{aligned} \tag{4.51}$$

Ca exemplu vom considera simularea ghidului de undă WR(28) cu dimensiunile a = 0,28 inch, b = 0,14 inch. Ghidul este modelat printr-o reţea de dimensiuni 20×10 celule, în programul Mefisto [7].

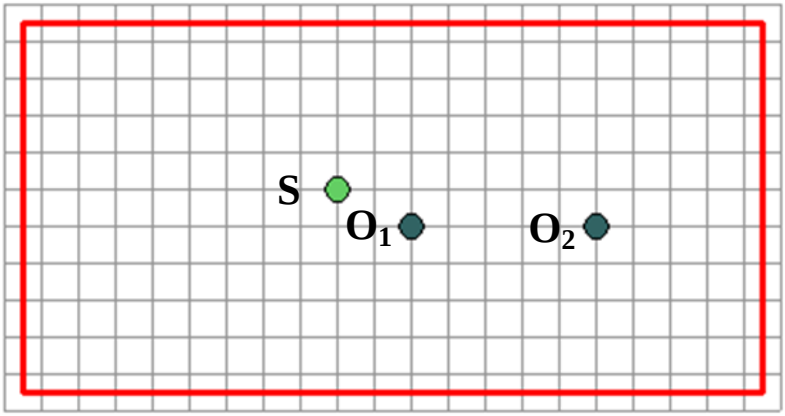


Figura 4.13. Modelarea ghidului WR(28)

Acest ghid va avea următoarele frecvenţe de tăiere ale modurilor transversal magnetice:

Mod	f_c (GHz)
TM11	47.128544
TM21	59.613417
TM31	75.992494

Rezultatele obţinute în domeniul timp pentru punctul de ieşire O_1 sunt cele date în figura 4.14. iar spectrul semnalului (unde se vor urmări frecvenţele de tăiere) este cel din figura 4.15.

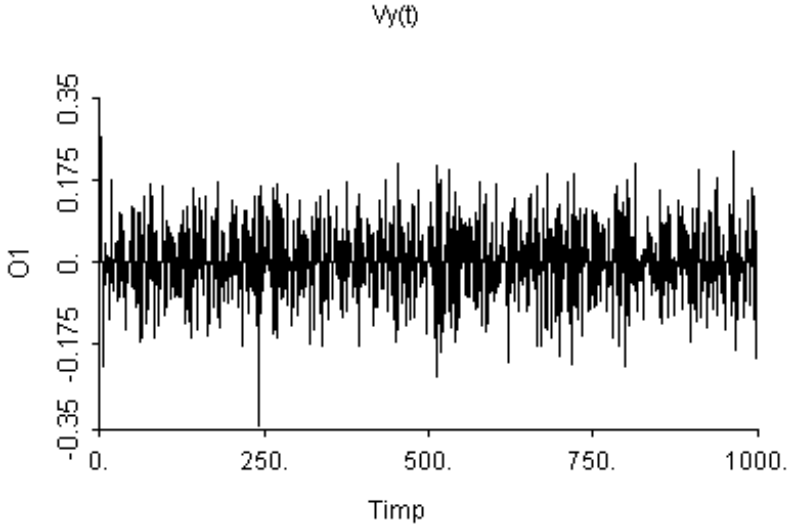


Figura 4.14. Tensiunea de ieşire în punctul O_1

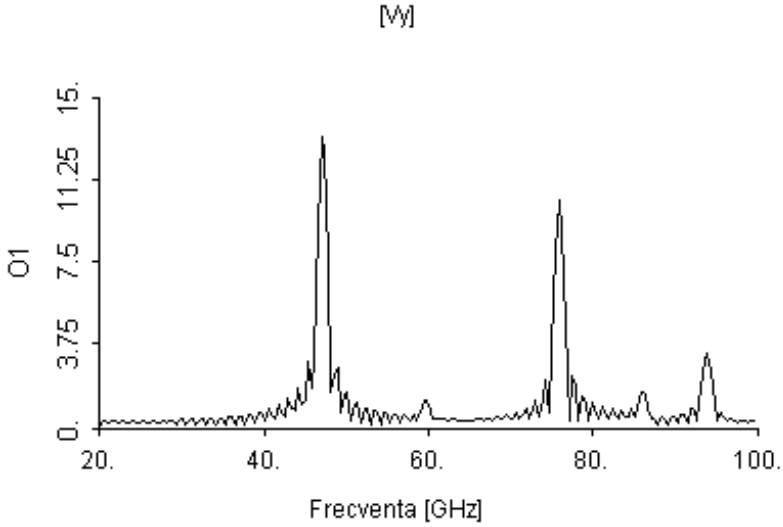


Figura 4.15. Spectrul tensiunii de ieşire în punctul O_1

Se poate observa că spre deosebire de estimările teoretice, nu se obţine un maxim prea pronunţat în jurul frecvenţei de 60GHz. Explicaţia acestui rezultat este dată de faptul că punctul de ieşire O_1 este ales în centrul structurii şi nu va putea pune în evidenţă soluţiile cu simetrie impară faţă de centrul de simetrie al ghidului aşa cum este modul TM_{21}. Putem corecta această situaţie alegând un al doilea punct de ieşire – O_2 situat asimetric faţă de centrul de simetrie al structurii. Spectrul obţinut este cel din figura 4.16. şi pune clar în evidenţă existenţa modului TM_{21} la o frecvenţă apropiată de cea calculată teoretic.

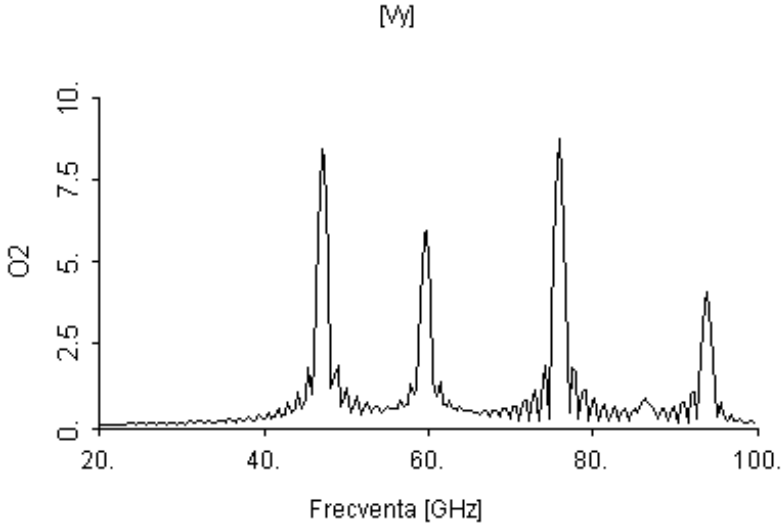


Figura 4.16. Spectrul de ieşire în punctul O_2

4.6.2. Metoda ferestrelor pentru analiza în frecvenţă

Se observă că în relaţiile (4.47) şi (4.51) se consideră sumarea numai a primelor N eşantioane din răspunsul la impuls al sistemului. Acest lucru se întâmplă deoarece în practică întotdeauna vom lua un număr finit de iteraţii şi astfel suma infinită din (4.47) se transformă într-o sumă a unui număr finit de impusuri. Se realizează o tăiere a ultimelor eşantioane efectul fiind apariţia fenomenului Gibbs, care constă în difuzia unui eşantion din spectru în eşantioanele înconjurătoare.

Pentru explicarea acestui fenomen vom lua în considerare următorul exemplu. La analiza în domeniul frecvenţă a semnalelor discrete se consideră o porţiune finită a semnalului, numărul de eşantioane considerate fiind întotdeauna o putere întreagă a lui 2 (pentru aplicarea Transformatei Fourier Discrete Rapide – FFT). Pentru un semnal pur sinusoidal, dacă vom prelua 256 de eşantioane vom obţine datele de intrare în algoritmul FFT ca în figura următoare:

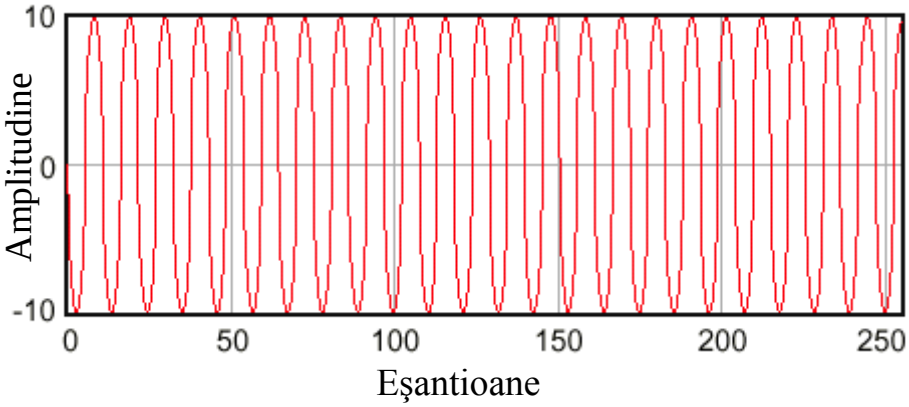


Figura 4.17. Un semnal de intrare sinusoidal limitat în timp

Deoarece semnalul este pur sinusoidal ne aşteptăm ca reprezentarea în frecvenţă să conţină un singur eşantion, la frecvenţa corespunzătoare. Aplicând metoda FFT se va obţine însă un spectru de forma următoare:

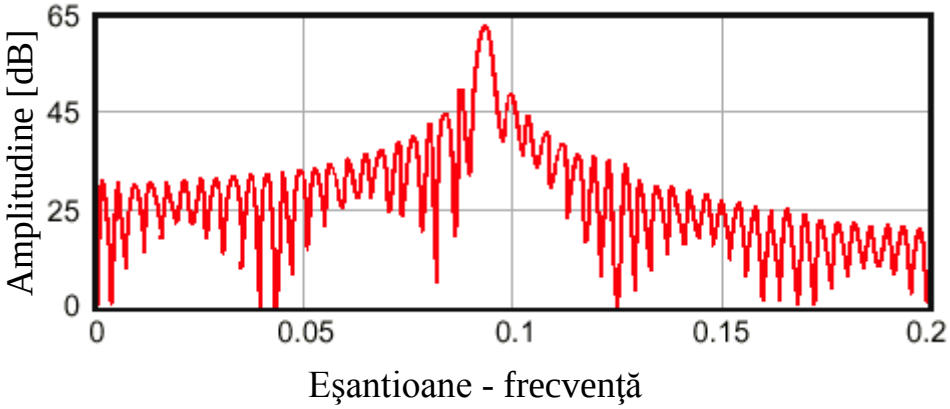


Figura 4.18. Spectrul semnalului sinusoidal limitat în timp

Se observă că spectrul rezultat are o compoziţie bogată, fiind departe de cel care este aşteptat. Dacă se aplică această metodă în calculul spectrului unui semnal [8] care are componente mari la anumite valori ale frecvenţelor (cum este spectrul răspunsurilor la impuls în reţeaua TLM – figura 4.15, 4.16), ne putem aştepta la erori mari de determinare a frecvenţelor caracteristice.

Această comportare se explică prin faptul că preluarea unui interval finit din intervalul de analizat (lucru care nu se poate niciodată evita) se explică matematic prin înmulţirea semnalului original, presupus infinit în timp, cu o funcţie numită fereastră naturală.

$$w_n(t)=\begin{cases}1, & 0<t<T\\ 0, & t\in(-\infty,0]\cup[T,+\infty)\end{cases} \tag{4.52}$$

Această funcție are spectrul următor, numit "sinus atenuat".

$$F_n(\omega)=T\cdot\frac{\left|\sin\frac{\omega\cdot T}{2}\right|}{\left|\frac{\omega\cdot T}{2}\right|} \tag{4.53}$$

Din definiția matematică a spectrului se observă că acesta ia valori pentru $\omega\in(-\infty,+\infty)$ deci se întinde pe toată gama de frecvențe.

Înmulțirea funcțiilor în timp se transformă în convoluție în domeniul frecvență, în cazul semnalului sinusoidal are loc transferarea spectrului ferestrei naturale în jurul frecvenței caracteristice semnalului sinusoidal, rezultatul fiind cel din figura 4.18. Efectul se observă şi în figurile 4.15 şi 4.16, fiecare maxim fiind însoțit de "aripioarele laterale" caracteristice sinusului atenuat. Efectul este deranjant în primul rând în figura 4.15. unde un maxim real de la 60 GHz nu poate fi distins între maximele introduse de spectrul ferestrei naturale.

Soluția, deşi poate părea nenaturală, constă în analizarea unui semnal alterat ca în figura 4.19. unde se aplică "fereastra" Hamming.

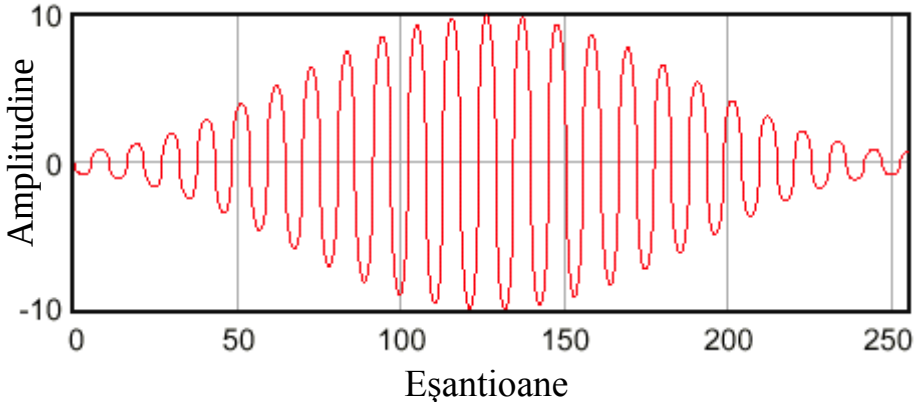


Figura 4.19. Semnalul sinusoidal ponderat cu fereastra Hamming

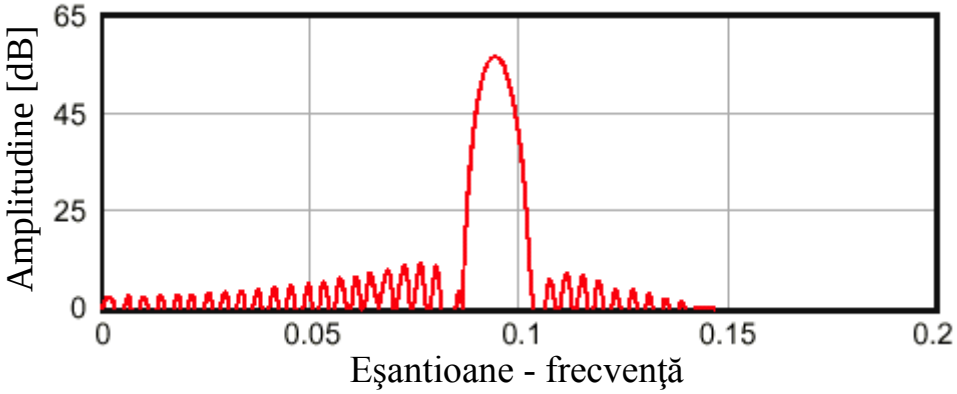


Figura 4.20. Spectrul semnalului sinusoidal ponderat cu fereastra Hamming

Analizând acest semnal cu metoda FFT obţinem spectrul din figura 4.20. Nici acum nu se obţine spectrul ideal dar se observă că întinderea în benzile laterale este mult mai mică ca amplitudine decât în cazul anterior. Explicaţia matematică constă în faptul că semnalul original a fost înmulţit cu o altă funcţie (fereastră) decât cea naturală cu un spectru lateral redus.

Se utilizează în acest moment mai multe funcţii fereastră, toate cu un spectru redus, explicabil prin faptul că valorile funcţiilor respective nu au variaţii brusce ca în cazul ferestrei naturale. Toate ferestrele au la mijloc valoarea 1 deci la mijlocul intervalului considerat semnalul rămâne nemodificat.

Nu se poate spune că una dintre ferestre este mai bună decât cealaltă, rezultatele obţinute depinzând şi de forma particulară a semnalului analizat. Există o mică preferinţă în a utiliza funcţiile mai "netede" din punct de vedere matematic, cum ar fi Hanning, Hamming, Blackmann deoarece dau o mărime mai mică a spectrului lateral, şi o îndepărtare mai mare a lobilor laterali, dar în acelaşi timp se poate observa că un anumit eşantion influenţează mai mult spectrul din imediata vecinătate. Totuşi fiecare aplicaţie trebuie să găsească fereastra care oferă rezultatele optime.

Definiţiile ferestrelor sunt cele din relaţiile următoare [9],[10]:

$$w_{Hamming}(t) = \left[0.54 + 0.46 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right)\right] \cdot w_n(t) \tag{4.54}$$

$$w_{Hanning}(t) = \frac{1}{2}\left[1 + \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right)\right] \cdot w_n(t) \tag{4.55}$$

$$w_{Bartlett}(t) = \left[1 - \frac{\left| t - \frac{T}{2} \right|}{\frac{T}{2}} \right] \cdot w_n(t) \tag{4.56}$$

$$w_{Blackman}(t) = \left[0.42 + 0.5 \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T} \right) + 0.08 \cdot \cos\left(\frac{4 \cdot \pi \cdot t}{T} \right) \right] \cdot w_n(t) \tag{4.57}$$

Cele mai frecvent utilizate sunt totuşi perechile de ferestre Hanning(-32dB)/ Hamming(-43dB) şi Blackmann-Harris (-61dB)/(-93dB) [11]. Aceste perechi de ferestre au exprimare relaţională similară (4.58-59), dar oferă comportare diferită a lobilor laterali: Hamming şi Blackmann-Harris (-93dB) oferă primul lob lateral de valoare mai mică (deci influenţă scăzută asupra eşantioanelor imediat vecine) cu dezavantajul unei scăderi mai puţin rapide a celorlalţi lobi (deci influenţă ceva mai ridicată asupra spectrului îndepărtat) – figura 4.22.

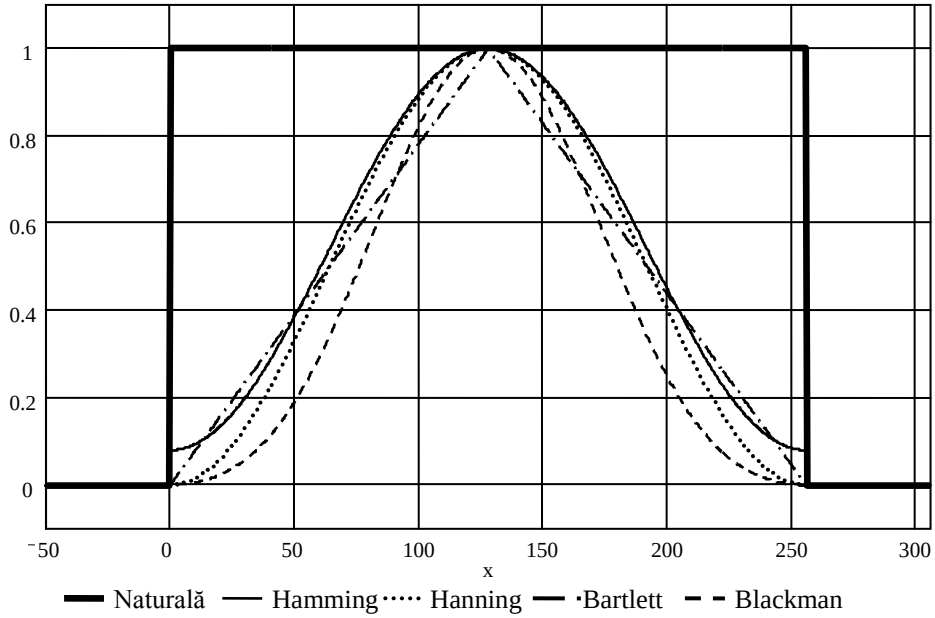


Figura 4.21. Ferestrele de ponderare uzual folosite

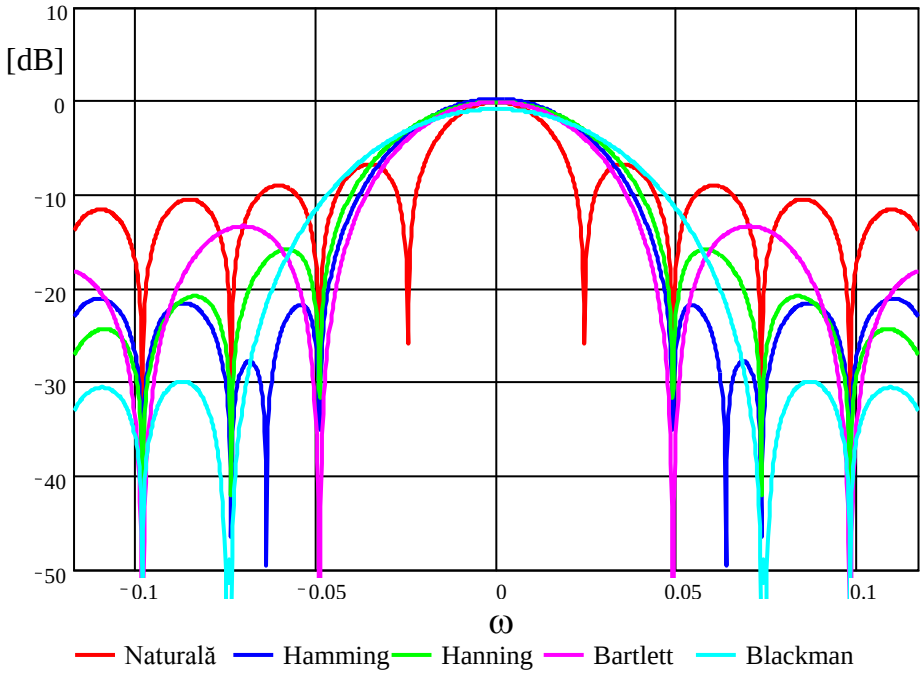


Figura 4.22. Spectrul ferestrelor de ponderare

$$w_H(t) = \left[\alpha + (1-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot t}{T}\right)\right]\cdot w_n(t) \tag{4.58}$$

(4.59):

$$w_{BH}(t) = \left[a_0 + a_1\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot t}{T}\right) + a_2\cdot\cos\left(\frac{4\cdot\pi\cdot t}{T}\right) + a_3\cdot\cos\left(\frac{6\cdot\pi\cdot t}{T}\right)\right]\cdot w_n(t)$$

Pentru a obține fereastra Hanning se înlocuieşte $\alpha = 0.5$ în (4.58), fereastra Hamming fiind caracterizată de $\alpha = 0.543478$. Blackmann-Harris (-61dB) este obținută în (4.59) cu

$$a_0 = \frac{10}{32};\ a_1 = -\frac{15}{32};\ a_2 = \frac{6}{32};\ a_3 = -\frac{1}{32} \tag{4.60}$$

iar Blackmann-Harris (-93dB) este caracterizată de [12]:

$$a_0 = 0.355768;\ a_1 = -0.487396;\ a_2 = 0.144232;\ a_3 = -0.012604 \tag{4.61}$$

Pentru metoda TLM există şi versiuni mai complexe, în care nodurile sunt mai flexibile, în sensul în care vor putea modela structuri mai complexe [13]. Deoarece scopul nostru este să îmbunătățim modul de prelucrare a rezultatelor, vom adopta în capitolul 5 utilizarea unei variante mai simple [2].

Rezultatele metodei se regăsesc în domeniul timp, ceea ce este neobişnuit pentru modul în care se privesc circuitele de frecvență înaltă, dar

se pot transforma aceste rezultate şi în domeniul frecvenţă [14], pentru interfaţarea cu alte metode [15], sau se poate face trecerea de la valorile tensiunilor şi curenţilor din noduri obţinute în valori de câmp [16] pentru o prelucrare ulterioară.

Bibliografie

[1] Hoefer, W.J.R., "The Transmission-Line Matrix Method--Theory and Applications", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 33, No. 10, 1985, pp. 882- 893

[2] Itoh T. "Numerical Techniques For Microwave and Millimeter Wave Passive Structures", John Wiley & Sons Inc., 1989, ISBN 0-471-62563-9, pp. 496-587

[3] Saad, S.M., "Review of Numerical Methods for the Analysis of Arbitrarily-Shaped Microwave and Optical Dielectric Waveguides", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 33, No. 10, 1985, pp. 894- 899

[4] Sadiku, M.N.O.; Hunt, D.T. "Solution of Dirichlet problems by the Exodus method", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 40, No. 1, 1992, pp. 89-95

[5] Wadell B. "Transmission Line Design Handbook", Artech House, 1991, ISBN 0-89006-436-9, pp. 73-177, 433-445

[6] Sadiku M., "Numerical Techniques In Electromagnetics", CRC Press, 2001, ISBN 0-8493-1395-3

[7] "The MEFISTo – 2DTM Workbook", Faustus Scientific Corporation, 1998, http://www.faustcorp.com/

[8] Howard R., "Principles of Random Signal Analysis - The Power Spectral Density and its Applications", John Wiley & Sons Inc., 2002, ISBN: 0-471-22617-3

[9] Lyons R., "Windowing Functions Improve FFT Results, Part I", Test & Measurement World, iunie 1998, pp. 37-44

[10] National Semiconductor Corporation, "Power Spectra Estimation", Aplication Note 255, noiembrie 1980

[11] Madisetti V.K.; Williams D.B. "Digital Signal Processing Handbook", CRC Press, 1998, ISBN 0849385725

[12] Nuttall A.H.., "Some Windows with Very Good Sidelobe Behavior" IEEE Trans. on Acoustics, Speech, and Signal Processing, Vol. 29, No. 1, Feb. 1981, pp. 84 - 91

[13] Akhtarzad, S.; Johns, P.B., "Three-Dimensional Transmission-Line Matrix Computer Analysis of Microstrip Resonators", IEEE Trans. on

Microwave Theory and Techniques, Vol. 23, No. 12, 1975, pp. 990 - 997

[14] Chen, Z.; Hoefer, W.J.R.; Ney, M.M., "A new procedure for interfacing the transmission line matrix (TLM) method with frequency-domain solutions", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 39, No. 10, 1991, pp. 1788-1792

[15] Tsang L.; Kong J.A., "Scattering of Electromagnetic Waves: Advanced Topics", John Wiley & Sons Inc., 2001, ISBN 0-471-38801-7

[16] Chen, Z.; Ney, M.M., "Conversion between the TLM solutions and field solutions", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 42, No. 3, 1994, pp. 529 - 532

Capitolul V
Estimare spectrală îmbunătăţită pentru metoda TLM

Problema în cazul realizării unor analize Fourier constă de obicei în realizarea unui optim între precizia de determinare dorită şi complexitatea problemei numerice. Astfel, precizia de determinare a spectrului (intervalul elementar de frecvenţă) este afectată de numărul de eşantioane în domeniul timp. Creşterea numărului de eşantioane duce la creşterea necesarului de memorie (deoarece numărul de eşantioane trebuie să fie un multiplu de 2, fiecare creştere va conduce la dublarea memoriei necesare) şi de asemenea la creşterea timpului necesar pentru rezolvare (numărul de operaţii fiind de ordinul a $N \cdot \log_2(N)$ deci şi timpul de rezolvare creşte în raport mai mare decât 2).

În plus pot exista probleme de limitare a preciziei datorită faptului că nu se poate creşte oricât de mult numărul de eşantioane. La creşterea acestuia peste o anumită limită, există posibilitatea, în funcţie de probleme de rezolvat, ca valorile impulsurilor să devină prea mici, deci cantitatea de informaţie suplimentară introdusă să fie neglijabilă şi deci inutilă pentru îmbunătăţirea preciziei.

5.1. Îmbunătăţirea preciziei de determinare a maximelor locale în analiza Fourier

Există în literatură numeroase exemple de îmbunătăţire prin interpolare a răspunsului obţinut în urma unei analize cu FFT, [1], [2] utilizează metoda Cauchy, [3] metoda Legendre. De asemenea, pentru metoda TLM se utilizează interpolarea polinomială de gradul al II-lea în [4] şi metoda Prony în [5].

Se propune în această lucrare o metodă originală de îmbunătăţire a preciziei care constă în estimarea matematică a valorii maximelor, cunoscând valorile "alterate" ale eşantioanelor alăturate calculate cu FFT.

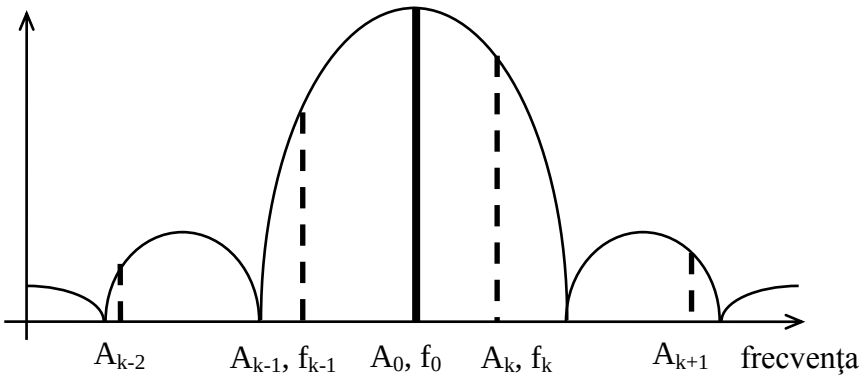


Figura 5.1. Determinarea matematică a maximelor

Ideea de bază constă în căutarea valorilor maxime pe care le iau eşantioanele în domeniul frecvenţă într-un anumit interval. Între ele ar trebui să se găsească eşantionul corespunzător maximului local de frecvenţă (la o altă frecvenţă şi având o altă amplitudine decât maximul găsit). Ştiind spectrul ferestrei utilizate vom putea calcula poziţia şi înălţimea maximului cunoscând efectul asupra eşantioanelor învecinate.

$$(A_{k-1}, A_k) \rightarrow (A_0, f_0) \tag{5.1}$$

5.1.1. Fereastra naturală

Vom trata mai întâi cazul ferestrei naturale, deoarece este cazul cel mai simplu din punct de vedere matematic şi în plus, din punctul de vedere al implementării hardware este cea care consumă cele mai puţine resurse şi cea mai rapidă.

Vom realiza o normalizare a problemei.

$$f(n), n = \overline{1..N} \rightarrow F(f) = \frac{\sin(\pi \cdot f \cdot N)}{\pi \cdot f} \rightarrow F(x) = \frac{\sin(x)}{x} \tag{5.2}$$

Relaţia care ne dă spectrul matematic va fi simplificată la maxim. Se face schimbarea de variabilă:

$$x = \pi \cdot f \cdot N \tag{5.3}$$

Eşantioanele vor fi despărţite de un interval de frecvenţă egal cu 1/N deci distanţa dintre două eşantioane va fi egală cu π în noua variabilă x. De asemenea vom neglija amplitudinea (egală cu N) a sinusului atenuat urmând să facem această corecţie la sfârşit.

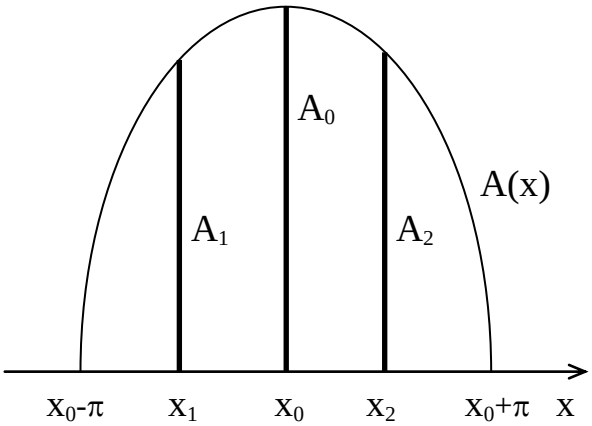


Figura 5.2. Influenţa unui maxim local asupra eşantioanelor alăturate

Pentru a simplifica calculele vom considera că originea sistemului de coordonate în variabila x coincide cu unul din eşantioanele laterale. Obţinem situaţia prezentată în figura 5.3.

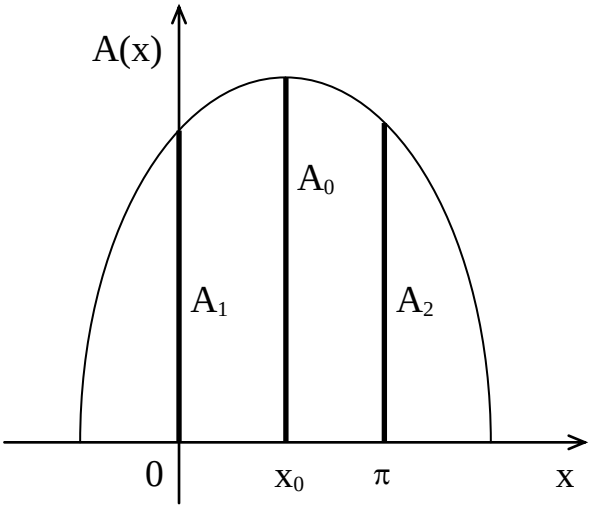


Figura 5.3. Normalizarea problemei şi alegerea axei

Înfăşurătoarea A(x) care ne va da influenţa eşantionului central A_0 asupra eşantioanelor alăturate va avea forma unui sinus atenuat centrat pe poziţia maximului x_0 (5.4).

$$A(x) = A_0 \cdot \frac{\sin(x - x_0)}{(x - x_0)} \tag{5.4}$$

$$A_1 = A(0) = A_0 \cdot \frac{\sin(-x_0)}{(-x_0)} = A_0 \cdot \frac{\sin(x_0)}{(x_0)} \tag{5.5}$$

$$A_2 = A(\pi) = A_0 \cdot \frac{\sin(\pi - x_0)}{(\pi - x_0)} = A_0 \cdot \frac{\sin(x_0)}{(\pi - x_0)} \tag{5.6}$$

Ecuaţiile (5.5), (5.6) realizează un sistem de două ecuaţii cu două ecuaţii şi două necunoscute (A_0, x_0). Acest sistem poate fi rezolvat:

$$\frac{A_1}{A_2} = \frac{(\pi - x_0)}{x_0} \cdot \frac{\sin(\pi - x_0)}{\sin(x_0)} = \frac{\pi - x_0}{x_0}$$

$$x_0 = \frac{\pi \cdot A_2}{A_1 + A_2} \tag{5.7}$$

$$A_0 = \frac{\pi \cdot A_1 \cdot A_2}{A_1 + A_2} \cdot \frac{1}{\sin\left(\frac{\pi \cdot A_2}{A_1 + A_2}\right)} \tag{5.8}$$

Ecuaţiile (5.7) şi (5.8) reprezintă soluţia căutată – poziţia şi valoarea maximului local. Ecuaţia (5.8) poate fi folosită direct pentru a afla maximul local (constanta de proporţionalitate N amintită anterior se simplifică), dar pentru aflarea frecvenţei corespunzătoare maximului trebuie să realizăm denormalizarea soluţiei.

$$(A_1, f_k) \equiv \left(A_1, k \cdot \frac{f_s}{N}\right) \quad (A_2, f_{k+1}) \equiv \left(A_2, (k+1) \cdot \frac{f_s}{N}\right) \tag{5.9}$$

$$f_0 = \left(k + \frac{A_2}{A_1 + A_2}\right) \cdot \frac{f_s}{N} \tag{5.10}$$

5.1.2. Fereastra Hanning

Utilizarea ferestrelor de ponderare Hamming şi Hanning este justificată de cazul destul de întâlnit în practică în care eşantioanele A_1 şi A_2 nu vor conţine numai influenţa unui eşantion ideal intermediar A_0 ci şi unor eşantioane alăturate (rezonanţe, moduri foarte apropiate). Rezolvarea ecuaţiilor pentru cazul ferestrei naturale se bazează pe inexistenţa unui alt eşantion real în apropierea eşantionului A_0.

Fereastra Hamming este utilizată datorită în primul rând vitezei mai mari de scădere a lobilor laterali (de exemplu cel mai mare lob lateral este atenuat cu 13dB pentru fereastra naturală şi cu 43dB pentru fereastra Hamming). Problema principală a ferestrei Hamming constă în aceea că scăderea mai rapidă a lobilor laterali se face cu preţul măririi lobului central şi deci a deformării mai pronunţate a spectrului în jurul eşantionului central (prima anulare apare pentru $x=\pi$ pentru fereastra naturală şi pentru $x=2\pi$ la

fereastra Hamming). Acest lucru face corecţia asupra erorii eşantionului central mai necesară decât în cazul ferestrei naturale.

Fereastra Hanning oferă performanţe mai slabe decât fereastra Hamming (atenuare de 32dB a primului lob dar scădere mai puţin rapidă a lobilor laterali) în schimb relaţiile matematice implicate oferă o simplificare destul de importantă a calculelor necesare pentru obţinerea soluţiei.

Vom face o parte din calcule pentru un caz mai general şi anume vom unifica definiţiile pentru ferestrele Hamming şi Hanning (ecuaţiile (2.8) şi (2.9)) într-o singură relaţie:

$$w_H(t)=\left[\alpha+(1-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot t}{T}\right)\right]\cdot w_n(t) \tag{5.11}$$

Relaţia (5.11) va putea fi apoi particularizată obţinând fereastra Hamming pentru α=0.54 (0.543478) şi fereastra Hanning pentru α=0.5.

Vom calcula spectrul caracteristic acestei ferestre:

$$F(f)=\int_{-\infty}^{\infty} w_H(t)\cdot e^{-j\cdot 2\pi\cdot f\cdot n}dn=\int_{0}^{N}\left[\alpha+(1-\alpha)\cdot\cos\left(\frac{2\cdot\pi\cdot t}{T}\right)\right]\cdot e^{-j\cdot 2\pi\cdot f\cdot n}dn \tag{5.12}$$

$$F(f)=\alpha\cdot\frac{\sin(\pi\cdot f\cdot N)}{\pi\cdot f}+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{\sin\left[\pi\cdot\left(f-\frac{1}{N}\right)\cdot N\right]}{\pi\cdot\left(f-\frac{1}{N}\right)}+$$

$$+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{\sin\left[\pi\cdot\left(f+\frac{1}{N}\right)\cdot N\right]}{\pi\cdot\left(f-\frac{1}{N}\right)} \tag{5.13}$$

Vom aplica aceeaşi schimbarea de variabilă (5.3) şi vom obţine:

$$F(x)=\alpha\cdot\frac{\sin(x)}{x}+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{\sin(x-\pi)}{x-\pi}+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{\sin(x+\pi)}{x+\pi} \tag{5.14}$$

Realizând aceeaşi normalizare vom obţine situaţie prezentă în figura 5.5 şi ecuaţiile (5.15)-(5.17). În figura 5.5 s-a pus în evidenţă faptul că anularea funcţiei F(x) intervine la o valoare x=2π (lobul central mai larg generat de fereastra Hamming).

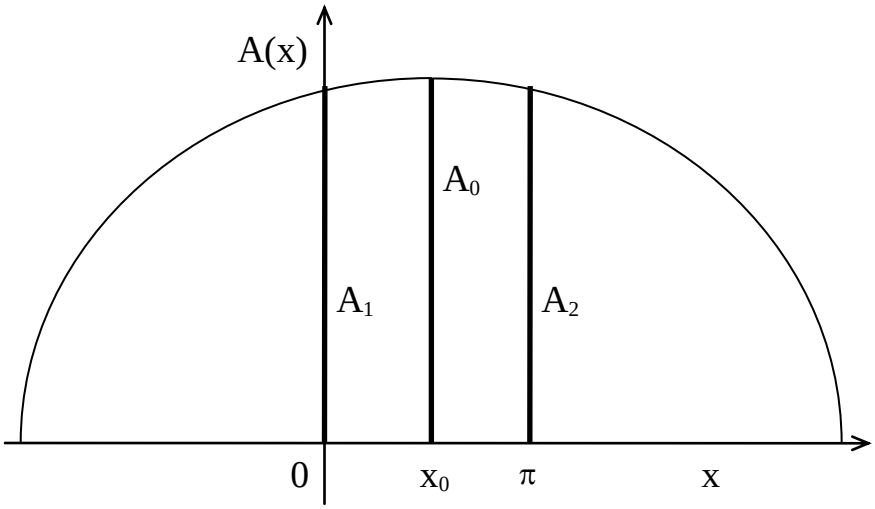


Figura 5.5. Normalizarea în cazul ferestrelor Hamming-Hanning

$$A(x)=\alpha\cdot\frac{\sin(x-x_0)}{x-x_0}+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{\sin(x-x_0-\pi)}{x-x_0-\pi}+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{\sin(x-x_0+\pi)}{x-x_0+\pi} \quad (5.15)$$

$$A_1=A(0)=A_0\cdot\sin(x_0)\cdot\left[\frac{\alpha}{x_0}-\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{1}{x_0+\pi}+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{1}{\pi-x_0}\right] \quad (5.16)$$

$$A_2=A(\pi)=A_0\cdot\sin(x_0)\cdot\left[\frac{\alpha}{\pi-x_0}+\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{1}{x_0}-\frac{1-\alpha}{2}\cdot\frac{1}{2\pi-x_0}\right] \quad (5.17)$$

Am obţinut din nou un sistem de două ecuaţii cu două necunoscute care permite aflarea necunoscutelor (A_0, x_0). Încercarea de rezolvare a acestui sistem prin aceeaşi metodă duce la obţinerea unei ecuaţii de gradul 3 cu soluţie analitică foarte complicată:

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{\alpha\cdot(\pi-x_0)\cdot(\pi+x_0)+(1-\alpha)\cdot x_0^2}{\alpha\cdot(2\pi-x_0)\cdot x_0+(1-\alpha)\cdot(\pi-x_0)^2}\cdot\frac{2\pi-x_0}{\pi+x_0} \quad (5.18)$$

Vom particulariza această relaţie pentru cazul ferestrei Hanning (α=0.5) şi vom obţine, ţinând cont de condiţia $\alpha = 1-\alpha$:

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{\pi^2-x_0^2+x_0^2}{2\pi\cdot x_0-x_0^2+\pi^2-2\pi\cdot x_0+x_0^2}\cdot\frac{2\pi-x_0}{\pi+x_0}=\frac{2\pi-x_0}{\pi+x_0} \quad (5.19)$$

În acest caz putem obţine soluţiile sistemului de ecuaţii:

$$x_0=\frac{\pi\cdot(2A_2-A_1)}{A_1+A_2} \quad (5.20)$$

$$A_0 = \frac{6\pi \cdot A_1 \cdot A_2}{\sin\left[\frac{\pi \cdot (2A_2 - A_1)}{A_1 + A_2}\right]} \cdot \frac{(2A_2 - A_1)\cdot(2A_1 - A_2)}{(A_1 + A_2)^3} \tag{5.21}$$

Aflarea frecvenţei corespunzătoare maximului se face similar cu relaţia (5.10):

$$f_0 = \left(k + \frac{2A_2 - A_1}{A_1 + A_2}\right) \cdot \frac{f_s}{N} \tag{5.22}$$

5.1.3. Fereastra Hamming

După cum am amintit la punctul anterior fereastra Hamming oferă anumite avantaje legate caracteristicile de afectare a spectrului, dar dificultatea majoră întâlnită constă în rezolvarea ecuaţiei (5.18). Fiind o ecuaţie de gradul al treilea există relaţii analitice de rezolvare, dar expresia lor este prea complicată, conducând la creşterea numărului de operaţii pe care trebuie să îl realizăm pentru aflarea soluţiei, anulând eventual avantajul obţinut prin calcularea precisă a soluţiei.

Vom încerca să rezolvăm numeric, cu o anumită aproximaţie ecuaţia (5.18). Se face o schimbare de variabilă (5.23):

$$y = x_0 - \frac{\pi}{2} \rightarrow y \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \tag{5.23}$$

$$a_1 = \frac{A_1}{A_2} \tag{5.24}$$

unde a_1 este valoarea eşantionului 1 raportată la eşantionul 2. Înlocuind (5.23) şi (5.24) în (5.18) şi rezolvând în raport cu a_1 obţinem:

$$a_1(y) = \frac{3\pi - 2y}{3\pi + 2y} \cdot \frac{4(1-2\alpha)y^2 + 4\pi(1-2\alpha)y + \pi^2(1+2\alpha)}{4(1-2\alpha)y^2 - 4\pi(1-2\alpha)y + \pi^2(1+2\alpha)} \tag{5.25}$$

Ne interesează soluţia pentru cazul particular al ferestrei Hamming deci pentru α=0.54. Vom putea face înlocuirea numerică pentru a putea realiza mai departe prelucrarea numerică.

$$a_1(y) = \frac{3\pi - 2y}{3\pi + 2y} \cdot \frac{0.32y^2 + 0.32\pi y + 2.08\pi^2}{0.32y^2 - 0.32\pi y + 2.08\pi^2} \tag{5.26}$$

Vom reprezenta grafic $a_1(y)$ şi derivata lui a_1 în raport cu y pe intervalul de variaţie al acestei variabile [-π/2,π/2], rezultatul fiind cel din figura 5.6.

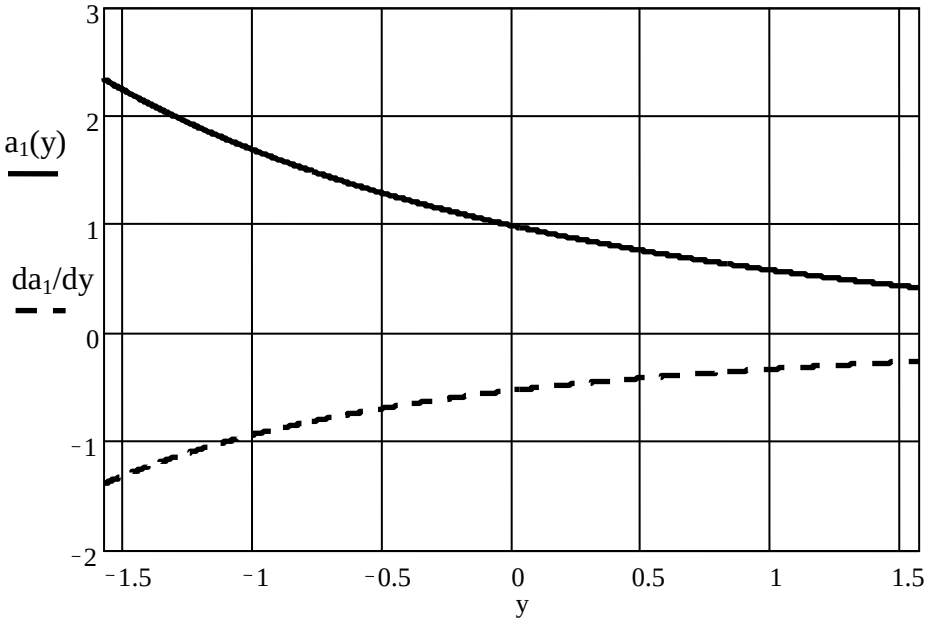


Figura 5.6.

Forma acestor grafice sugerează posibilitatea aproximării funcției $a_1(y)$ cu o relație de forma:

$$a_1(y) = a \cdot e^{-b \cdot y} \tag{5.27}$$

Se realizează un algoritm numeric care să găsească valorile parametrilor a și b care să minimizeze suma pătratelor diferențelor între valorile obținute pentru functia $a_1(y)$ cu relația (5.27) respectiv (5.26). Acest algoritm, aplicat pentru 1000 de valori ale lui y în intervalul $[-\pi/2,\pi/2]$, indică faptul că parametrii din relația (5.28) oferă cea mai mică eroare:

$$a = 1;\ b = 0.534799 \tag{5.28}$$

Verificarea corectitudinii relației găsite o putem verifica reprezentând pe același grafic funcția $a_1(y)$ calculată cu relația (5.27) și alternativ cu (5.26) în figura 5.7.

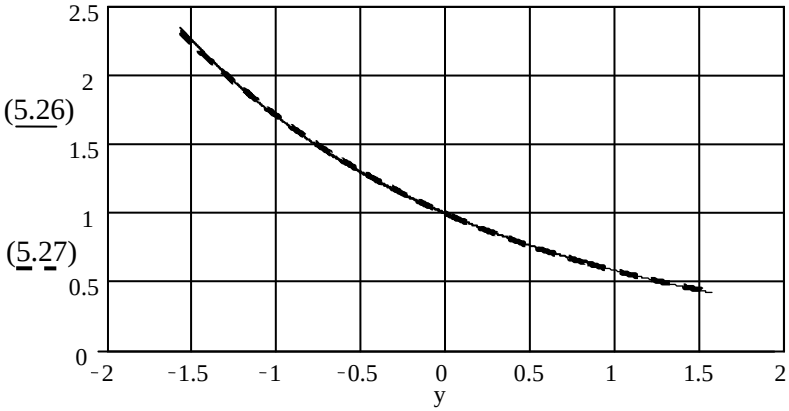


Figura 5.7.

Se observă o coincidență aproape perfectă între valorile reale ale funcţiei şi cele aproximate cu relația (5.27). Vom putea deci considera ecuația (5.26) rezolvată prin relația:

$$a_1 = a \cdot e^{-b \cdot y} \rightarrow y = -\frac{1}{b} \cdot \ln\left(\frac{a_1}{a}\right)$$

$$x_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{b} \cdot \ln\left(\frac{a_1}{a}\right) \tag{5.29}$$

unde a şi b sunt parametrii definiți prin (5.28).

Vom încerca să estimăm eroarea de determinare a soluției ecuației (5.18) prin aplicarea relației (5.29). Pentru aceasta vom calcula numeric soluţiile ecuaţiei (5.18) pentru toate valorile posibile ale raportului de amplitudini a_1.

Ținând cont de variația $a_1(y)$ reprezentată în figura 5.6. valorile extreme pentru a_1 se obțin pentru valorile extreme ale lui y în intervalul considerat deci relația (5.25) ne oferă:

$$a_1\big|_{\max} = a_1\left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{2 \cdot \alpha}{1 - \alpha}$$

$$a_1\big|_{\min} = a_1\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1 - \alpha}{2 \cdot \alpha} \tag{5.30}$$

Se calculează numeric soluția ecuației (5.18) pentru 1000 de valori distincte ale lui a_1 în intervalul dat de (5.30). Se reprezintă eroarea absolută maximă pe care o oferă soluția (5.29) față de soluțiile reale în figura 5.8.

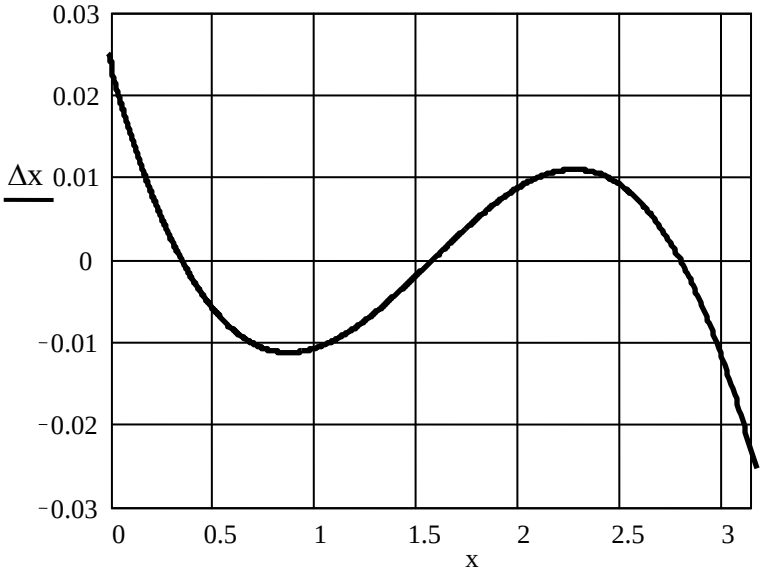


Figura 5.8. Eroare absolută de aproximare a soluției

Se observă că se obține o eroare absolută extrem de redusă. Dacă înaintea calculării poziției maximului acesta se putea găsi în orice punct din intervalul [0,π] deci eroarea absolută de determinare putea atinge valoarea π/2 (maximul este mai apropiat de unul din capetele intervalului, în care se şi obține cea mai mare valoare a amplitudinii spectrului) în acest caz eroarea absolută maximă atinge valoarea 0.025113, o valoare mult mai mică decât cea anterioară.

Dacă o precizie mai mare este necesară se poate realiza o corecție suplimentară a soluției, facilitată de o observație care poate fi făcută în legătură cu figura 5.8. Astfel se poate încerca o corecție cu ajutorul unui polinom impar, deoarece eroarea absolută are o comportare impară față de valoarea x=π/2.

Polinoamele de grad impar care aproximează variația erorii absolute sunt cele din relațiile (5.31), (5.32). Se preferă reprezentarea polinoamelor ca produs de binoame deoarece această formă oferă avantaje din punctul de vedere al introducerii relațiilor respective într-un algoritm numeric.

$$p_3(x) = -0.015413 \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)(x - 0.341831)(x - 2.79994) \quad (5.31)$$

$$p_5(x) = 3.222716 \cdot 10^{-4} \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)(x - 0.345608)(x - 2.795986) \cdot$$
$$\cdot (x + 5.444793)(x - 8.586819) \quad (5.32)$$

Erorile absolute obţinute vor fi cele din figurile 5.9 şi 5.10.

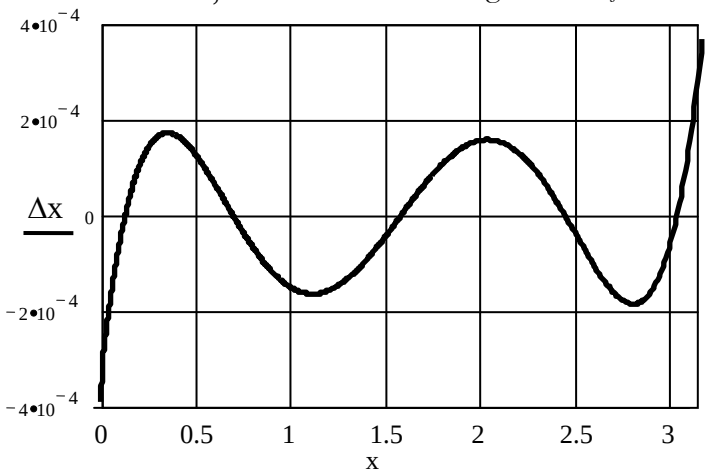


Figura 5.9. Eroarea absolută pentru corecţia cu un polinom de gradul 3

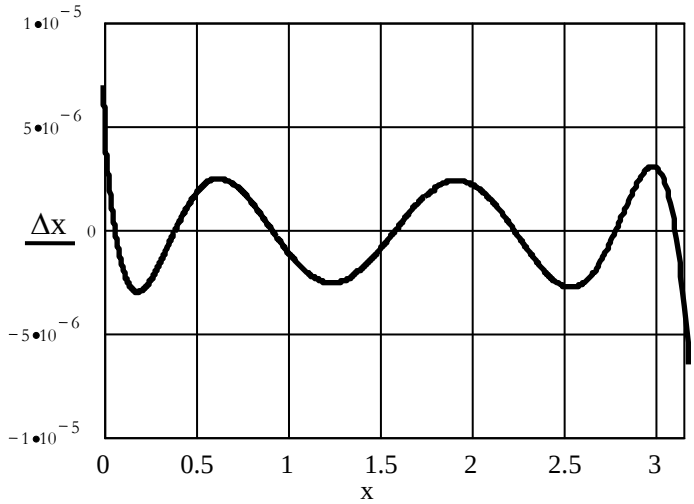


Figura 5.10. Eroarea absolută pentru corecţia cu un polinom de gradul 5

Valorile obţinute pentru eroarea absolută de determinare a maximului vor fi $\Delta x = 3.86 \cdot 10^{-4}$ pentru utilizarea polinomului de grad 3 şi $\Delta x = 7.02 \cdot 10^{-6}$ pentru utilizarea polinomului de grad 5. Deoarece eroarea obţinută pentru corecţia cu polinomul de gradul 5 are încă simetrie impară faţă de valoarea $x=\pi/2$ şi dacă este de dorit o precizie mai mare se poate încerca şi un polinom de grad 7 (bineînţeles cu creşterea complexităţii calculelor matematice).

$$p_7(x) = -7.755547 \cdot 10^{-6} \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right)(x - 0.345595)(x - 2.795996) \cdot$$
$$\cdot \left(x^2 + 8.464322 \cdot x + 29.47096233\right)\left(x^2 - 14.748258 \cdot x + 65.936194\right) \quad (5.33)$$

Eroarea absolută obţinută va fi cele din figurile 5.11., valoarea maximă fiind $\Delta x = 1.53 \cdot 10^{-7}$. Forma graficului ne arată faptul că o îmbunătăţire a preciziei nu poate fi obţinută pe calea interpolării polinomiale.

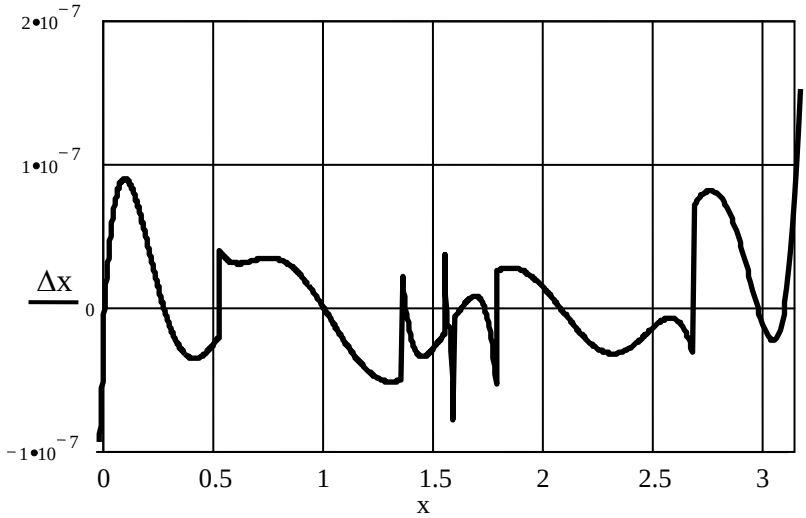


Figura 5.11. Eroarea absolută pentru corecţia cu un polinom de gradul 7

Soluţia determinată cu precizie crescută va fi obţ inută cu relaţia (5.34)

$$x_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{b} \cdot \ln\left(\frac{a_1}{a}\right) + p_m\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{b} \cdot \ln\left(\frac{a_1}{a}\right)\right) \quad (5.34)$$

unde a şi b sunt definiţi în (5.28), a_1 în (5.24), $p_m(x)$ cu m=3,5,7 sunt definite în relaţiile (5.31)-(5.33). Înlocuirea valorii lui x_0 în oricare din relaţiile (5.16), (5.17) permite aflarea amplitudinii maximului A_0.

5.1.4. Ferestrele Blackmann-Harris

Cele două ferestre Blackmann-Harris (-61dB)/(-93dB) sunt descrise in capitolul IV (4.59)-(4.61). Comportarea lor este în esenţă similară cu cea a perechii Hanning/Hamming, diferenţa fiind ordinul crescut, ceea ce oferă o atenuare mai mare a lobilor laterali oferind, cel puţin teoretic, o posibilitate mai bună de estimare corectă a vârfurilor spectrale.

Rezolvarea este de asemenea similară. Fereastra Blackmann-Harris (-61dB) (4.59) şi (4.60) poate fi rezolvată analitic şi se obţine:

$$x_0 = \frac{\pi \cdot (4A_2 - 3A_1)}{A_1 + A_2} \tag{5.35}$$

$$A_0 = -\frac{28}{45} \cdot \frac{(6A_2 - A_1)\cdot(5A_2 - 2A_1)\cdot(4A_2 - 3A_1)\cdot(3A_2 - 4A_1)}{(A_1 + A_2)^7} \cdot$$
$$\cdot \frac{(2A_2 - 5A_1)\cdot(A_2 - 6A_1)\cdot \pi \cdot A_1 \cdot A_2}{\sin\left[\frac{\pi \cdot (4A_2 - 3A_1)}{A_1 + A_2}\right]} \tag{5.36}$$

Fereastra Blackmann-Harris (-93dB) (4.59) şi (4.61) generează o ecuaţie de gradul 5 care nu mai este rezolvabilă analitic. Rezolvarea numerică a ecuaţiei este posibilă dar mare consumatoare de timp de calcul, timp irosit la fiecare estimare a unui eşantion. Vom aplica aceeaşi metodă ca în cazul ferestrei Hamming şi anume aproximarea soluţiei, deoarece funcţiile rezultante au forme similare cu (5.26). Se poate afla poziţia maximului cu relaţia (5.34), diferite fiind valorile coeficienţilor a şi b (5.37):

$$a = 1; \quad b = 0.240087 \tag{5.37}$$

Se introduc şi în acest caz polinoamele de corecţie:

$$p_3(x) = -3.25816 \cdot 10^{-3} \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot (x - 0.35062) \cdot (x - 2.79105) \tag{5.38}$$

$$p_5(x) = 1.54632 \cdot 10^{-5} \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot (x - 0.35145) \cdot (x - 2.79022) \cdot$$
$$\cdot (x + 12.9892) \cdot (x - 16.13081) \tag{5.39}$$

Utilizarea polinomului de corecţie de ordinul 3 reduce eroarea absolută de determinare a frecvenţei de la $\Delta x = 1.22 \cdot 10^{-3}$ la $\Delta x = 1.88 \cdot 10^{-5}$ iar polinomul de ordinul 5 reduce mai mult eroarea până la $\Delta x = 3.82 \cdot 10^{-7}$. Eroarea absolută cu polinom de corecţie de ordinul 5 aplicat nu mai prezintă simetrie impară aşa că corecţie cu ordin superior nu mai este necesară, însă eroarea atinge valori suficient de mici cu polinomul de ordin 5.

5.2. Validarea principiului metodei

Metodele descrise permit îmbunătăţirea considerabilă a preciziei de determinare a poziţiilor valorilor maxime locale ale spectrului anumitor semnale cu comportare specifică în domeniul frecvenţă. Aceste metode dau un randament bun în cazul utilizării lor la semnalele caracterizate prin rezonanţe ascuţite la anumite frecvenţe. Beneficiul este mic în cazul care au un spectru cu variaţie lentă deoarece sunt luate în considerare numai o

pereche de eşantioane calculate cu transformata Fourier discretă. Dacă eşantioanele înconjurătoare din spectrul real (neafectat de limitarea în timp a analizei) au valori considerabile raportate la valoarea eşantionului maxim, influenţa lor în zona în care se face estimarea matematică va fi suficientă pentru a anula câştigul obţinut prin aplicarea relaţiilor deduse.

Metoda TLM poate beneficia în mare măsură de aceste tehnici deoarece în electromagnetism se întâlneşte frecvent situaţia rezonanţelor foarte ascuţite depărtate suficient de mult în domeniul frecvenţă pentru a nu se influenţa reciproc. Un alt domeniu în care se pot obţine rezultate notabile este cel al analizei semnalelor periodice, care vor avea un spectru compus din fundamentală şi un număr oarecare de armonici (vezi cazul analizei calităţii energiei electrice).

În cazul analizei semnalelor de tipul celor descrise mai sus se poate realiza un câştig destul de important relativ la care se pot obţine rezultate cu o precizie impusă. Metoda clasică de obţinere a preciziei dorite consta în mărirea numărului de eşantioane până la obţinerea unei erori relativ mici la frecvenţa şi la valoarea eşantioanelor. Utilizând metodele descrise se poate obţine aceeaşi precizie utilizând un număr mult mai mic de eşantioane (a se compara eroarea absolută de $\pi/2$ din cazul clasic cu cea de 10^{-7} obţinută anterior), eşantioane care vor trebui măsurate într-un interval crescut de timp (cazul achiziţiei de semnal) sau calculate (cazul metodei TLM). În plus cu creşterea numărului de eşantioane va creşte necesarul de memorie şi timpul de calcul al transformatei Fourier.

Metoda propusă în paragraful 5.1 oferă posibilitatea creşterii preciziei şi/sau a micşorarea timpului de calcul necesar pentru realizarea analizei unei structuri în electromagnetism cu ajutorul metodei TLM. După cum s-a menţionat această metodă poate fi aplicată şi în cazul analizei semnalelor cu spectru discret.

Înainte de a încerca aplicarea metodei în cazul analizei semnalelor obţinute de la o reţea TLM, vom încerca verificarea acestei metode cu ajutorul unui semnal generat de calculator [6], semnal căruia să i se cunoască spectrul.

Pentru generalitate vom analiza un semnal periodic, caracterizat de o frecvenţă fundamentală şi 40 de armonici. Acest semnal va avea forma următoare:

$$f(n)=\sum_{i=1}^{41} a_i \cdot \sin\left[2\cdot\pi\cdot f_0\cdot i\cdot\left(\frac{n}{f_s}-\Delta t\right)\right] \tag{5.40}$$

unde f_0 este frecvenţa fundamentală (aleasă în testele următoare egală cu 50.16), Δt este o constantă oarecare (introdusă pentru a introduce un defazaj

între diferitele armonici), f_s va fi frecvenţa cu care sunt eşantionate datele (este introdusă în relaţia de definiţie pentru ca o eşantionare mai rapidă să nu modifice frecvenţa semnalului generat).

Se introduc de asemenea şi amplitudinile diferitelor armonici ale semnalului generat a_i. Amplitudinea fundamentalei va fi $a_0 = 1$ iar amplitudinile celorlalte componente sinusoidale sunt cele din tabelul următor, ca procente din fundamentală:

Armonicile impare nu multiplu de 3		Armonicile impare multiplu de 3		Armonicile pare	
Ordinul armonicii n	Armonici (%)	Ordinul armonicii n	Armonici (%)	Ordinul armonicii n	Armonici (%)
5	6	3	5	2	2
7	5	9	1,5	4	1
11	3,5	15	0,3	6	0,5
13	3	21	0,2	8	0,5
17	2	>21	0,2	10	0,5
19	1,			12	0,2
23	1,5			>12	0,2
25	1,5				
>25	0,2+1,3·25/n				

Tabelul 5.1. Amplitudinile armonicilor generate

Se calculează spectrul acestor semnale folosind transformata Fourier rapidă. Sunt verificate două situaţii: cea în care nu este afectată în nici un mod amplitudinea semnalului înainte de aplicarea FFT şi utilizarea ferestrei Hamming. Apoi aceste rezultate sunt comparate cu cele obţinute în cazul aplicării metodei prezentate în paragraful 5.1 de creştere a preciziei. Rezultatele obţinute sunt cele care se regăsesc în tabelele următoare.

O observaţie care se poate face chiar şi din analiza relaţiilor prezentate în paragraful 5.1 va fi aceea că utilizarea oricărei ferestre nu modifică precizia de determinare a frecvenţelor diferitelor maxime din spectru. Din acest punct de vedere, utilizarea ferestrelor la determinarea spectrului în metoda TLM este inutilă. Bineînţeles avantaje se obţin, dar ele ţin mai ales de claritatea spectrului obţinut şi mai puţin de precizia determinării frecvenţelor. Se determină mai precis amplitudinile dar acest lucru este mai puţin important în metoda TLM, deşi în alte domenii de procesare de semnal acest lucru prezintă o mare importanţă.

Mărime	Generat	Naturală	Hamming	Estimare
Frecvența	50.16	50.03	50.03	50.16
Fundamentală	1	0.657	0.828	0.999
Armonica 2	2	3.27	2.44	2.02
Armonica 3	5	5.39	5.12	4.98
Armonica 4	1	1.60	1.21	1.01
Armonica 5	6	6.91	6.32	6.00
Armonica 6	0.5	0.68	0.59	0.50
Armonica 7	5	5.85	5.36	4.99
Armonica 8	0.5	0.77	0.60	0.50
Armonica 9	3	4.01	3.40	3.00
Armonica 10	0.5	0.77	0.59	0.50

Tabelul 5.2. Analiza spectrală (f_s = 1100, N = 4096)

Mărime	Generat	Naturală	Hamming	Estimare
Frecvența	50.16	50.20	50.20	50.16
Fundamentală	1	0.924	0.960	0.999
Armonica 2	2	1.49	1.78	2.00
Armonica 3	5	4.33	4.68	4.98
Armonica 4	1	1.05	1.02	1.00
Armonica 5	6	6.42	6.19	5.99
Armonica 6	0.5	0.45	0.48	0.50
Armonica 7	5	3.49	4.27	4.99
Armonica 8	0.5	0.50	0.49	0.50
Armonica 9	3	1.59	1.54	1.49
Armonica 10	0.5	0.53	0.51	0.50

Tabelul 5.3. Analiza spectrală (f_s = 1500, N = 8192)

Rezultatele vor putea fi sintetizate în tabelul 5.4, cu referire numai la amplitudinea fundamentalei şi a frecvenţei.

Erori relative (%)	Naturală	Hamming	Estimare
Frecvența (f=1100,N=4096)	0.26	0.26	<0.02
Frecvența (f=1500,N=8192)	0.08	0.08	<0.02
Fundamentală (f=1100,N=4096)	34.3	17.2	0.077
Fundamentală (f=1500,N=8192)	7.5	3.7	0.068

Tabelul 5.4. Erorile la calcularea spectrului

Se poate observa în tabelul 5.4. importanţa mare pe care o prezintă în cazul calculului clasic numărul de eşantioane din blocul considerat şi frecvenţa de eşantionare. În schimb metoda propusă prezintă performanţe mult mai bune, chiar la valori relativ mici pentru f_s şi N.

În cazul metodei TLM, dacă se urmăreşte determinarea frecvenţelor critice ale structurilor de microunde, precizia calculării amplitudinii are o importanţă mai mică. În schimb frecvenţa poate fi calculată mai precis numai prin creşterea numărului de eşantioane, deoarece frecvenţa de eşantionare este impusă de parametrul reţelei Δl. Creşterea numărului de eşantioane se va face prin creşterea numărului de paşi pe care îi va parcurge reţeaua, cu efectul negativ amintit asupra necesarului de timp şi de memorie pentru realizarea analizei.

5.3. Simularea reţelelor TLM

Pentru realizarea analizelor structurilor de microunde utilizând metoda TLM s-a realizat un program de calcul în limbajul C++.

Deoarece nu se doreşte implementarea unei metode noi, s-a recurs la soluţia utilizării programului model indicat în [4]. În acest scop s-a realizat translarea programului original (scris în Pascal) în limbajul C++ pentru avantajele acestuia din urmă în ceea ce priveşte viteza de execuţie, gestionarea memoriei, precizie.

În anexă este prezentat acest program. Se poate observa faptul că s-a realizat o translare în modul de interpretare a matricilor şi vectorilor (ţinând cont de modul diferit de interpretare a vectorilor în cele două limbaje de programare). De acest lucru trebuie să se ţină cont la realizarea fişierelor de intrare pentru program.

Verificarea acurateţei realizării programului se va face într-o primă fază prin compararea rezultatelor obţinute cu cele indicate în program.

Se urmăreşte simularea unui ghid metalic rectangular, parţial umplut cu un material dielectric, a cărui secţiune este prezentată în figura 5.12, în vederea determinării frecvenţei caracteristice a modului dominant care în acest caz va fi modul TE_{10} distorsionat.

Caracteristicile structurii care va fi analizată sunt următoarele:

$a = 0.1$ inch
$b = 0.05$ inch
$s = 0.01$ inch
$h = 0.03$ inch
$\varepsilon_r = 3$

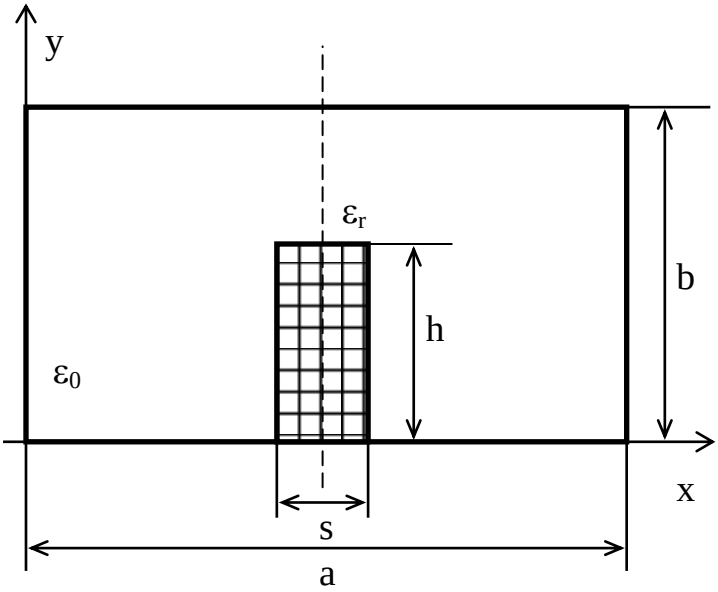


Figura 5.12. Ghid rectangular parţial umplut cu dielectric

Structura este analizată ţinând cont de simetria faţa de dreapta caracterizată de x = a/2. Soluţiile de simetrie pară vor putea fi obţinute prin introducerea unui perete electric în x = a/2 iar cele cu simetrie impară prin introducerea unui perete magnetic în aceeaşi poziţie, permiţându-se astfel creşterea rezoluţiei reţelei. Modul dominant TE_{10} va avea simetrie impară deci îl vom putea determina plasând un perete magnetic în x = a/2.

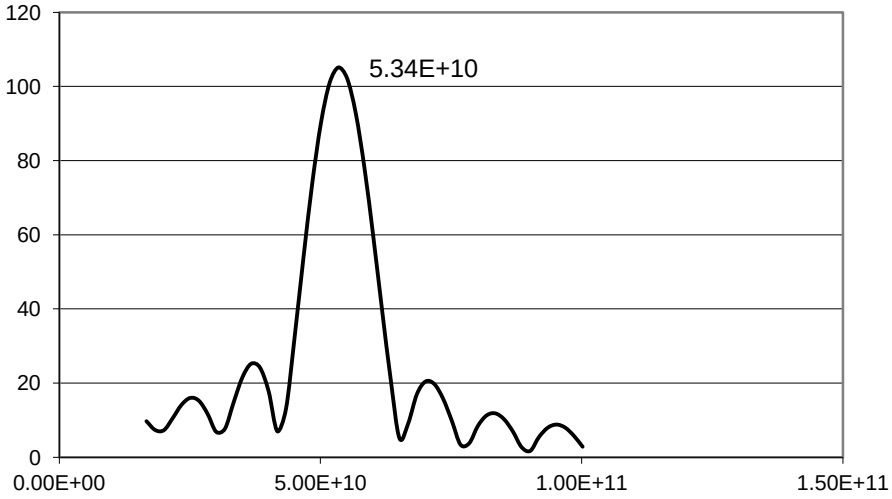


Figura 5.13. Spectrul răspunsului la impuls pentru ghidul din figura 5.12.

Structura va fi simulată cu o rețea de 12×12 noduri determinând apariția a 11×11 celule. Se realizează 300 de pași constantele caracteristice rețelei fiind Δl=0.05inch=0.127mm și Δt=Δl/c/1.4142=2.9955ps. Analiza în frecvență se realizează pentru Δl/λ în intervalul [0.005,0.03]. Se obține rezultatul din figura 5.13., pentru modul TE_{10} distorsionat frecvența caracteristică fiind egală cu 53.4 GHz.

Se poate verifica și coincidența rezultatelor numerice între exemplul din [4] și programul realizat (valorile din tabelul 5.5). Se observă că în afara unei mici diferențe la valoarea maximă a câmpului toate rezultatele coincid. Diferența observată este generată de diferența între compilatoarele folosite și apare la unul din rezultatele care sunt obținute prin transformare Fourier (deci în urmă unei sumări a unui foarte mare de produse) astfel încât poate fi considerată neglijabilă.

Mărime	Exemplu	Program
V_y maxim	105.132702	105.132698
Factor de corecție al vitezei	1.414814	1.414814
Δl/λ (maxim – rețea)	0.016043	0.016043
$\Delta l/\lambda_0$ (maxim – structură)	0.022698	0.022698

Tabelul 5.5. Verificarea acurateței programului realizat

Vom realiza și comparația cu rezultatul oferit de programul care va fi folosit ca referință – Mefisto 2D. Pentru utilizarea acestui program va trebui să ținem cont de unele din particularitățile celor două programe. Mefisto 2D realizează modelează cu tensiunea V_y din rețea câmpul electric perpendicular pe planul analizat (E_y) în timp ce analiza anterioară a fost făcută cu programul simulând câmpul magnetic perpendicular H_y. După cum s-a amintit în paragraful 4.3.1. rețeaua de linii de transmisie conectate în paralel la care se alege ca V_y să modeleze pe E_y va permite să aflăm modurile TM. Putem folosi aceeași structură pentru a modela modurile TE dar trebuie făcute unele modificări care țin cont de comportarea diferită a câmpului electric tangențial și a câmpului electric tangențial la anumite suprafețe de separație. Diferența va apărea în structura de analizat prin înlocuirea pereților electrici cu cei magnetici (deoarece trebuie saă oferim același coeficient de reflexie pentru mărimea modelată de V_y) și invers, și de asemenea anumite precauții trebuie luate în considerare la interfața între aer și dielectric. Această ultimă modificare presupune apariția în structură a unui perete de interfață (elementul de modelare permis de program). Structura care va fi analizată în Mefisto 2D este cea din figura 5.14. rezultatul obținut fiind prezentat în figura 5.15.

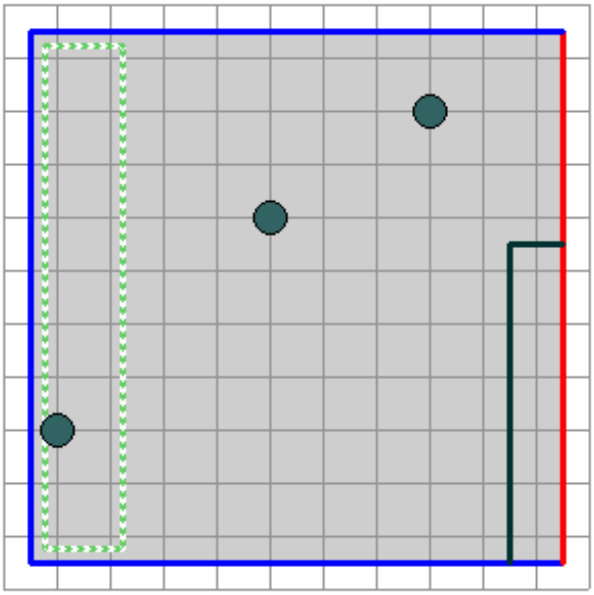


Figura 5.14. Modelarea ghidului rectangular în Mefisto 2D

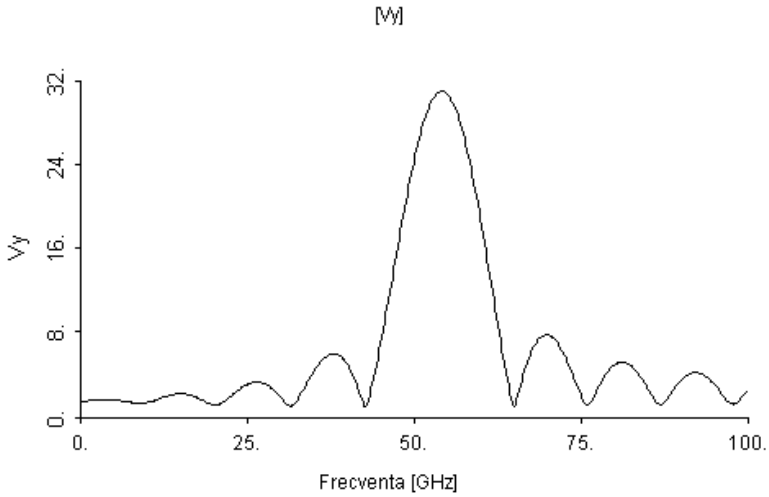


Figura 5.15. Spectrul răspunsului la impuls pentru ghidul din figura 5.12.

În Mefisto2D, datorită calculării spectrului cu o rezoluție mult mai mare (500 de puncte față de 51) se obține o frecvență caracteristică de 54.19 GHz. Se constată totuşi o concordanţă destul de bună între cele două valori. Se va realiza o analiză a aceloraşi structuri cu un număr de 5000 de paşi şi calcularea spectrului în 1000 de puncte şi obținem rezultatele din figurile 5.16 şi 5.17.

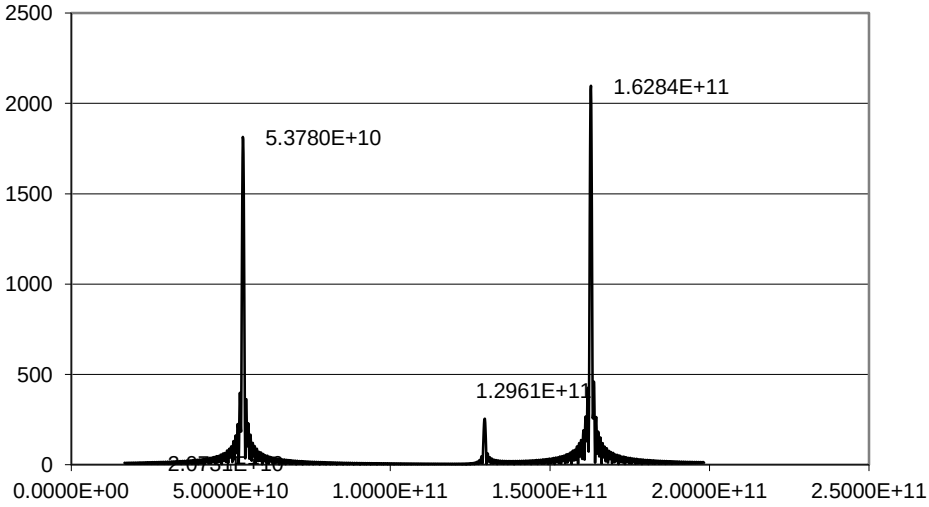


Figura 5.16. Spectrul răspunsului la impuls (1000 puncte, 5000 paşi)

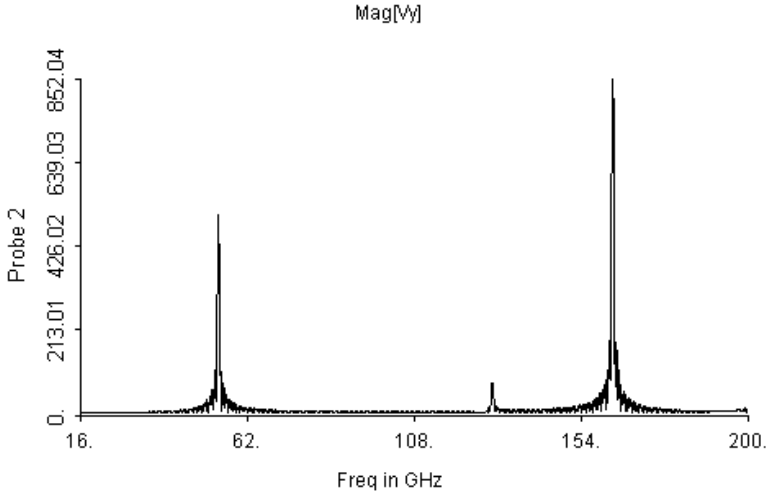


Figura 5.17. Spectrul răspunsului la impuls (1000 puncte, 5000 paşi) – Mefisto2D

Se poate observa şi din aceste grafice coincidenţa rezultatelor obţinute cu cele două programe, de această dată pentru analize realizate precis. Analiza a fost făcută în banda 20-200GHz, în figura 5.16 putem observa şi frecvenţa caracteristică a modului TE_{30} – 162.8GHz (reamintim că se pot găsi doar modurile cu simetrie impară deci modul TE_{20} nu poate fi obţinut prin simularea acestei structuri). De asemenea se poate observa apariţia unui mod parazit TE_{10} corespunzător ghidului cuprins între dielectric şi peretele metalic, de amplitudine mai mică.

S-a realizat în Mefisto2D o analiză a întregului ghid (fără a lua în considerare simetria – figura 5.18) pentru a se pune în evidenţă şi modurile de simetrie pară şi obţinem rezultatul din figura 5.19.

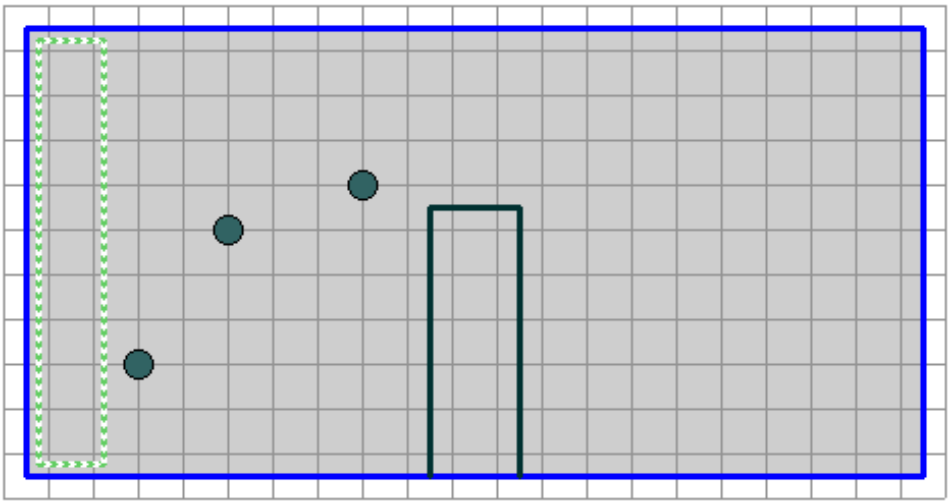


Figura 5.18. Modelarea întregului ghid rectangular în Mefisto2D

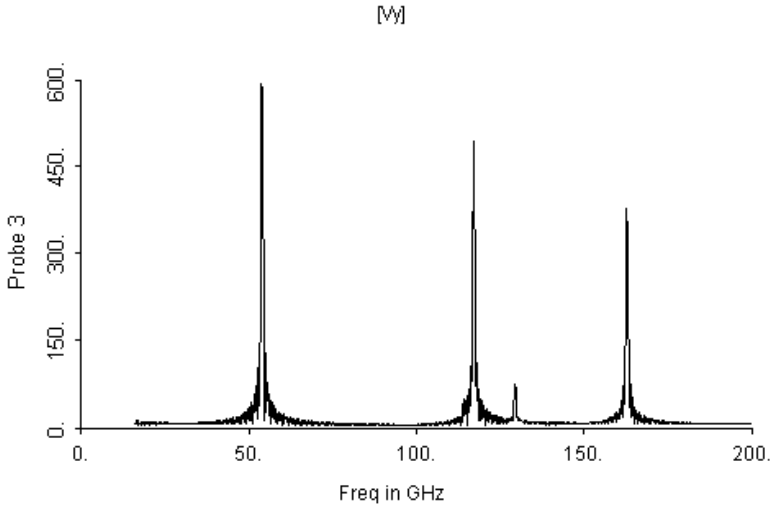


Figura 5.19. Spectrul răspunsului la impuls (1000 puncte, 5000 paşi)

Se pot indica valorile obţinute în Mefisto2D pentru frecvenţele caracteristice după realizarea unei analize foarte fine în jurul maximelor:

TE_{10} – 53.83GHz; TE_{20} – 117.1GHz; TE_{30} – 162.8GHz (5.41)

TE_{10} (parazit) – 129.5GHz (5.42)

Eroarea obţinută este sub 0.1%. Dacă aplicăm corecţia de viteză valorii calculate şi interpolarea cu polinom de gradul 2, variantele prevăzute de programul prezentat în [4], vom obţine:

$$\frac{\Delta l}{\lambda_0} = 0.022815 \rightarrow \mathrm{f_c} = \frac{c \cdot \left(\frac{\Delta l}{\lambda_0}\right)}{\Delta l} = \frac{2.9979 \cdot 10^8 \cdot 0.022815}{0.127 \cdot 10^{-3}} = 53.85 GHz \quad (5.43)$$

Eroarea care se poate obţine cu această rezoluţie în frecvenţă este deci sub 0.04%.

5.4. Rezultatele numerice la utilizarea algoritmului propus

Pentru testarea performanţelor algoritmului de îmbunătăţire a preciziei la calcularea răspunsului în frecvenţă al structurilor de microunde, vom realiza o suită de analize, la diferiţi parametri, a structurii prezentate în figura 5.12. Se alege o reţea de dimensiune 12×12 obţinându-se modelul echivalent celui din figura 5.14. Pe această structură se vor aplica diferitele metode prezentate – metoda clasică (capitolul IV) şi metodele propuse (paragraful 5.1). Se variază numărul de paşi în timp la care este lăsată reţeaua să evolueze după aplicarea semnalului de test. De asemenea la metoda clasică se vor utiliza diferite rezoluţii în frecvenţă pentru a se putea face o comparaţie validă cu rezultatele algoritmului propus.

O mică modificare adusă programului original permite măsurarea exactă a timpului necesar pentru analiză până la rezoluţii de ordinul sutimilor de secundă. Programarea a fost îngrijită astfel încât timpul măsurat să includă numai procesări similare pentru ambele metode. S-a măsurat numai timpul necesar analizelor lăsându-se în afara buclei de măsurare a timpului acţiunile neesenţiale care pot introduce erori datorită sistemului de operare cum ar fi citirea datelor de intrare sau scrierea rezultatelor pe disc.

În principiu o comparaţie numai a algoritmilor de calcul al răspunsului în frecvenţă la impuls ar impune eliminarea timpului necesar pentru evoluţia reţelei, dar s-a preferat includerea acestui timp în timpul total de analiză din cauză că întotdeauna o analiză TLM va începe prin evoluţia reţelei deci rezultatele astfel obţinute vor fi mai utile din punct de vedere practic.

Deoarece algoritmul FFT presupune alegerea unui număr egal cu o putere întreagă a lui 2 de eşantioane în toate analizele făcută au fost adoptate astfel de valori pentru numărul de paşi de evoluţie a reţelei. În tabelele următoare acest număr este notat cu N. Ca rezultat numeric care să ne permită compararea preciziei de calcul vom alege frecvenţa modului TE_{10} fundamental pentru ghidul din figura 5.12. În tabele mai apare timpul consumat pentru fiecare analiză. Pentru determinarea modului fundamental se fac analizele într-un anumit interval de frecvenţă, indicat în tabele prin

limitele D1 şi de D2. Aceste limite sunt similare celor întâlnite în programul original:

$$D1 = \frac{\Delta l}{\lambda_{\max}}; \quad D1 = \frac{\Delta l}{\lambda_{\min}} \tag{5.44}$$

unde λ_{min} şi λ_{max} sunt lungimile de undă minimă respectiv maximă (corespunzătoare frecvenţelor maximă respectiv minimă) ale ale liniilor de transmisie din reţea, direct proporţionale cu lungimile de undă corespunzătoare ale radiaţiei electromagnetice în structura fizică considerată.

Intervalul de frecvenţe în care se face analiza va fi parcurs cu un anumit pas Ds care va impune variaţia raportului $\Delta l/\lambda$ în intervalul [D1,D2]. Legat de acest parametru vom avea şi un anumit număr de puncte (frecvenţe) în care este făcut calculul răspunsului la impuls N_C.

$$N_C = \frac{D2 - D1}{Ds} \tag{5.45}$$

O observaţie care se poate face relativ la algoritmul propus este că numărul de puncte în care se face analiza şi numărul de paşi în timp în care evoluează reţeaua nu sunt independente. La algoritmul clasic pentru o anumită perioadă de evoluţie a reţelei se putea face analiza în frecvenţă oricât de fină. Algoritmul propus se bazează pe utilizarea transformatei Fourier rapidă ceea ce impune anumite restricţii. Astfel, dacă algoritmul FFT primeşte ca intrare o suită de N eşantioane în timp, va permite calcularea rapidă a N eşantioane de frecvenţă (din care N/2 pozitive, N/2 negative). Eşantioanele calculate vor fi egal depărtate în frecvenţă, rezoluţia în frecvenţă fiind impusă:

$$\Delta f = \frac{f_s}{N} = \frac{1}{N \cdot \Delta t} = \frac{c}{N \cdot \Delta l \cdot \sqrt{2}} \tag{5.46}$$

Dacă alegem să facem analiza structurii într-un anumit interval de frecvenţe rezultă un număr impus de puncte în care se face calculul, deci o rezoluţie impusă în frecvenţă, deci alegerea numărului de paşi de evoluţie trebuie să ţină seama de acest aspect.

Din definiţia intervalului de analiză considerat vom avea:

$$D = \frac{\Delta l}{\lambda} = \frac{\Delta l \cdot f}{v_n} = \frac{\Delta l \cdot f \cdot \sqrt{2}}{c} \tag{5.47}$$

Vom obţine următoarea constrângere:

$$N_C = \frac{f_{\max} - f_{\min}}{\Delta f} = N \cdot (D2 - D1) \tag{5.48}$$

Relaţia (5.48) este extrem de importantă pentru că ea va impune precizia care poate fi obţinută pentru algoritmul propus.

Rularea programului în condiţiile prezentate anterior a dus la obţinerea rezultatelor din tabelele 5.6. – 5.14.

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	49.17041	0.75	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.73167	1.46	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.89333	1.75	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.88526	2.16	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.86608	2.92	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85942	4.67	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85816	7.91	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85822	14.97	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.6. Algoritmul propus, fereastră naturală

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	54.36188	0.71	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.90406	1.46	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.86232	1.77	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.86025	2.09	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.85898	2.89	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85841	4.43	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85827	7.77	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85824	14.41	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.7. Algoritmul propus, fereastră Hanning

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	53.51668	0.73	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.86546	1.45	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.8935	1.78	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.86611	2.13	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.85215	2.95	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85596	4.64	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85819	7.94	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85887	15	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.8. Algoritmul propus, fereastră Hamming – fără corecţie polinomială

Se realizează şi verificarea efectului corecţiilor suplimentare pentru fereastra Hamming, conform relaţiilor (5.31)-(5.33).

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	53.60291	0.75	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.8541	1.45	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.87074	1.76	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.86726	2.09	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.86093	2.97	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85866	4.58	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85822	7.97	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85823	14.96	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.9. Algoritmul propus, fereastră Hamming – polinom de gradul 3

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	53.60349	0.73	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.85478	1.47	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.87057	1.73	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.86729	2.11	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.86089	2.97	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85868	4.59	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85824	8.02	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85823	14.75	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.10. Algoritmul propus, fereastră Hamming – polinom de gradul 5

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	53.60347	0.77	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.85479	1.42	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.87057	1.78	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.86729	2.11	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.86089	3.02	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85868	4.70	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85824	7.96	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85823	14.96	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.11. Algoritmul propus, fereastră Hamming – polinom de gradul 7

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	57.53817	0.72	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.89466	1.48	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.86242	1.7	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.86031	2.12	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.85898	2.98	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85841	4.7	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85827	7.94	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85824	14.88	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.12. Algoritmul propus, fereastră Blackmann Harris (-61dB)

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	55.65124	0.76	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.89674	1.46	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.86709	1.68	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.86009	2.13	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.85716	2.96	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85784	4.71	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85825	7.96	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85837	15.06	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.13. Algoritmul propus, fereastră Blackmann Harris (-93dB) fără corecţie polinomială

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	55.64627	0.76	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.89442	1.46	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.86241	1.69	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.8603	2.14	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.85899	2.97	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85841	4.7	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85827	7.97	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85824	15.1	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.14. Algoritmul propus, fereastră Blackmann Harris (-93dB) – corecţie polinomială de ordinul 3

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	55.64633	0.71	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	53.89445	1.46	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	53.8624	1.72	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.8603	2.16	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	53.85898	2.93	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.85841	4.73	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.85827	8.06	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.85824	14.93	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.15. Algoritmul propus, fereastră Blackmann Harris (-93dB) – corecţie polinomială de ordinul 5

Se observă că la evoluţia în timp a reţelei se alege numărul de paşi ca fiind puterile consecutive ale lui 2 începând de la 128 până la 16384. Se obţine, pentru intervalul de frecvenţe ales o rezoluţie între 3 şi 475 de puncte calculate în interval. Pentru comparaţie, vom aplica algoritmul clasic la aceleaşi rezoluţii. De asemenea, se preferă utilizarea ferestrei Hamming şi în cazul algoritmului clasic deoarece permite obţinerea unui spectru mai curat.

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	67.92779	0.68	0.001	0.03	9.667E-03	3
256	57.8167	1.37	0.001	0.03	4.143E-03	7
512	54.77402	1.70	0.001	0.03	1.933E-03	15
1024	53.42873	2.17	0.001	0.03	1.000E-03	29
2048	54.17352	3.30	0.001	0.03	4.915E-04	59
4096	53.97754	6.20	0.001	0.03	2.458E-04	118
8192	53.94269	14.00	0.001	0.03	1.224E-04	237
16384	53.89757	39.20	0.001	0.03	6.105E-05	475

Tabelul 5.16. Algoritmul clasic, fereastră Hamming – aceeaşi rezoluţie

Algoritmul clasic nu oferă rezultate corecte la rezoluţii mici şi din acest motiv, pentru compararea celor doi algoritmi în condiţii de performanţă maximă, se verifică rezultatele obţinute de la algoritmul clasic în condiţii de rezoluţie crescută.

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
128	54.31303	2.78	0.001	0.03	6.105E-06	4750
256	54.00934	5.31	0.001	0.03	6.105E-06	4750
512	53.84341	9.42	0.001	0.03	6.105E-06	4750
1024	53.88812	16.64	0.001	0.03	6.105E-06	4750
2048	53.86273	32.11	0.001	0.03	6.105E-06	4750
4096	53.86005	65.25	0.001	0.03	6.105E-06	4750
8192	53.85857	129.44	0.001	0.03	6.105E-06	4750
16384	53.85825	257.72	0.001	0.03	6.105E-06	4750

Tabelul 5.17. Algoritmul clasic, fereastră Hamming – rezoluţie crescută

5.5. Comparaţii între algoritmii de determinare a răspunsului în frecvenţă

Pentru a putea determina un parametru extrem de important şi anume eroarea oferită de un anumit algoritm, este necesar să cunoaştem soluţia corectă a problemei analizate. Pentru obţinerea acestei valori vom aplica metoda convergenţei soluţiilor numerice. Se realizează o analiză cu algoritmul clasic (deoarece acesta este considerat referinţa) pentru un număr mare de paşi de evoluţie a reţelei, pentru rezoluţii în frecvenţă din ce în ce mai mari. Rezultatele sunt cele din tabelul următor:

N	Frecvenţa	Timp	D1	D2	Ds	N_C
16384	53.578855	22.28	0.001	0.03	1.954E-04	148
16384	53.891675	28.90	0.001	0.03	9.768E-05	296
16384	53.871683	43.44	0.001	0.03	4.884E-05	593
16384	53.857415	72.46	0.001	0.03	2.442E-05	1187
16384	53.858334	136.57	0.001	0.03	1.221E-05	2375
16384	53.858250	257.72	0.001	0.03	6.105E-06	4750
16384	53.858237	500.15	0.001	0.03	3.052E-06	9500

Tabelul 5.18. Algoritmul clasic, fereastră Hamming – rezoluţie variabilă

În acest moment nu ne interesează timpii de obţinere a soluţiei în schimb vom încerca să vedem cum variază frecvenţa modului fundamental determinată la creşterea rezoluţiei. Pe măsură ce rezoluţia în frecvenţă creşte, punctele în care se face calculul răspunsului la impuls vor fi din ce în ce mai dese, diferenţa între două puncte vecine, cea care impune eroarea absolută care afectează frecvenţa caracteristică obţinută, va fi din ce în ce mai mică,

deci vom determina frecvența modului fundamental din ce în ce mai precis. Variația frecvenței în funcție de rezoluție este cea din figura 5.20.

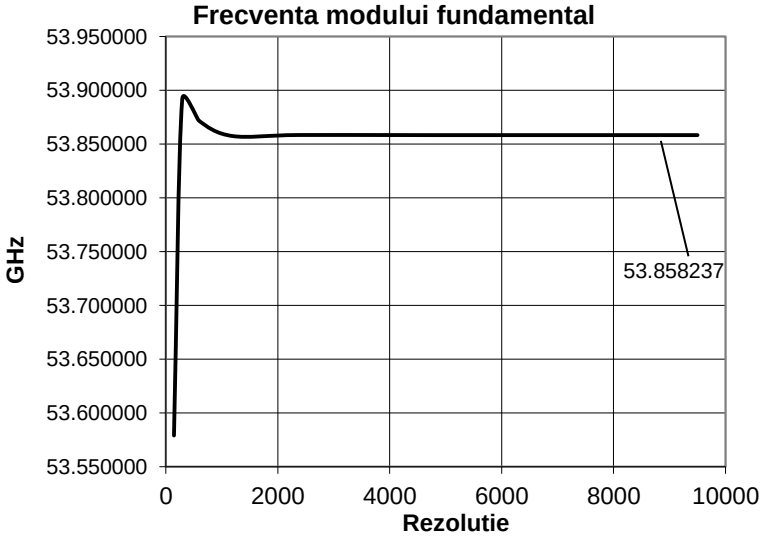


Figura 5.20. Convergența modului fundamental

Se observă că la creșterea rezoluției soluția va converge la o valoare din ce în ce mai apropiată de soluția reală. Vom considera ultima valoare obținută ca fiind soluția corectă deci vom avea pentru toate calculele următoare:

$$f_c = 53.858237 \text{ GHz} \tag{5.49}$$

Eroarea relativă de determinare scade ca în figura 5.21.

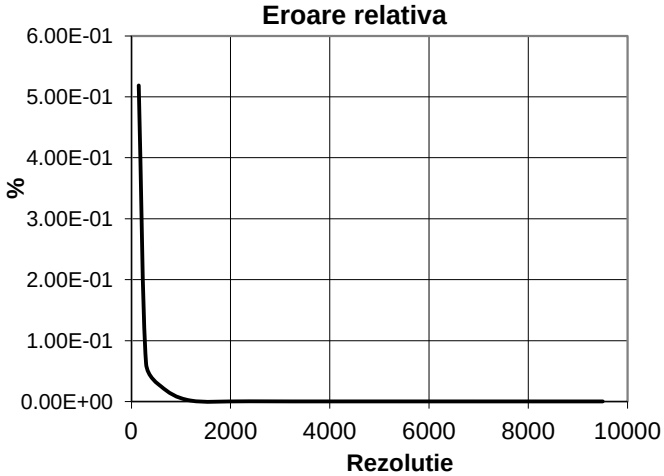


Figura 5.21. Scăderea erorii relative față de valoarea frecvenței caracteristice

Scăderea erorii relative este de $2.41 \cdot 10^{-5}$ % pentru trecerea lui N_C de la 4750 la 9500 astfel încât putem considera valoarea din relaţia (5.49) suficient de aproape de soluţia exactă.

Pentru fiecare din variantele de aplicare a algoritmului vom putea reprezenta eroarea şi timpul necesar pentru analiză.

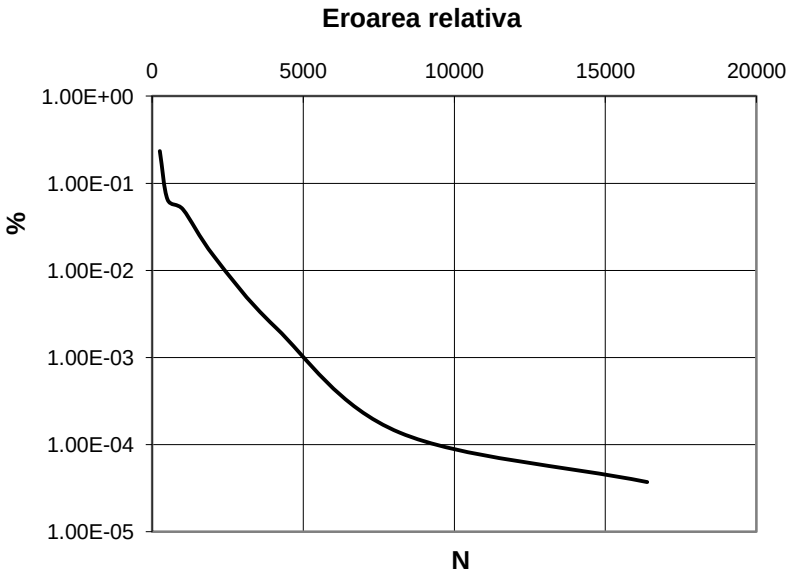


Figura 5.22. Algoritmul propus, fereastră naturală

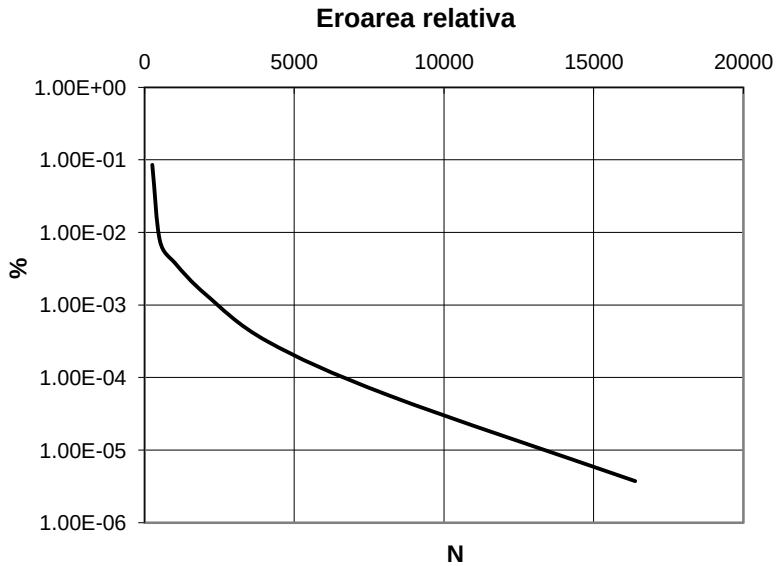


Figura 5.23. Algoritmul propus, fereastră Hanning

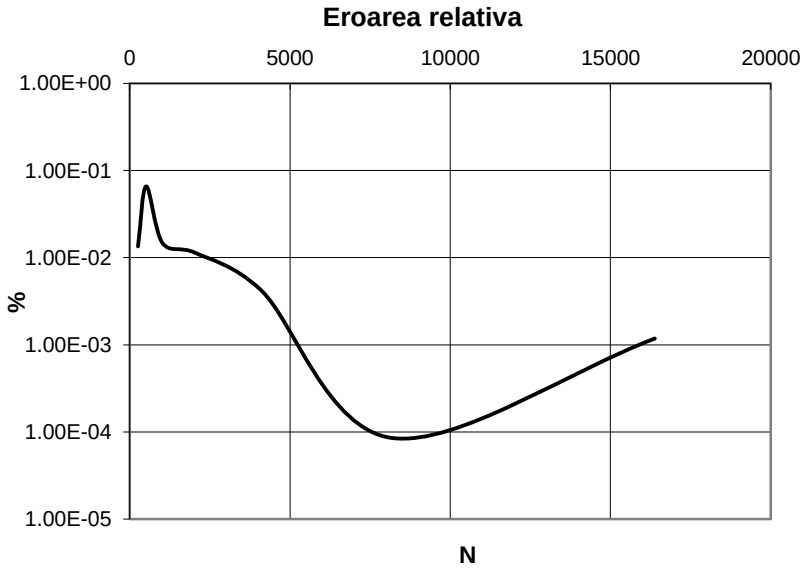


Figura 5.24. Algoritmul propus, fereastră Hamming – fără corecție polinomială

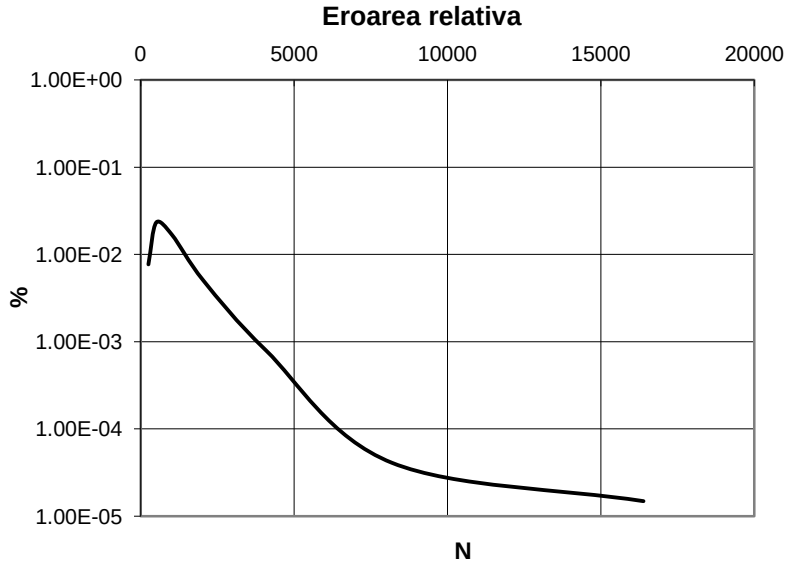


Figura 5.25. Algoritmul propus, fereastră Hamming – polinom de gradul 3

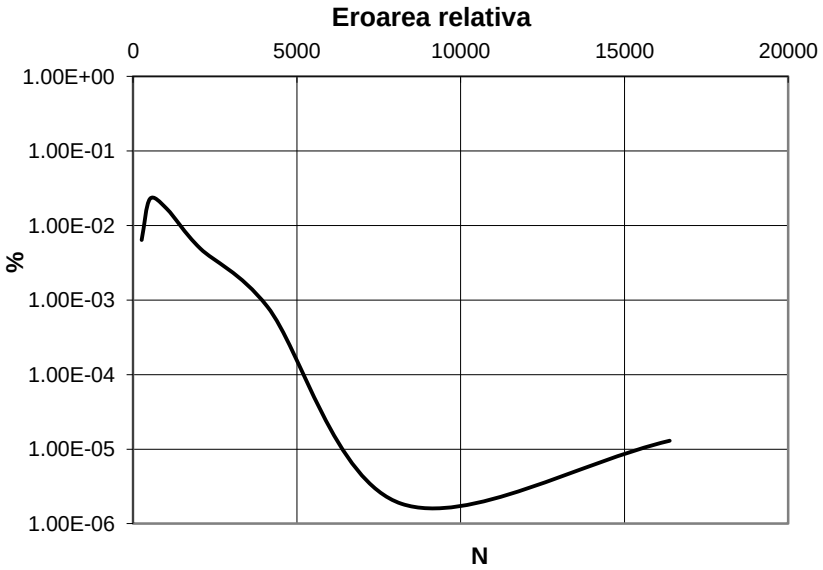


Figura 5.26. Algoritmul propus, fereastră Hamming – polinom de gradul 5

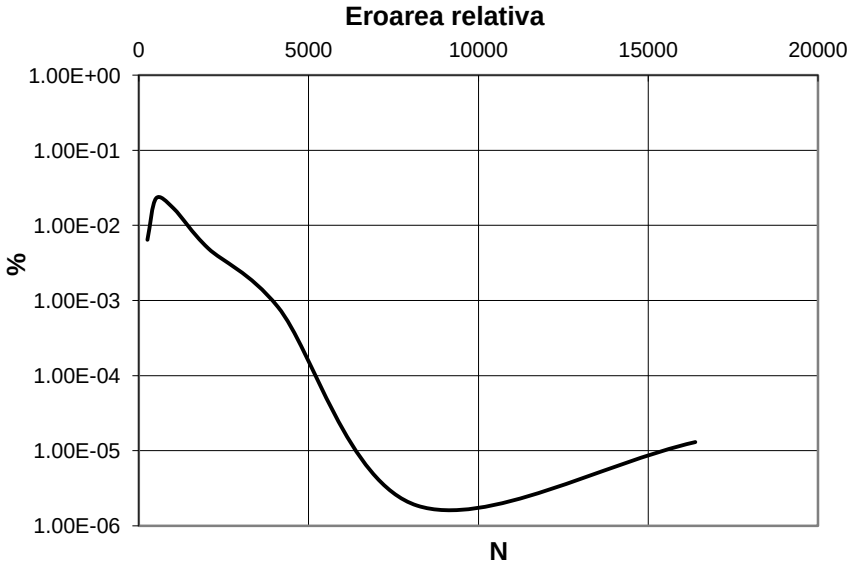


Figura 5.27. Algoritmul propus, fereastră Hamming – polinom de gradul 7

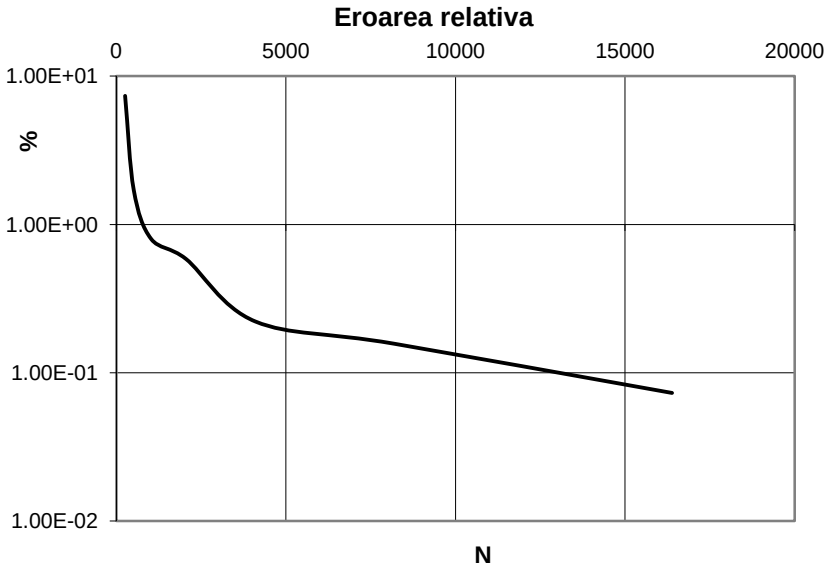


Figura 5.28. Algoritmul clasic, fereastră Hamming – aceeaşi rezoluție

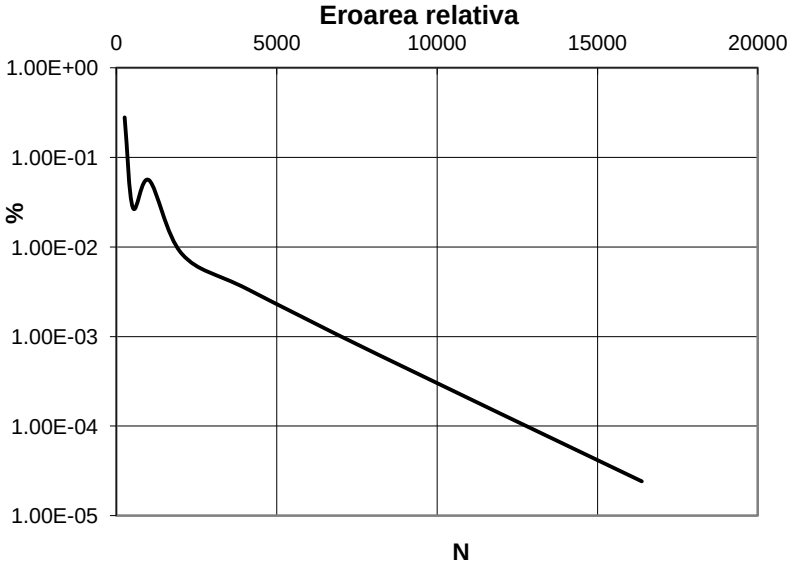


Figura 5.29. Algoritmul clasic, fereastră Hamming – rezoluție crescută

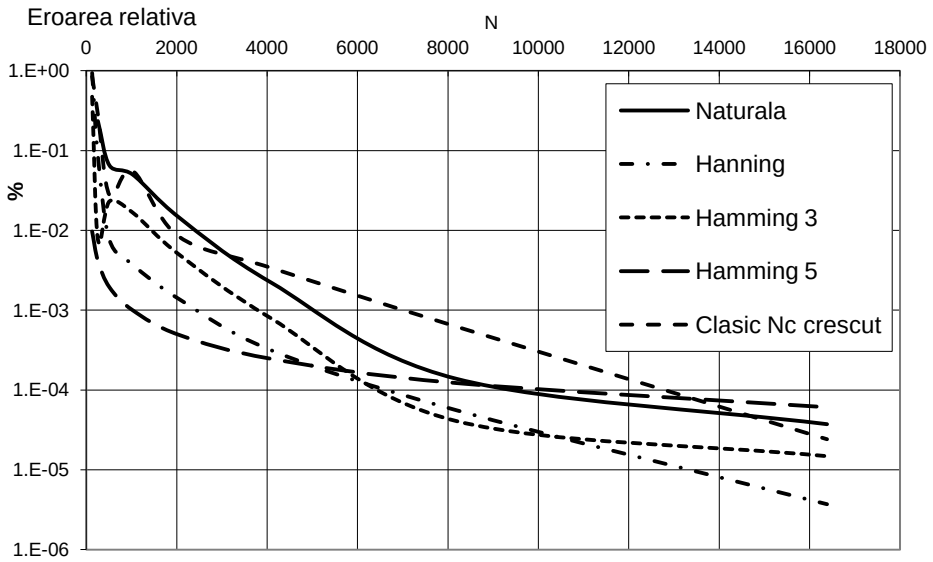


Figura 5.30. Comparaţie între erorile obţinute

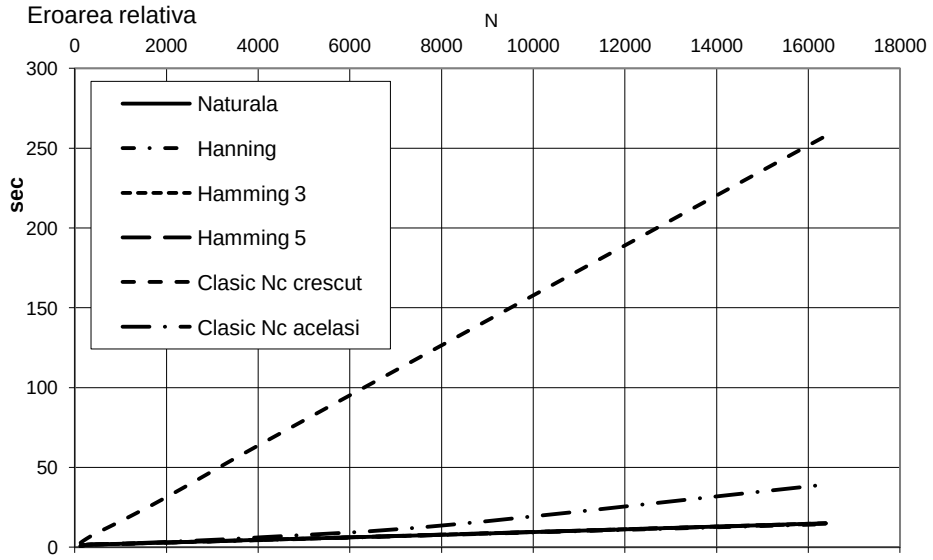


Figura 5.31. Timpii necesari pentru obţinerea rezultatului

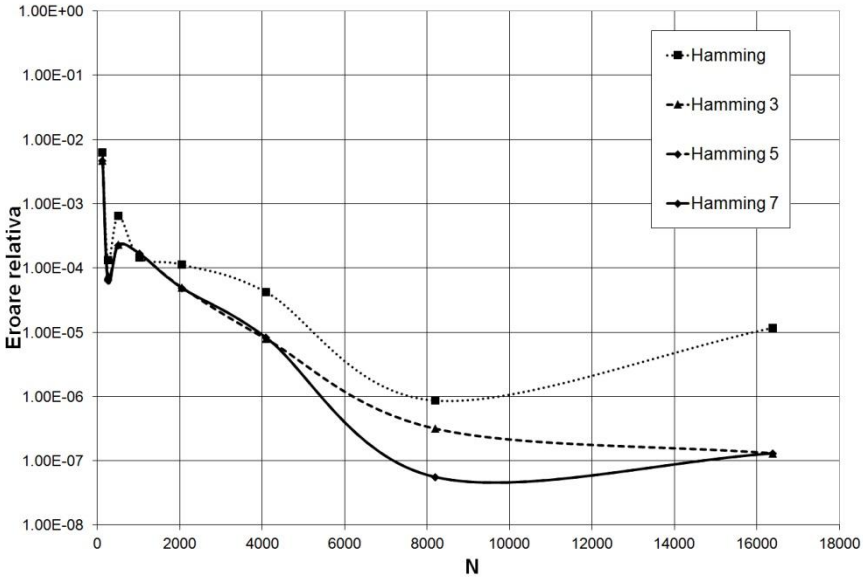


Figura 5.32. Efectul corecției polinomiale (Hamming)

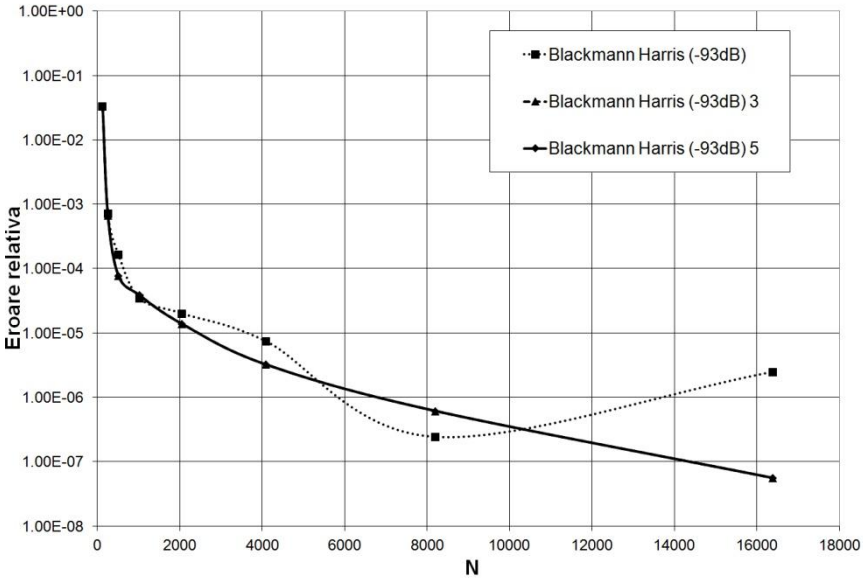


Figura 5.33. Efectul corecției polinomiale (Blackmannn Harris -93dB)

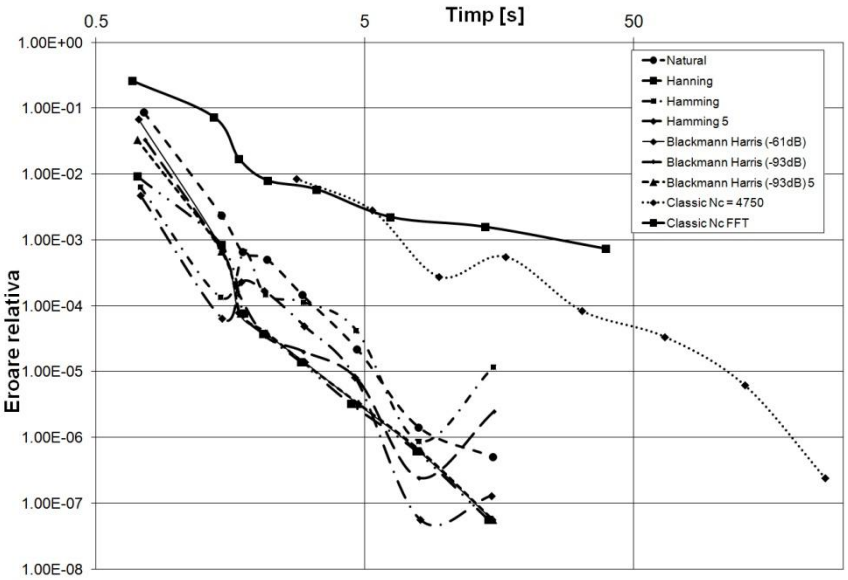


Figura 5.34. Comparaţie între performanţele algoritmilor

5.6. Concluzii

Metoda propusă oferă rezultate net superioare celor din [4] şi [5], diferenţa fiind de câteva ordine de mărime. Rezultatele au fost publicate [7], [8], [9], şi în plus această metodă are aplicaţii mult mai largi decât strict utilizarea cu metoda TLM. Orice aplicaţie care implică analiza unui spectru realizat din linii spectrale înguste poate beneficia de această metodă de micşorare a erorii de determinare a frecvenţei şi/sau micşorare a timpului de calcul.

Aşa cum se observă clar în figura 5.34. variaţiile corespunzătoare metodei propuse ocupă poziţia optimă, caracterizată de eroare mică şi timp redus de calcul. Varianta clasică de calcul este caracterizată de o eroare de 10^4 ori mai mare la timp de calcul egal sau timp de calcul de 20 de ori mai mare pentru obţinerea unei erori echivalente.

Multe aplicaţii în domeniul microundelor generează un spectru discret deci această metodă este adecvată ca accesoriu de calcul pentru multe alte procedee de calcul în electromagnetism, spre exemplu în procesarea semnalelor radar, unde se întâlnesc frecvent maxime ascuţite în spectru care trebuie detectate cu precizie [10].

5.6.1. Ferestrele Naturală, Hanning, Blackmannn Harris -61dB

Putem scrie sub o formă succintă relațiile de calcul pentru corecțiile spectrale astfel:

$$x_0 = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{(m+1)\cdot A_2 - (m-1)\cdot A_1}{A_1 + A_2} \tag{5.50}$$

$$A_0 = \frac{a \cdot \pi \cdot A_1 \cdot A_2}{\sin x_0} \cdot \frac{\prod_{k=1}^{m-1}\left[k \cdot A_1 - (m-k)\cdot A_2\right]}{(A_1 + A_2)^m} \tag{5.51}$$

unde $x = \pi \cdot f \cdot N$ (relația 5.3) iar valorile coeficienților a şi m se regăsesc în tabelul 5.19.

Fereastra	**a**	**m**
Naturală	1	1
Hanning	−6	3
Blackmannn Harris -61dB	−28/45	7

Tabelul 5.19. Coeficienți pentru relațiile 5.50, 5.51

5.6.2. Ferestrele Hamming, Blackmannn Harris -93dB

$$x_0 = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{b} \cdot \ln\left(\frac{A_1}{a \cdot A_2}\right) + p_m\left(\frac{\pi}{2} - \frac{1}{b} \cdot \ln\left(\frac{A_1}{a \cdot A_2}\right)\right) \tag{5.52}$$

$$p_m(x) = c_0 \cdot \left(x - \frac{\pi}{2}\right) \cdot \prod_{k=1}^{m-1}(x - c_k) \tag{5.53}$$

unde din nou $x = \pi \cdot f \cdot N$ (relația 5.3), valorile coeficienților a şi b se regăsesc în tabelul 5.20 iar coeficienții polinoamelor de corecție de ordin impar sunt în tabelul 5.21

Fereastra	**a**	**b**
Hamming	1	0.534799
Blackmannn Harris -93dB	1	0.240087

Tabelul 5.20. Coeficienți pentru relația 5.52

k	H m=3	H m=5	H m=7 *	BH m=3	BH m=5
0	-0.015413	3.222716e-4	-7.755547e-6	-3.25816e-3	1.54632e-5
1	0.341831	0.345608	0.345595	0.35062	0.35145
2	2.79994	2.795986	2.795996	2.79105	2.79022
3	-	-5.444793	8.464322	-	-12.9892
4	-	8.586819	29.47096233	-	16.13081
5	-	-	-14.748258	-	-
6	-	-	65.936194	-	-

* H7 are ultimii doi termeni de forma $x^2+c_i\ x+c_{i+1}$

Tabelul 5.21. Coeficienţi polinomiali pentru relaţia 5.53

Bibliografie

[1] Kottapalli, K.; Sarkar, T.K.; Hua, Y.; Miller, E.K.; Burke, G.J., "Accurate computation of wide-band response of electromagnetic systems utilizing narrow-band information", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 39, No. 4, 1991, pp. 682-687

[2] Adve, R.S.; Sarkar, T.K.; Rao, S.M.; Miller, E.K.; Pflug, D.R., "Application of the Cauchy method for extrapolating/interpolating narrowband system responses", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 45, No. 5.2, 1997, pp. 837-845

[3] Piessens R., "Improved method for calculation of Fourier coefficients of a function given at a set of arbitrary points", Electronics Letters, Vol. 8, No. 10, pp. 250-251

[4] Itoh T. "Numerical Techniques For Microwave and Millimeter Wave Passive Structures", John Wiley & Sons Inc., 1989, ISBN 0-471-62563-9, pp. 496-587

[5] Wills, J.D., "Spectral estimation for the Transmission Line Matrix method", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 38, No. 4, 1990, pp. 448-451

[6] Damian R.F.; Gându-Găbăroi V.; Poşa C.; Florea M.; "Măsurarea asistată de calculator a parametrilor energiei electrice", SNRE 2000, Iaşi, pp. 438-445

[7] Damian R.F.; Casian-Botez I.; Alexa D., "An Improved Spectral Estimation For The Transmission Line Matrix Method", Buletinul Institutului Politehnic din Iaşi, Tom L(LIV), Fasc.3-4, Secţiunea III, 2004

[8] Damian R.F.; Casian-Botez I.; Alexa D., "Microwave Frequencies Spectral Estimation", Microwaves, Radar and Remote Sensing 2005, 19-21 septembrie 2005, Kiev, pp. 165-170

[9] Damian R.F., "Contribuţii la analiza circuitelor integrate pentru microunde", teză de doctorat, Universitatea Tehnică Iaşi, 2006

[10] Ybarra, G.A.; Wu, S.M.; Bilbro, G.L.; Ardalan, S.H.; Hearn, C.P.; Neece, R.T., "Optimal signal processing of frequency-stepped CW radar data", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 43, No. 1, 1995, pp. 94-105

Capitolul VI
Rezolvarea numerică prin metoda iterativă bazată pe conceptul de undă

O metodă nouă de simulare electromagnetică a circuitelor planare pentru microunde a fost dezvoltată [1],[2] pe baza unor rezultate anterioare [3],[4],[5],[6],[7],[8],[9],[10] în scopul obţinerii unor rezultate rapide. În simularea electromagnetică, problema timpului de calcul are încă o importanţă deosebită, problemele complexe care apar făcând analiza de câmp un proces greoi şi mare consumator de timp. Metoda iterativă bazată pe conceptul de undă (Wave Concept Iterative Process - WCIP) urmăreşte obţinerea iterativă a soluţiei de câmp, la fiecare pas folosindu-se definirea unei unde transmise între diferite plane, ecuaţiile folosite fiind astfel simplificate. Această metodă a fost folosită cu succes în probleme de difracţie a câmpului electromagnetic.

La aplicarea metodei în cazul circuitelor planare, convergenţa spre soluţie s-a dovedit lentă astfel că un algoritm rapid a trebuit să fie dezvoltat. Transformata modală rapidă (FMT) foloseşte FFT pentru creşterea vitezei de calcul ca şi în alte metode iterative de altfel [11],[12], obţinându-se astfel o soluţie suficient de corectă într-un timp convenabil. Totuşi convergenţa este lentă şi este necesară îmbunătăţirea ei.

Există şi alte încercări de a utiliza metode iterative de calcul dar metoda propusă se caracterizează prin generalitate, în cazul circuitelor planare 2D sau 2.5D, nu sunt necesare presupuneri speciale relative la circuit. În literatură se regăsesc şi îmbunătăţiri ale acestei metode [13]. Există de asemenea şi implementări ale FFT pentru creşterea vitezei [14],[11],[15],[16] care pot sluji ca model pentru implementarea FMT.

6.1. Definirea metodei

Definirea conceptului de undă se face în legătură cu figura 6.1.

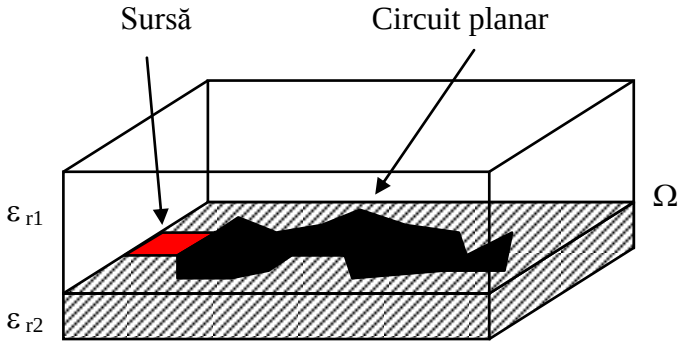


Figura 6.1. Circuit planar

Fie Ω un plan de discontinuitate în interiorul unei cutii cu pereţi metalici. Regiunile din ambele părţi ale planului de discontinuitate sunt umplute cu dielectrici omogeni. Cele două regiuni sunt desemnate ca regiunea 1 (ε_{r1}, h_1, etc.) şi regiunea 2 (ε_{r2}, h_2, etc.). Fie Ω_i o suprafaţă infinit apropiată de Ω în regiunea i, n_i vectorul unitate normal la Ω şi îndreptat spre regiunea i, i = 1 sau 2.

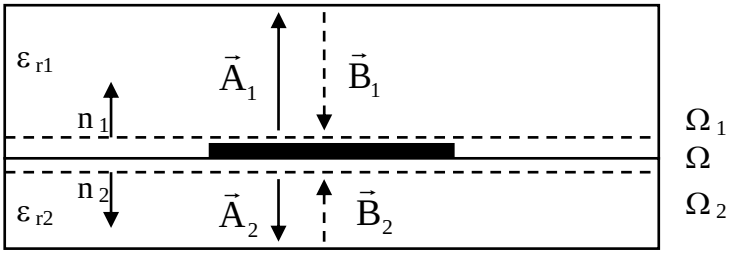


Figura 6.2. Definiţii

Se defineşte densitatea de curent în Ω_i prin [17]:

$$\vec{J}_i = \vec{H}_i \times \vec{n}_i \quad \forall i = 1,2 \tag{6.1}$$

Se definesc undele directă şi reflectată în Ω_i prin:

$$\vec{A}_i \equiv \frac{1}{2\sqrt{Z_{0i}}}\left(\vec{E}_i + Z_{0i}\vec{J}_i\right) \quad \forall i = 1,2 \tag{6.2}$$

$$\vec{B}_i \equiv \frac{1}{2\sqrt{Z_{0i}}}\left(\vec{E}_i - Z_{0i}\vec{J}_i\right) \quad \forall i = 1,2 \tag{6.3}$$

unde

$$Z_{0i} \equiv \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_i}} \quad \forall i = 1,2 \tag{6.4}$$

este impedanţa intrinsecă a mediului I şi E_i , J_i sunt câmpul electric tangenţial respectiv densitatea de curent asociată câmpului magnetic tangenţial pe suprafaţa Ω_i.

Undele directă şi reflectată sunt supuse unor constrângeri dictate de discontinuitate (6.5) şi de reflexia pe pereţii metalici ai cutiei (6.6)

$$\vec{A} = \hat{\Gamma}_{\Omega}\vec{B} + \vec{A}_0 \tag{6.5}$$

$$\vec{B} = \hat{\Gamma}\vec{A} \tag{6.6}$$

unde

$$\vec{A} = \begin{bmatrix} \vec{A}_1 \\ \vec{A}_2 \end{bmatrix}, \vec{B} = \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} \tag{6.7}$$

sunt vectorii care conţin undele din ambele regiuni, A_0 este unda directă generată de către sursă în cele două regiuni şi $\hat{\Gamma}_{\Omega}, \hat{\Gamma}$ reprezintă operatorii de reflexie pe suprafaţa de discontinuitate Ω respectiv pe pereţi metalici ai cutiei.

Soluţia sistemului (6.5) (6.6) va satisface condiţiile la limită pentru câmpul electromagnetic şi în consecinţă va genera valorile corecte pentru câmpurile electrice şi magnetice la nivelul discontinuităţii.

$$\vec{E}_i = \sqrt{Z_{0i}}\left(\vec{A}_i + \vec{B}_i\right) \tag{6.8}$$

$$\vec{J}_i = \frac{1}{\sqrt{Z_{0i}}}\left(\vec{A}_i - \vec{B}_i\right) \tag{6.9}$$

În ecuaţiile (6.1)-(6.9) vectorii sunt definiţi algebric, pentru a include cele două componente tangenţiale ale mărimilor respective:

$$\vec{V}_i = \begin{bmatrix} V_{ix} \\ V_{iy} \end{bmatrix} \tag{6.10}$$

Metoda iterativă bazată pe conceptul de undă (WCIP) rezolvă sistemul (6.5) (6.6) printr-un proces iterativ:

$$\vec{A}^{(k+1)} = \hat{\Gamma}_{\Omega}\vec{B}^{(k)} + \vec{A}_0 \tag{6.11}$$

$$\vec{B}^{(k)} = \hat{\Gamma}\vec{A}^{(k)} \tag{6.12}$$

unde k reprezintă iteraţia curentă iar valorile de pornire sunt cele impuse de sursă:

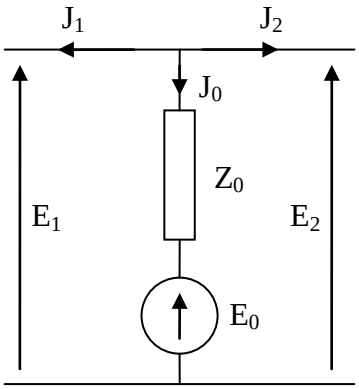
$$\vec{A}^{(0)} = \vec{A}_0 \tag{6.13}$$

Sistemul (6.11)-(6.12) se presupune că va converge la soluţia reală, presupunere bazată pe asemănarea procesului iterativ cu procesul tranzitoriu existent fizic la circuitele pentru microunde: după aplicarea sursei câmpul electromagnetic va evolua (respectând ecuaţiile lui Maxwell) într-un timp

finit, spre un câmp stabil, suferind reflexii pe pereţii metalici ai cutiei şi pe circuitul planar. La această data nu există încă o demonstraţie care să garanteze convergenţa relaţiilor (6.11)-(6.12) la soluţia reală.

6.2. Operatorul de reflexie pe suprafaţă

Pe planul de discontinuitate **Ω** (figura 6.2) undele incidente (A_1 A_2) şi reflectate (B_1 B_2) în cele două regiuni sunt legate din punct de vedere matematic de operatorul de reflexie pe suprafaţă $\hat{\Gamma}_\Omega$ (6.5) iar din punct de vedere fizic de condiţiile de continuitate ale câmpului pe suprafaţa de discontinuitate. Condiţiile la limită puse pentru suprafaţa de separaţie între cele două medii ne vor permite să determinăm expresia acestui operator. Datorită geometriei variabile a planului de separaţie (este locul în care se găseşte circuitul analizat)operatorul de reflexie pe suprafaţă va fi definit în domeniul spaţial. De fapt exprimarea este într-o oarecare măsură improprie, în sensul ca nu are loc efectiv o reflexie pe planul de separaţie, dar metoda presupune că undele reflectate din fiecare regiune (B) vor suferi reflexii controlate de plan obţinându-se astfel undele directe (A) din regiunile respective.



Metal	$Z_0 = 0$
	$E_0 = 0$
Dielectric	$Z_0 = \infty$
	$E_0 = 0$
Material	$Z_0 = Z_S$
cu pierderi	$E_0 = 0$

Figura 6.3. Reflexia pe suprafaţă

Local, pe părţile metalice ale circuitului planar avem impusă condiţia [18]:

$$\vec{E}_1 = \vec{E}_2 = 0 \tag{6.14}$$

şi de aici se obţine "reflexia" pe suprafaţa metalică (6.15) şi operatorul de reflexie pe suprafaţa metalică (6.16):

$$\begin{bmatrix} \vec{A}_1 \\ \vec{A}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} \tag{6.15}$$

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(M)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{6.16}$$

În regiunile cu dielectric ideal din suprafaţa de discontinuitate avem [18]:

$$\begin{cases} \vec{J}_1 + \vec{J}_2 = 0 \\ \vec{E}_1 = \vec{E}_2 \neq 0 \end{cases} \tag{6.17}$$

şi obţinem "reflexia" pe dielectricul ideal (6.18) şi operatorul de reflexie pe suprafaţa dielectrică (6.19):

$$\begin{bmatrix} \vec{A}_1 \\ \vec{A}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1-N^2}{1+N^2} & \frac{2N}{1+N^2} \\ \frac{2N}{1+N^2} & -\frac{1-N^2}{1+N^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} \tag{6.18}$$

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(D)} = \begin{bmatrix} \frac{1-N^2}{1+N^2} & \frac{2N}{1+N^2} \\ \frac{2N}{1+N^2} & -\frac{1-N^2}{1+N^2} \end{bmatrix} \tag{6.19}$$

unde cu N s-a notat raportul constant:

$$N \equiv \sqrt{\frac{Z_{01}}{Z_{02}}}\,. \tag{6.20}$$

În poziţiile în care circuitul planar conţine dielectrici cu pierderi (caracterizaţi de impedanţe de suprafaţă Z_S) condiţiile la limită sunt [18] (6.21):

$$\begin{cases} \vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \vec{J}_S = 0 \\ \vec{E}_1 = \vec{E}_2 = Z_S \cdot \vec{J}_S \end{cases} \tag{6.21}$$

şi se caracterizează cu relaţii "reflexia" pe suprafaţa cu pierderi (6.22) şi se gaseşte operatorul de reflexie pe suprafaţă cu pierderi (6.23):

$$\begin{bmatrix} \vec{A}_1 \\ \vec{A}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1-n_1+n_2}{1+n_1+n_2} & \frac{2n}{1+n_1+n_2} \\ \frac{2n}{1+n_1+n_2} & \frac{-1+n_1-n_2}{1+n_1+n_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} \tag{6.22}$$

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(Z)} = \begin{bmatrix} \dfrac{-1-n_1+n_2}{1+n_1+n_2} & \dfrac{2n}{1+n_1+n_2} \\ \dfrac{2n}{1+n_1+n_2} & \dfrac{-1+n_1-n_2}{1+n_1+n_2} \end{bmatrix} \tag{6.23}$$

cu notațiile:

$$n_1 \equiv \frac{Z_S}{Z_{01}}; n_2 \equiv \frac{Z_S}{Z_{02}}; n \equiv \frac{Z_S}{\sqrt{Z_{01} \cdot Z_{02}}} \tag{6.24}$$

Dacă se utilizează o sursă planară ca în figura 6.1 operatorul de reflexie pe suprafața sursei se va obține de o formă similară cu (6.23), în relație apărând impedanța internă a sursei Z_0 în loc de impedanța de suprafață Z_S iar "reflexia" în regiunile sursei (6.26) trebuie să ia în considerae și energia injectată de sursă în circuit.

$$\begin{cases} \vec{J}_1 + \vec{J}_2 + \vec{J}_0 = 0 \\ \vec{E}_1 = \vec{E}_2 = \vec{E}_0 - Z_0 \cdot \vec{J}_0 \end{cases} \tag{6.25}$$

$$\begin{bmatrix} \vec{A}_1 \\ \vec{A}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{-1-n_1+n_2}{1+n_1+n_2} & \dfrac{2n}{1+n_1+n_2} \\ \dfrac{2n}{1+n_1+n_2} & \dfrac{-1+n_1-n_2}{1+n_1+n_2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} + \frac{1}{1+n_1+n_2} \cdot \begin{bmatrix} \dfrac{\vec{E}_1}{\sqrt{Z_{01}}} \\ \dfrac{\vec{E}_2}{\sqrt{Z_{02}}} \end{bmatrix} \tag{6.26}$$

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(S)} = \hat{\Gamma}_{\Omega}^{(Z)}(Z_0) \tag{6.27}$$

6.3. Operatorul de reflexie modală

Ecuația (6.6) arată faptul că în orice moment undele reflectate (B_i) depind de undele incidente (A_i) prin intermediul fenomenului de reflexie pe pereții metalici ai cutiei. Caracterizarea acestei reflexii se face foarte ușor în domeniul modal.

$$\begin{bmatrix} \vec{A}_1 \\ \vec{A}_2 \end{bmatrix} = \hat{\Gamma} \cdot \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\Gamma}_1 & 0 \\ 0 & \hat{\Gamma}_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \vec{B}_1 \\ \vec{B}_2 \end{bmatrix} \tag{6.28}$$

Fiecare mod în parte (indicii modali m și n) suferă o reflexie într-un ghid rectangular scurtcircuitat la o anumită distanță:

$$\Gamma_{mn,i}^{TE} = \frac{1 - Z_{0i} \cdot Y_{mn,i}^{TE}}{1 + Z_{0i} \cdot Y_{mn,i}^{TE}}; \quad \Gamma_{mn,i}^{TM} = \frac{1 - Z_{0i} \cdot Y_{mn,i}^{TM}}{1 + Z_{0i} \cdot Y_{mn,i}^{TM}} \tag{6.29}$$

unde indicele i=1,2 identifică regiunea, Z_{0i} este impedanța intrinsecă a mediului, $m=\overline{1,M};n=\overline{1,N}$ sunt indicii modali, Y_{mn} este impedanța de scurtcircuit a modului respectiv (6.30), (6.31):

$$\begin{cases} Y_{mn,i}^{TE} = \dfrac{\gamma_{mn}(\varepsilon_{ri})}{j\omega\mu_0}\cdot\coth(\gamma_{mn}(\varepsilon_{ri})\cdot h_i) \\ Y_{mn,i}^{TM} = \dfrac{j\omega\varepsilon_0\varepsilon_{ri}}{\gamma_{mn}(\varepsilon_{ri})}\cdot\coth(\gamma_{mn}(\varepsilon_{ri})\cdot h_i) \end{cases} \tag{6.30}$$

$$\gamma_{mn}^2(\varepsilon_{ri}) = \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - k_0^2\cdot\varepsilon_{ri} \tag{6.31}$$

unde cu a şi b se notează dimensiunile transversale ale circuitului planar, h_i fiind înălțimile celor două straturi dielectrice (sau privit altfel, adâncimile celor două ghiduri metalice).

6.4. Transformata modală rapidă (Fast Modal Transform - FMT)

Câmpul electromagnetic la nivelul discontinuității va fi aflat rezolvând repetat ecuațiile (6.5) şi (6.6). Principala dificultate provine din faptul că ecuația (6.5) se aplică în domeniul spațial pe când (6.6) se aplică în domeniul modal. La fiecare iterație completă trebuie sa se facă trecerea tuturor mărimilor de interes din domeniul spațiu în domeniul modal şi invers. Analiza numerică eficientă poate exista doar dacă există o metodă rapidă de trecere între cele două domenii. Transformata Fourier Rapidă poate fi folosită, cu mici considerații legate de geometria circuitului considerat.

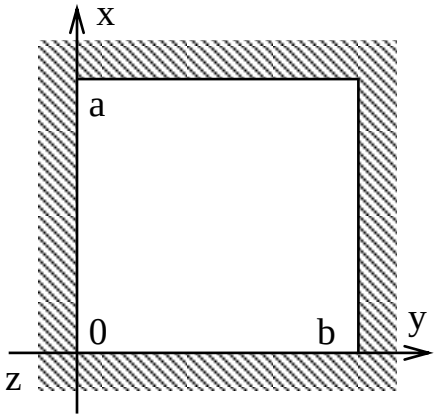


Figura 6.4.

Considerăm un ghid rectangular, cu pereţi metalici, de dimensiuni a şi b ca în figura 6.4. Modurile se exprimă în funcţie de o bază ortonormată:

$$\vec{f}_{mn}^{TE/TM} = \begin{bmatrix} E_x^{mn} \\ E_y^{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x \cdot \cos\frac{m\pi x}{a} \cdot \sin\frac{n\pi y}{b} \\ \alpha_y \cdot \sin\frac{m\pi x}{a} \cdot \cos\frac{n\pi y}{b} \end{bmatrix} \tag{6.32}$$

$$\alpha_x^{TE} = \alpha_n; \alpha_y^{TE} = -\alpha_m; \alpha_x^{TM} = \alpha_m; \alpha_y^{TM} = -\alpha_n \tag{6.33}$$

$$\begin{cases} \alpha_n = \sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \dfrac{\frac{n\pi}{b}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \\ \alpha_m = \sqrt{\frac{2\tau_{mn}}{ab}} \dfrac{\frac{m\pi}{a}}{\sqrt{\left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}} \end{cases} \tag{6.34}$$

$$\tau_{mn} = \begin{cases} 1, m \cdot n = 0 \\ 2, m \cdot n \neq 0 \end{cases} \tag{6.35}$$

Pentru acelaşi ghid, dar cu pereţi magnetici:

$$\vec{f}_{mn}^{TE/TM} = \begin{bmatrix} E_x^{mn} \\ E_y^{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_x \cdot \sin\frac{m\pi x}{a} \cdot \cos\frac{n\pi y}{b} \\ \alpha_y \cdot \cos\frac{m\pi x}{a} \cdot \sin\frac{n\pi y}{b} \end{bmatrix} \tag{6.36}$$

Câmpul necunoscut se obţine ca o suprapunere a tuturor modurilor individuale (TE şi TM):

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x \\ E_y \end{bmatrix} = \sum_{m,n} \left(V_{mn}^{TE} \cdot \vec{f}_{mn}^{TE} + V_{mn}^{TM} \cdot \vec{f}_{mn}^{TM} \right) \tag{6.37}$$

cu V_{mn}^{TE} şi V_{mn}^{TM} amplitudinile modale pentru modurile transversal electric (TE) respectiv transversal magnetic (TM).

Se poate utiliza Transformata Fourier Rapidă (FFT) pentru a creşte viteza de calcul, dar acest lucru impune anumite constrângeri. Structura trebuie să fie discretă şi în spaţiu, iar pentru ca algoritmul FFT să fie eficient, în ambele dimensiuni structura trebuie împărţită intr-un număr de intervale egal cu o putere întreagă a lui 2 (figura 6.5).

Funcţiile necunoscute (câmpurile electrice şi magnetice sau undele asociate) sunt definite în punctul din mijlocul fiecărui dreptunghi elementar

(numit în continuare pixel prin analogie cu situaţia procesării imaginilor, unde pixelul este unitatea elementară indivizibilă). Fiecare dimensiune a circuitului planar (dreptunghiular) este împărţită într-un număr egal cu o putere întreagă a lui 2 de intervale (6.38).

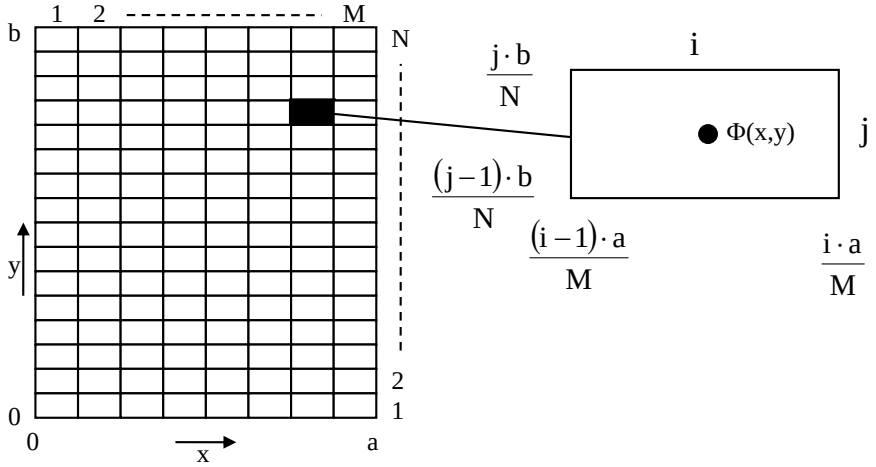


Figura 6.5. Definirea Pixelilor

$$i = \overline{1, M}\,;\; j = \overline{1, N}\,; M = 2^m; N = 2^n \tag{6.38}$$

$$\varphi(x, y) \Leftrightarrow \varphi(i, j) = \varphi_{ij}; \qquad x = \frac{\left(i - \frac{1}{2}\right)\cdot a}{M}, y = \frac{\left(j - \frac{1}{2}\right)\cdot b}{N} \tag{6.39}$$

În (6.32) şi (6.36) se observă că se obţin amplitudinile modale prin transformate cosinus/sinus discrete în loc de transformată Fourier (care foloseşte exponenţiale complexe). Pentru calcularea rapidă a transformatelor cosinus/sinus există algoritmi rapizi, bazaţi pe FFT [19],[20], şi această metodă este folosită şi în [21] pentru a realiza transformata modală rapidă.

Definirea pixelului din figura 6.5 şi a mărimilor asociate ca fiind cele din centrul pixelului (6.39) implică utilizarea unor transformate cosinus/sinus speciale, definite pentru grilaje interpătrunse [20].

$$\text{Cosinus}: \begin{cases} F_n = \sum_{j=1}^{N} f_j \cos \dfrac{n\pi\left(j - \frac{1}{2}\right)}{N} \\ f_j = \dfrac{2}{N} \sum_{n=0}^{N-1} F_n \cos \dfrac{n\pi\left(j - \frac{1}{2}\right)}{N} \end{cases} \tag{6.40}$$

$$\text{Sinus}: \begin{cases} F_n = \sum_{j=1}^{N} f_j \sin \dfrac{n\pi\left(j-\frac{1}{2}\right)}{N} \\ f_j = \dfrac{2}{N}\sum_{n=1}^{N} F_n \sin \dfrac{n\pi\left(j-\frac{1}{2}\right)}{N} \end{cases} \tag{6.41}$$

Algoritmi şi chiar funcţii pentru transformata sinus şi cosinus „normală" (cu mărimile definite pe liniile de separaţie între două domenii elementare) pot fi întâlnite în orice program matematic (cum este Matlab de exemplu). Pentru definiţii intermediare [20] oferă un algoritm rapid in C (cosft2) iar algoritmul echivalent pentru transformata sinus a fost dedus şi implementat. În (6.32) şi (6.36) se observă că este necesară o transformată bidimensională (sin-cos respectiv cos-sin) dar cele două variabile (x,y sau i,j) sunt independente, aşa că putem aplica relaţiile (6.42):

$$\begin{aligned} TSinCos_{xy} &= TSin_x\left(TCos_y\right) \\ TCosSin_{xy} &= TCos_x\left(TSin_y\right) \end{aligned} \tag{6.42}$$

De asemenea, analizând relaţiile (6.32) şi (6.36) se observă că modurile TE şi TM se vor descompune după aproape aceleaşi baze, şi aplicând transformata sin-cos respectiv cos-sin va rezulta un număr de moduri spaţiale, fiecare mod spaţial (generat de o anume funcţie a bazei) fiind o combinaţie a celor două tipuri de moduri. Transformata Modală Rapidă (FMT) va putea fi obţinută pentru un ghid rectangular cu pereţi metalici ca în (6.43):

$$\begin{bmatrix} A^{TE} \\ A^{TM} \end{bmatrix} = FMT\left(\vec{A}\right) = FMT\left(\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}\right) = \tilde{K} \cdot \begin{bmatrix} TCosSin\left(A_x\right) \\ TSinCos\left(A_y\right) \end{bmatrix} \tag{6.43}$$

Similar pentru ghidul rectangular cu pereţi magnetici:

$$\begin{bmatrix} A^{TE} \\ A^{TM} \end{bmatrix} = FMT\left(\vec{A}\right) = FMT\left(\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \end{bmatrix}\right) = \tilde{K} \cdot \begin{bmatrix} TSinCos\left(A_x\right) \\ TCosSin\left(A_y\right) \end{bmatrix} \tag{6.44}$$

Transformarea de separare $\tilde{K}$ se defineşte ca o multiplicare matricială aplicată pentru fiecare mod în parte:

$$\begin{bmatrix} A_{mn}^{TE} \\ A_{mn}^{TM} \end{bmatrix} = \left[K\right] \cdot \begin{bmatrix} TSinCos_{mn}\left(A_x\right) \\ TCosSin_{mn}\left(A_y\right) \end{bmatrix} \tag{6.45}$$

matricea pătratică [K] fiind definită în (6.46)

$$[K]=\frac{\sqrt{\frac{ab}{2\tau_{mn}}}}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2}}\cdot\begin{bmatrix}-\frac{n}{b} & \frac{m}{a}\\ \frac{m}{a} & \frac{n}{b}\end{bmatrix} \tag{6.46}$$

În relaţiile (6.43)-(6.46) s-au folosit notaţiile matriciale:

$$A^{TE}=\left[A_{mn}^{TE}\right]_{M\times N};\ A^{TM}=\left[A_{mn}^{TM}\right]_{M\times N};\ A_x=\left[A_{x,ij}\right]_{M\times N};\ A_y=\left[A_{y,ij}\right]_{M\times N} \tag{6.47}$$

Definiţiile (6.47) arată clar una din limitările metodei FWCIP: numărul de moduri este întotdeauna egal cu numărul de diviziuni al structurii din punct de vedere fizic. Cum grilajul de diviziune al structurii trebuie sa permită apariţia unui număr de intervale egal cu o putere întreagă a lui 2, o analiză mai fină va însemna întotdeauna dublarea numărului de pixeli.

Din punctul de realizare al unei implementări practice (în orice limbaj de programare evoluat, C în cazul lucrării de faţă), separarea modurilor este mai complexă decât o simplă aplicare a relaţiilor (6.45)-(6.47). Ecuaţiile (6.40) şi (6.41) arată diferenţa dintre transformata sinus şi cosinus. Transformata sinus generează moduri spaţiale cu index variind de la 1 la N, în timp ce transformata cosinus generează moduri cu index între 0 şi N-1.

Figura 6.6 arată efectul transformatelor bidimensionale cos-sin (6.6a) şi sin-cos (6.6b) pentru ghidul rectangular cu pereţi metalici. Majoritatea modurilor spaţiale vor genera şi moduri TE, şi moduri TM utilizând transformarea de separare din (6.45)-(6.47). Modurile spaţiale de index 0 vor apare ca efect doar al modurilor TE corespunzătoare (TE_{10}, TE_{01}, TE_{02} etc.) în timp ce modul spaţial de frecvenţă maximă va conţine doar efectul modurilor TM corespunzător. În aceste cazuri o separare conform (6.45)-(6.47) nu mai este necesară dar matricile utilizate vor suferi un proces de reorganizare ilustrat în figura 6.6.

Ecuaţia (6.43) defineşte Transformata Modală Rapidă (FMT). Desigur este nevoie de o transformată inversă pentru a realiza, după reflexia modală (6.5), trecerea în domeniul spaţial unde se aplică reflexia pe suprafaţă (6.6). Transformatele sinus şi cosinus sunt inversabile şi se poate dezvolta similar un algoritm rapid de realizare a Transformatei Modale Inverse Rapide (FMT^{-1}). Separarea şi reorganizarea matricilor la trecerea de la moduri (TE şi TM) la modurile spaţiale corespunzătoare se realizează prin inversarea situaţiilor prezentate în (6.45)-(6.47) şi figura 6.6.

$$\begin{bmatrix}A_x\\ A_y\end{bmatrix}=FMT^{-1}\left(\tilde{\tilde{A}}\right)=FMT^{-1}\left(\begin{bmatrix}A^{TE}\\ A^{TM}\end{bmatrix}\right) \tag{6.48}$$

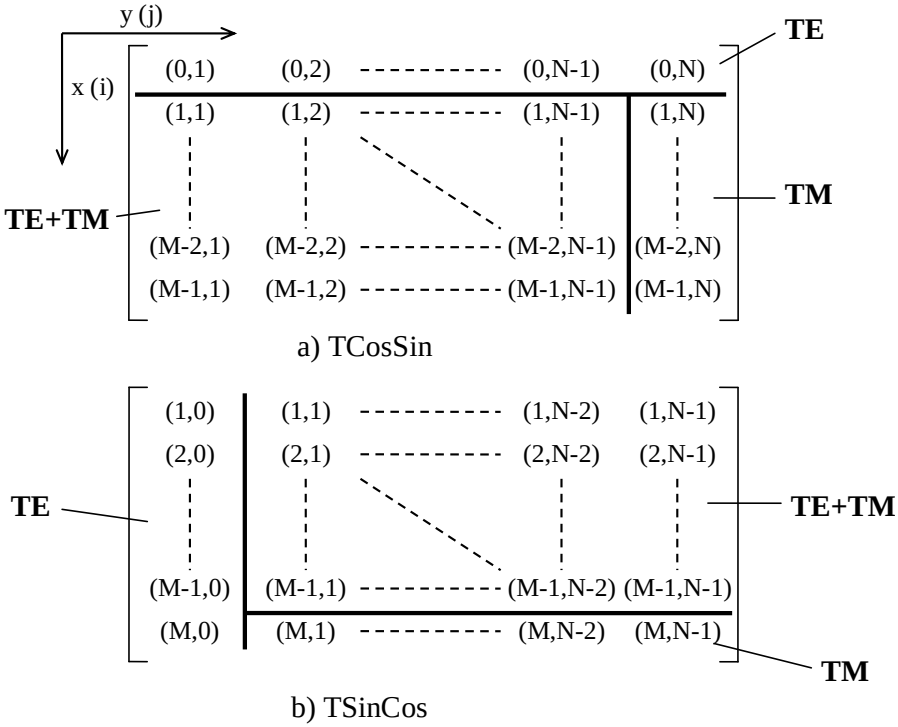


Figura 6.6. Separarea modurilor

6.5. Convergenţa metodei iterative bazate pe conceptul de undă (FWCIP)

Metoda iterativă a dovedit existenţa unor probleme de convergenţă. În [21] aceste probleme sunt recunoscute, dar metoda aleasă spre rezolvare este total nejustificată. În loc să se realizeze corecţia factorilor intrinseci de instabilitate din interiorul metodei, a fost aleasă o metodă de cosmetizare a rezultatelor, şi anume realizarea unei filtrări mediene e rezultatelor graficelor de convergenţă. Acest lucru a permis obţinerea unor studii de convergenţă inexacte dar care în mod eronat arătau oprirea variaţiilor după un număr de iteraţii. În [21] în schimb nu apare nici un rezultat care să afişeze valorile câmpurilor calculate, ci numai diverse valori ale impedanţelor, şi aceasta deoarece, chiar după oprirea evoluţiei iterative (6.11)-(6.12), structura câmpurilor obţinute arată clar că un rezultat stabil nu este atins.

Vom exemplifica această situaţie utilizând o structură foarte simplă, şi anume o linie microstrip care se întinde pe toată lungimea cutiei.

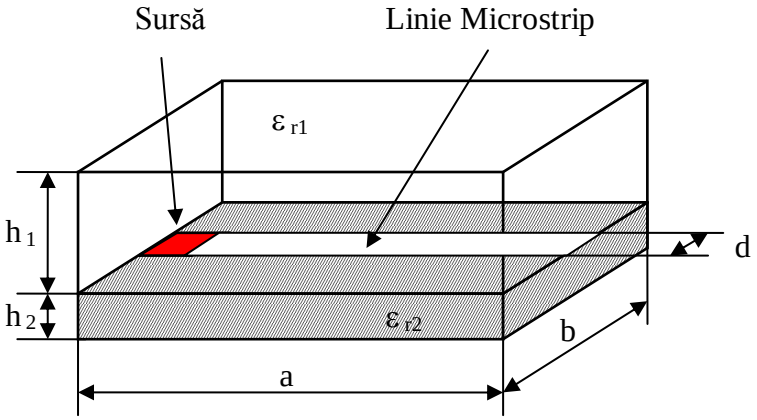


Figura 6.7.

Cutia este dreptunghiulară, împărţită de un grilaj care împarte planul de separaţie în 32x32 pixeli. Dimensiunile sunt: a = 17mm; b = 17mm; ε_{r1} = 10; h_1 = 1.5mm; ε_{r2} = 1; h_2 = 1000mm. Lăţimea liniei este de 2 pixeli (d = 1.06mm). Se simulează o linie cu lăţimea d, lungime (a-d), aflată pe un substrat de grosime 1.5mm (aproximativ alumina), un plan de masă sub substrat, şi circuitul este liber (aşa se explică valoarea mare aleasă pentru al doilea dielectric - aer, pentru o influenţă minimă a peretelui superior al cutiei metalice existente implicit în metodă). Linia este desigur scurtcircuitată la capăt astfel încât este de aşteptat o valoare pur imaginară a impedanţei. Analiza acestei structuri se întâlneşte frecvent în literatură [22],[23] astfel încât rezultatele se pot verifica uşor.

Convergenţa spre soluţie o urmărim prin valoarea impedanţei văzută de sursă [24]:

$$Z = \sum_{S} \frac{\langle E_0, E_0 \rangle}{\langle J, E_0 \rangle} \tag{6.49}$$

Chiar dacă nu valoarea impedanţei este mărimea de interes major, ci valorile câmpurilor, reprezentând o singură mărime scalară se poate urmări mai bine trecerea rezultatelor într-o stare stabilă, caz în care putem calcula şi câmpurile electromagnetice. Se obţin rezultatele din figurile 6.8 (partea imaginară a impedanţei) şi 6.9 (partea reală).

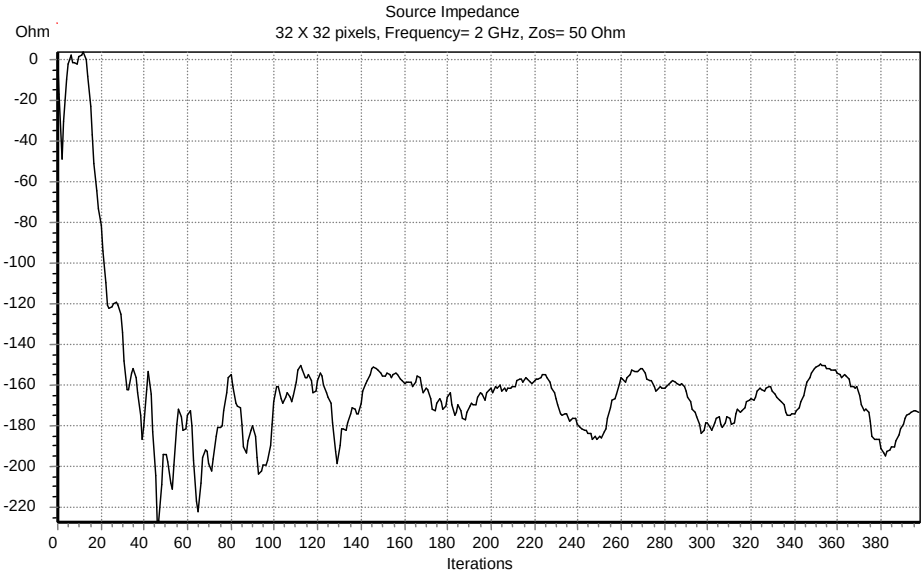


Figura 6.8. Im(Z)

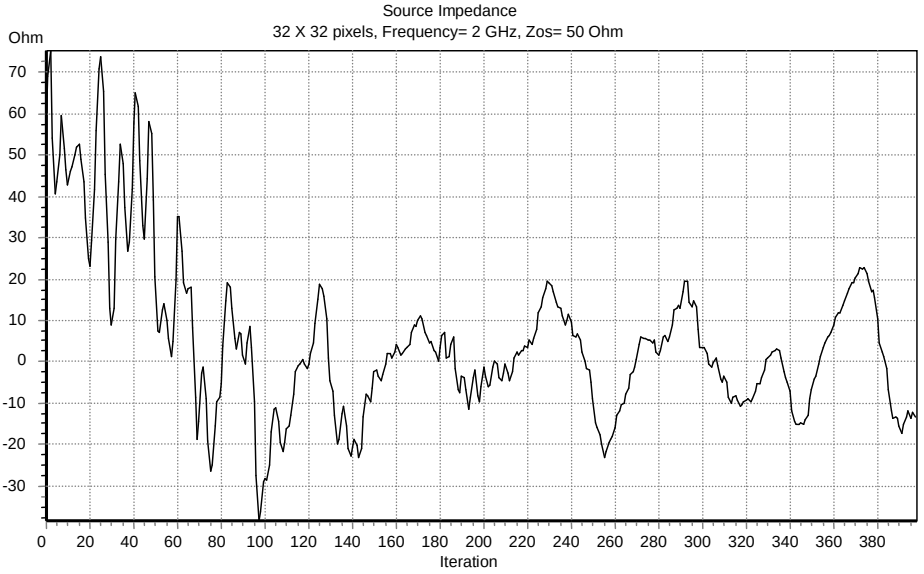


Figura 6.9. Re(Z)

Figurile 6.8 şi 6.9 arată că aproximativ 150 de iteraţii sunt necesare pentru obţinerea „convergenţei" dar se regăsesc în continuare oscilaţii destul de mari, pentru partea reală în jurul valorii 0 (cum era aşteptat) pentru partea imaginară în jurul valorii -170Ω. Aceste figuri arată că adevărata convergenţă nu se obţine nici după 400 iteraţii, şi nu se va obţine nici la ceşterea

suplimentară a timpului de calcul, ceea ce demonstrează că metoda suferă de o anumită instabilitate intrinsecă.

Această instabilitate este mai pregnant vizibilă dacă se reprezintă câmpurile electromagnetice la nivelul suprafeţei de separaţie între cele două medii în figura 6.10. Toate câmpurile reprezentate sunt caracterizate de prezenţa anumitor „ondulaţii" reprezentative pentru dificultatea obţinerii soluţiei stabile. Deoarece câmpurile sunt reprezentate după o ultimă reflexie a undelor pe suprafaţa de separaţie cu relaţia (6.5) condiţiile la limită sunt strict respectate, curenţii fiind nuli în zona dielectricului, iar câmpurile electrice se anulează pe linia de transmisie. Instabilitatea este vizibilă mai ales la reprezentare curentului transversal J_y. Datorită modelării curentului la mijlocul pixelului, este de aşteptat ca această valoare să fie foarte mică, dar nenulă, totuşi faptul că acest curent are o formă nedefinită, ne face să credem că aceste valori se datorează în primul rând instabilităţii proprii metodei, putând fi considerată o eroare de metodă în acest caz. Urmărirea în continuare, după iteraţia 300 a câmpurilor nu arată nici un fel de schimbare, ceea ce demonstrează că nu se poate obţine convergenţa în acest caz.

Valorile câmpurilor în metoda iterativă se vor obţine prin relaţii inverse celor de definiţie a undelor (6.2)-(6.3), după încheierea procesului iterativ. Până în acel moment se lucrează exclusiv cu noţiunile de undă.

$$\vec{E}_i = \sqrt{Z_{0i}} \cdot \left(\vec{A}_i + \vec{B}_i\right) \quad \forall i = 1,2 \tag{6.50}$$

$$\vec{J}_i = \frac{1}{\sqrt{Z_{0i}}}\left(\vec{A}_i - \vec{B}_i\right) \quad \forall i = 1,2 \tag{6.51}$$

Pentru comparaţie, aceeaşi structură a fost analizată cu programul comercial Sonnet 7.0, bazat pe metoda momentelor. Rezultatele sunt cele reprezentate în figurile 6.11 şi 6.12 în cazul realizării împărţirii structurii în 30x32 celule (amintim că în analiza precedentă o arie de 2x2 pixeli a fost ocupată de sursă). Formele prezentate de curenţi sunt aceleaşi, ceea ce arată posibilităţile reale ale metodei iterative de a calcula corect câmpurile electromagnetice.

O simulare mai precisă este necesară pentru a observa detalii, mai ales în cazul curentului transversal. În figurile 6.13 şi 6.14 sunt reprezentate rezultatele simulării aceleiaşi structuri, realizând o partiţionare de 8 ori mai deasă (240x256 celule). Se observă clar, înafara apariţiei efectului de capăt de linie, faptul că se obţine un curent transversal de o formă distinctă şi de valori nenule.

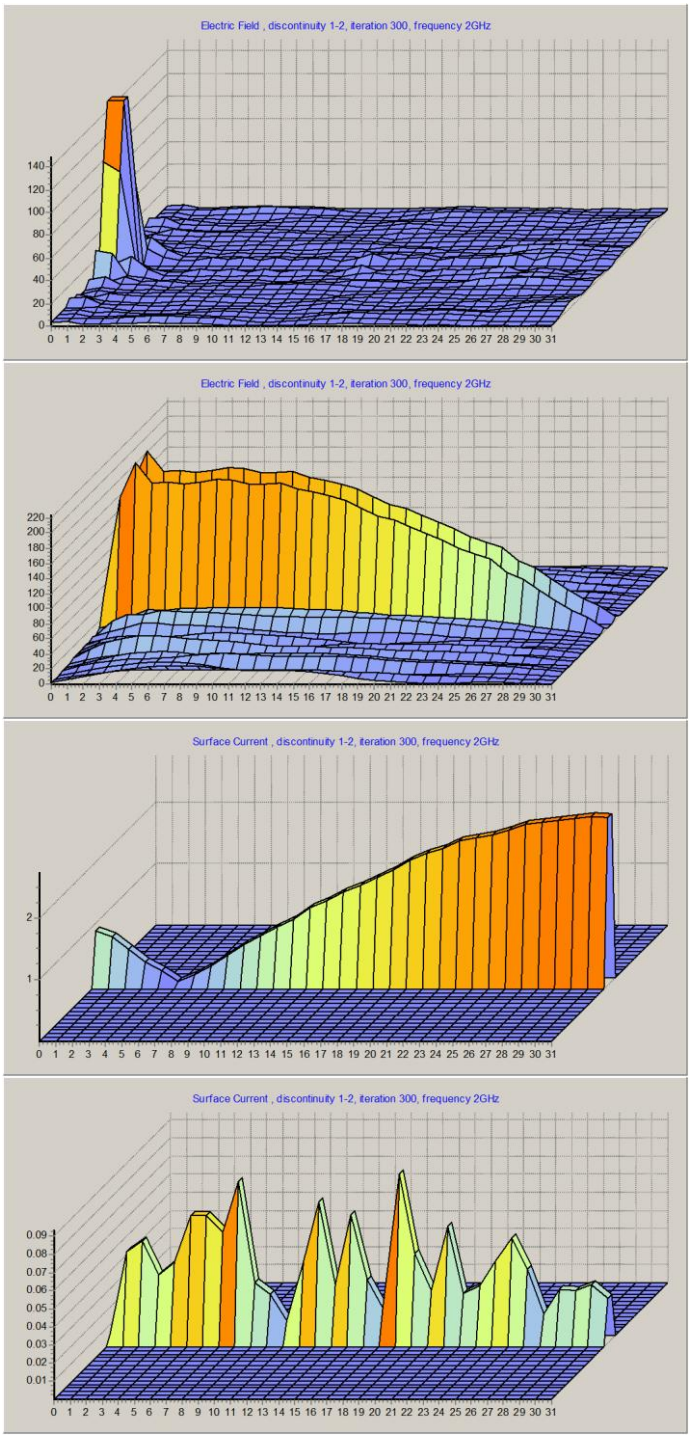


Figura 6.10. Câmpurile pentru linia microstrip, în ordine: E_x, E_y, J_x, J_y

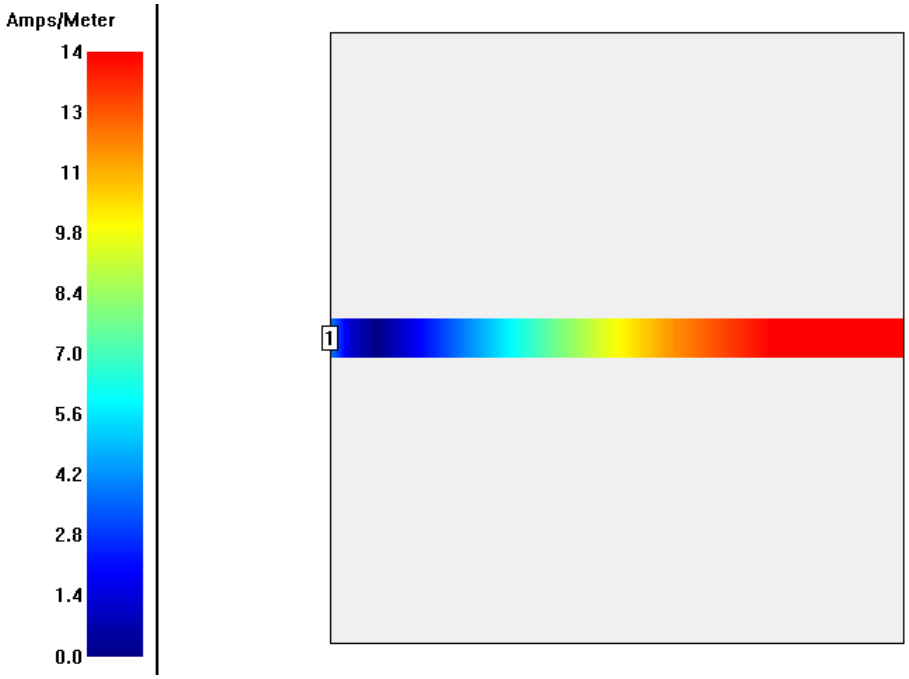


Figura 6.11. Curentul longitudinal prin linie. Simulare în Sonnet

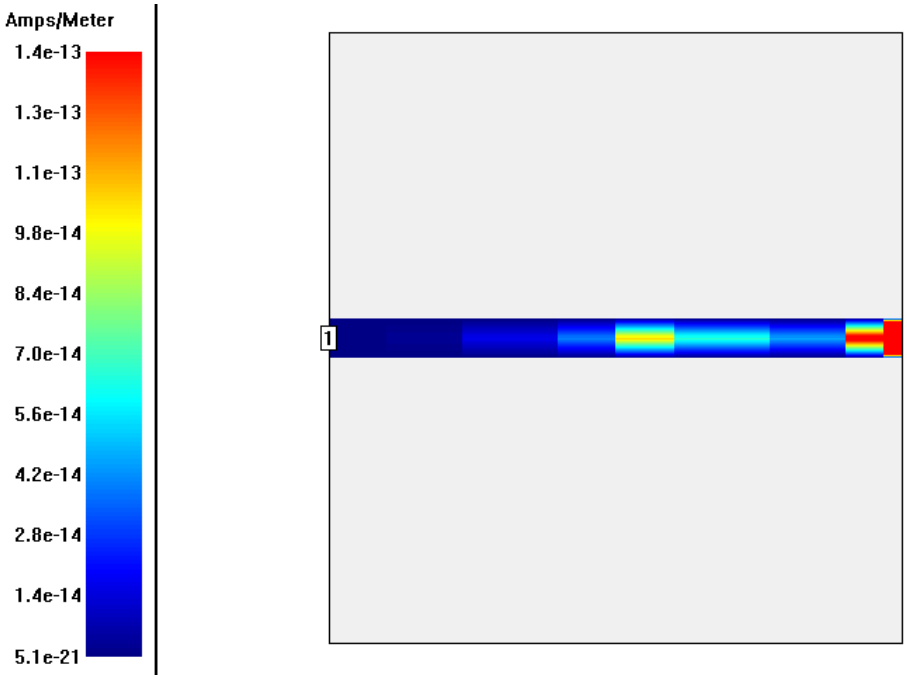


Figura 6.12. Curentul transversal prin linie. Simulare în Sonnet

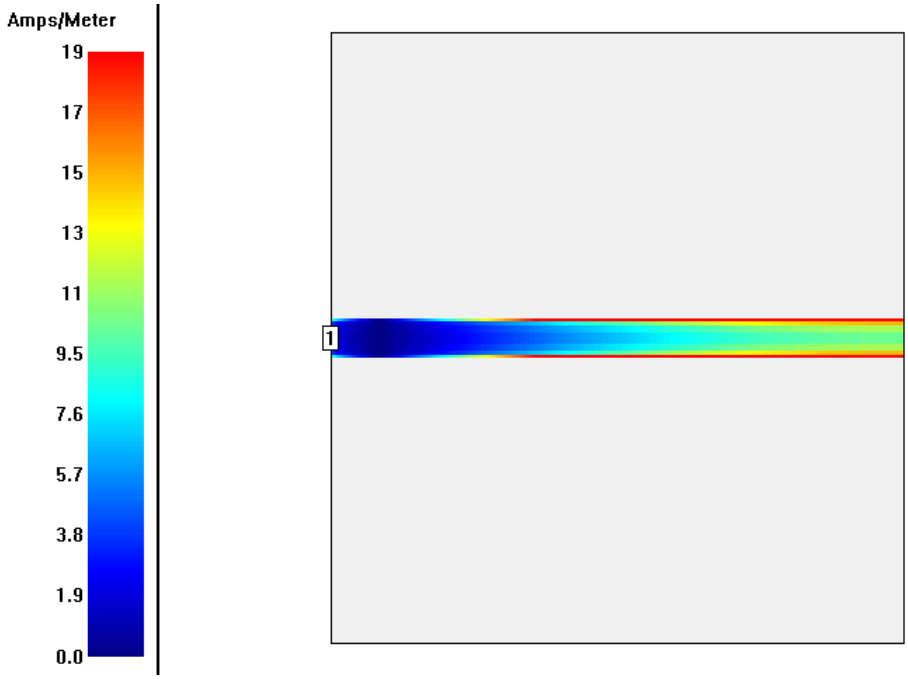


Figura 6.13. Curentul longitudinal prin linie. 240x256 celule

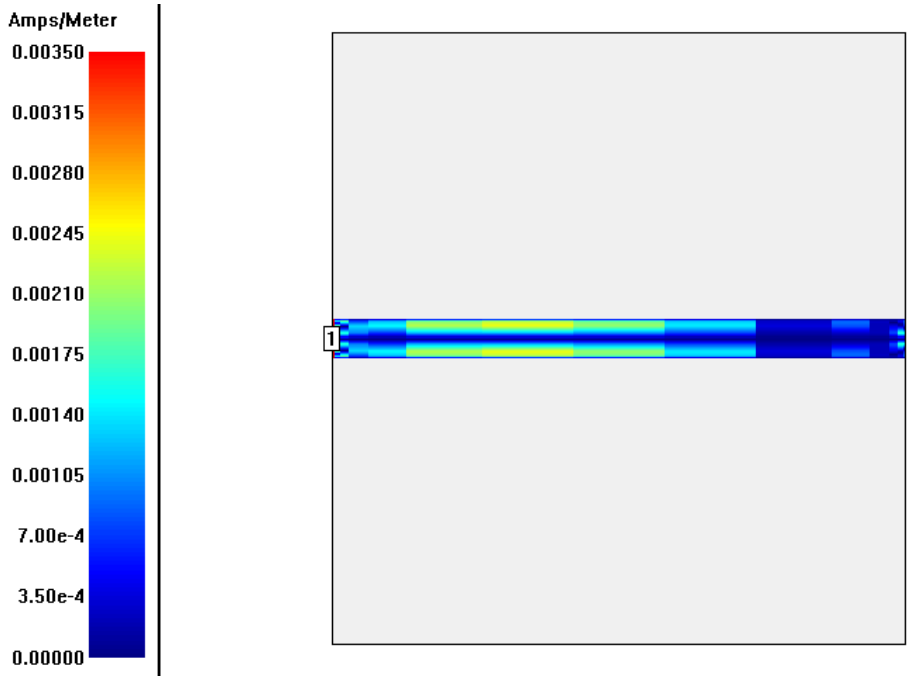


Figura 6.14. Curentul transversal prin linie. 240x256 celule

În următorul capitol se va încerca identificarea cauzelor apariţiei instabilităţii în metoda iterativă bazată pe conceptul de undă şi se va încerca înlăturarea acestora, sau măcar găsirea unor metode de ocolire a eventualelor instabilităţi în scopul calculării cu precizie a câmpurilor la nivelul suprafeţei de separaţie între cele două medii.

6.6. Prezentare software de simulare realizat

Pentru această metodă s-a realizat un program complet de simulare electromagnetică. Dacă în cazul metodei lui Galerkin se puteau introduce datele în mod grafic, reprezentarea rezultatelor, aşa cum apar ele în capitolul 3, s-a realizat cu ajutorul unor programe externe (Matlab în acest caz), ceea ce făcea greoi accesul la rezultate.

Programul realizat pentru metoda iterativă permite analiza simultană a mai multor structuri, conţine un editor vizual pentru desenarea structurilor şi un modul de reprezentare grafică integrat. Realizarea s-a făcut în Borland C++ Builder şi este un program pe 32 de biţi, eficient, capabil să ruleze la capacitate maximă pe sistemele de operare moderne. Nu se poate observa în timp real convergenţa soluţiei (aceasta este o limitare a metodei iterative care află câmpurile doar la terminarea procesului). În schimb există control total asupra fiecărei analize în parte (poate fi oprită, repornită sau anulată, se observă progresul în timp real). Se prezintă în continuare acest program.

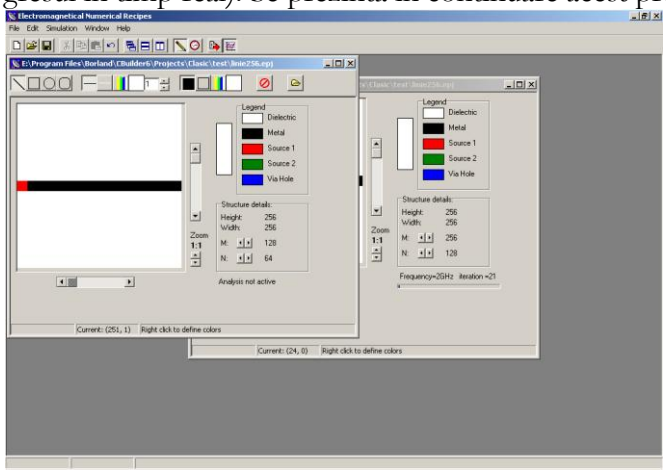


Figura 6.15. Interfaţă MDI de desenare a structurilor

Programul este realizat în tehnologia MDI (Multiple Document Interface), şi poate avea deschise simultan mai multe ferestre permiţând utilizatorului să continue lucrul în timp ce o analiză este realizată Se observă

cum se poate realiza modificarea unei structuri în timp ce o altă analiză rulează în fundal (figura 6.15).

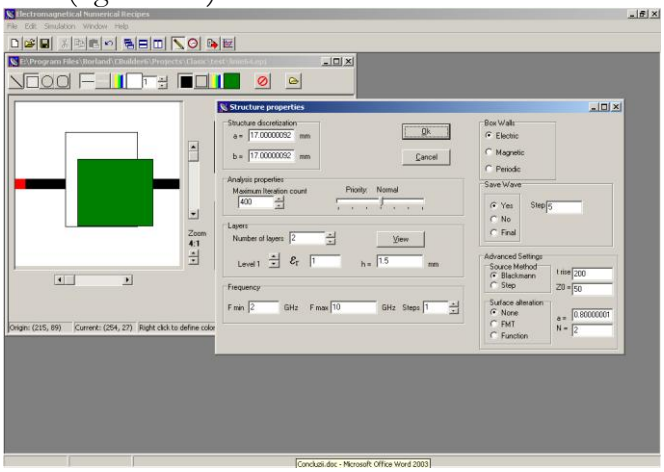


Figura 6.16. Control algoritm de simulare

Caracteristicile analizei se introduc vizual (figura 6.16). Aceste caracteristici, împreună cu structura desenată şi cu rezultatele analizelor se salvează într-o structura ordonată, tip proiect, pentru acces facil ulterior la rezultate.

O îmbunătățire semnificativă este modul de prezentare a rezultatelor, sub formă grafică. Toate rezultatele din capitolele 6 şi 7 sunt realizate cu acest program, fără a fi nevoie de software suplimentar.

Figura 6.17. Reprezentare proces de convergenţă

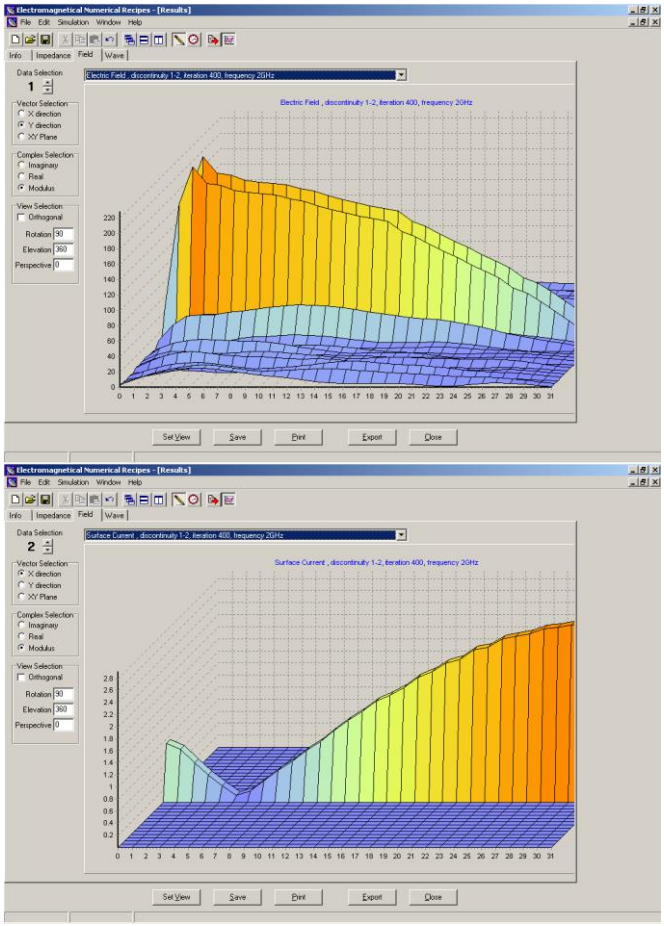


Figura 6.18. Reprezentare tridimensională a câmpurilor

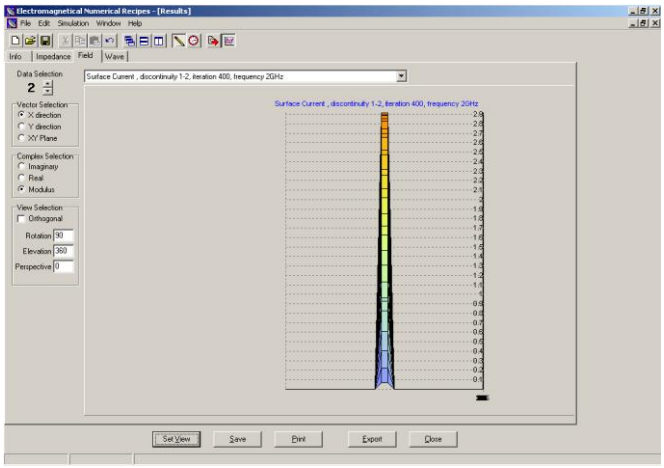


Figura 6.19. Rotire imagine

Se poate reprezenta procesul de convergenţă (figura 6.17), câmpurile electromagnetice obţinute (oricare componentă: x,y; parte reală, parte imaginară - figura 6.18), forma undelor (pentru estimarea importanţei efectului de capăt). Afişarea tridimensională a câmpurilor poate fi rotită cu mouse-ul în timp real (figura 6.19), sau impusă prin intermediul casetelor de dialog, în scopul alegerii unghiului de vedere optim.

Programul conţine în total peste 20.000 de linii de cod, porţiuni din aceste program fiind listate în anexa 3. Cod suplimentar poate fi obţinând contactând autorul sau consultând pagina de Internet a Laboratorului de Microunde şi Optoelectronică, Facultatea de Electronică, Universitatea Tehnică Iaşi, http://rf-opto.etti.tuiasi.ro .

Bibliografie

[1] Azizi M.; Aubert H.; Baudrand H., „A new iterative method for scattering problems", 1995 European Microwave Conference Proceedings, Vol.1, pp. 255-258

[2] Azizi M.; Boussouis M.; Aubert H.; Baudrand H., „A three dimensional analysis of planar discontinuities by an iterative method", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 13, No. 6, 1996, pp.372-376

[3] Chich-Hsing Tsao; Mittra, R., „A spectral-iteration approach for analyzing scattering from frequency selective surfaces", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 30, No. 2, martie 1982, pp. 303-308

[4] Kastner, R.; Mittra, R., „A spectral-iteration technique for analyzing scattering from arbitrary bodies, Part I: Cylindrical scatterers with E-wave incidence", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 31, No. 3, mai 1983, pp. 499- 506

[5] Kastner, R.; Mittra, R., „A spectral-iteration technique for analyzing scattering from arbitrary bodies, Part I: Cylindrical scatterers with H-wave incidence", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 31, No. 3, mai 1983, pp. 535- 537

[6] Kaye, M.; Murthy, P.; Thiele, G., „An iterative method for solving scattering problems", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 33, No. 11, 1985, pp. 1272- 1279

[7] Soudais, P., „Iterative solution of a 3-D scattering problem from arbitrary shaped multidielectric and multiconducting bodies", IEEE

Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 42, No. 7, 1984, pp. 954-959

[8] van den Berg, P., „Iterative computational techniques in scattering based upon the integrated square error criterion", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 32, No. 10, 1988, pp. 1063- 1071

[9] van den Berg, P.M.; Ghijsen, W.J., „A spectral iterative technique with Gram-Schmidt orthogonalization", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 36, No. 4, 1988, pp. 769-772

[10] Wai Ko; Mittra, R., „A new approach based on a combination of integral equation and asymptotic techniques for solving electromagnetic scattering problems", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 25, No. 2, martie 1988, pp. 187- 197

[11] Basterrechea, J.; Catedra, M.F., „Computation of microstrip S-parameters using a CG-FFT scheme", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 42, No. 2, 1994, pp. 234-240

[12] Byung-Tak Lee; Jae W. Lee; Hyo J. Eom; Sang-Yang Shin, „Fourier-transform analysis for rectangular groove guide", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 43, No. 9, 1995, pp. 2162-2165

[13] Wane, S.; Bajon, D.; Baudrand, H.; Gamand, P., „A new full-wave hybrid differential-integral approach for the investigation of multilayer structures including nonuniformly doped diffusions", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 53, No. 1, 2005, pp. 200- 214

[14] Barkeshli, K.; Volakis, J.L., „Improving the convergence rate of the conjugate gradient FFT method using subdomain basis functions", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 37, No. 7, 1989, pp. 893-900

[15] Ke-Ying Su; Kuo, J.-T., „Application of two-dimensional nonuniform fast Fourier transform (2-D NUFFT) technique to analysis of shielded microstrip circuits", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 53, No. 3, 2005, pp. 993- 999

[16] Mrozowski, M.P., „IEEM FFT-a fast and efficient tool for rigorous computations of propagation constants and field distributions in dielectric guides with arbitrary cross-section and permittivity profiles", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 39, No. 2, 1991, pp. 323-329

[17] Baudrand H., „Introduction au calcul des circuits microondes", Rotaprint ENSEEIHT, Toulouse 1993

[18] Baudrand H., „Introduction au calcul electromagnetique des structures guidantes”, Rotaprint ENSEEIHT, Toulouse 1996
[19] Chu E.; George A. „Inside The Fft Black Box - Serial And Parallel Fast Fourier Transform Algorithms”, CRC Press, 2000, ISBN 0-8493-0270-6
[20] Press W. H.; Teukolsky S. A.; Vetterling W.T.; Flannery B.P.; „Numerical Recipes in C”, Cambridge University Press, 1995, ISBN 0-521-43108-5
[21] N’Gongo R.S., „Modelisation electromagnetique des circuits planaires. Application a l’influence du boitier”, Teză de doctorat, ENSEEIHT Toulouse, 1999
[22] Edwards T.C., „Foundations for Microstrip Circuit Design”, John Wiley & Sons Inc., 1992, ISBN 0-471-93062-8
[23] Gupta K.C.; Bahl I.; Bhartia P; Garg R., „Microstrip Lines and Slotlines” 2nd ed., Artech House, 1996, ISBN 0-89006-766-X
[24] Pujol S.;Baudrand H.; Fouad Hanna V.; Dong X., „A New approach of the source method for characterization of planar structures”, EuMC 1991, pp.1015-1020

Capitolul VII
Analiza circuitelor pentru microunde prin metoda iterativă

7.1. Analiza stabilităţii metodei

Se poate introduce un nou punct de vedere pentru a identifica şi eventual rezolva unele din probleme inerente metodei iterative (FWCIP). Vom defini o metodă numerică iterativă ca un sistem discret în timp. Pentru această analogie vom identifica variaţia pe parcursul procesului iterativ a diverselor mărimi implicate (impedanţe, câmpuri, unde) ca variaţii în timp ale mărimilor caracteristice ale unui sistem discret. Se va modela metoda împreună cu sistemul analizat prin intermediul unui sistem discret (figura 7.1).

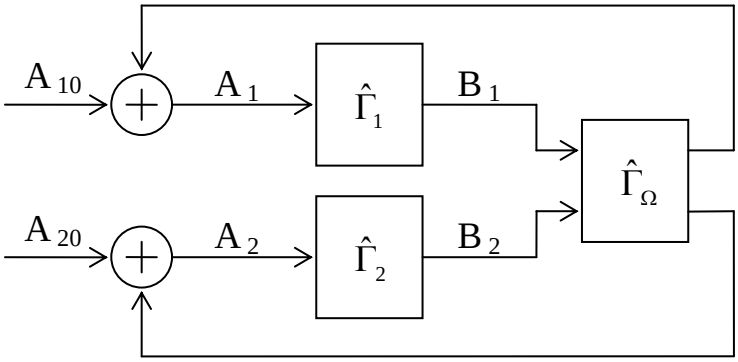


Figura 7.1. Sistem discret cu reacţie

Se vor putea apoi folosi unele din teoriile procesării de semnal pentru a analiza şi eventual corecta unele din neajunsurile metodei. Vom încerca reducerea instabilităţii simultan cu păstrarea vitezei crescute a convergenţei, atât cât este posibil, aceste condiţii fiind contradictorii.

În figura 7.1. se poate observa că analiza prin metoda iterativă bazată pe conceptul de undă se modelează printr-un sistem cu reacţie, deoarece undele calculate la fiecare iteraţie sunt folosite la pasul următor. Această observaţie este valabilă pentru majoritatea metodelor numerice iterative, deoarece majoritatea utilizează estimarea curentă a mărimilor de interes la calcularea unor noi valori. Sistemele cu reacţie pot avea probleme de stabilitate în anumite condiţii, aşa cum se pare că este situaţia metodei iterative analizate.

În figura 7.1. am ales să reprezentăm ambele regiuni (1 şi 2) deoarece reflexia modală este independentă pe cei doi pereţi metalici, iar undele din cele două regiuni interacţionează doar la nivelul suprafeţei de separaţie prin intermediul operatorului de reflexie pe suprafaţă.

7.2. Îmbunătăţirea convergenţei

Aşa cum am amintit în capitolul 6.5 în [1] filtrarea mediană a fost folosită în mod incorect pentru a încerca îmbunătăţirea deciziei de oprire a procesului de convergenţă. Aşa cum o arată în primul rând forma câmpurilor calculate (figura 6.10) această metodă nu permite îmbunătăţirea reală a convergenţei. Vom folosi analogia din capitolul 7.1. cu sistemele discrete pentru a încerca abordări corecte în vederea îmbunătăţirii procesului iterativ.

Problema necesităţii controlului convergenţei metodelor iterative apare în literatură cu diverse rezolvări [2], [3], [4]. Vom propune o metodă nouă ce nu este mutual excluzivă cu cele prezentate, ci poate fi combinată în anumite condiţii cu alte metode de accelerare şi asigurare a convergenţei.

Din figura 7.1. se poate trage concluzia că variaţia în "timp" (a se citi iteraţii) a oricărei din mărimile de interes depinde de valoarea excitaţiei (a sursei) depusă la intrarea sistemului şi de asemenea de caracteristicile sistemului. Acest lucru ne arată locurile în care se poate interveni pentru a obţine o variaţie mai lină a mărimilor de interes. Din păcate, ambele mărimi care pot fi modificate (sursa şi sistemul) sunt necesare pentru a obţine rezultatul corect, însă se poate realiza afectarea temporară a lor, pe parcursul primelor iteraţii, în scopul obţinerii mai rapide a unui rezultat stabil, urmând ca în situaţia finală a analizei, şi sursa şi sistemul să fie cele impuse de structura reală de analizat.

Se porneşte de la descrierea sistemului în domeniul frecvenţă. Din (7.1) se poate observa faptul că spectrul mărimilor dorite depinde de spectrul sursei aplicate la intrare, şi de asemenea de influenţa spectrală a sistemului analizat. O comportare mai "lină" a sistemului şi eliminarea oscilaţiilor procesului iterativ va presupune obţinerea unui conţinut redus de frecvenţe înalte în spectrul final.

$$A^{(k)} = A_0^{(k)} * \Gamma(k) \leftrightarrow A(\omega) = A_0(\omega) \cdot \Gamma(\omega) \tag{7.1}$$

Variantele alese în continuare vor fi modificarea structurii şi modificarea reflexiei pe suprafaţă.

7.2.1. Modificarea sursei

Aplicarea de la început a sursei la valoarea finală este echivalentă cu aplicarea unui semnal de tip treaptă la intrarea sistemului digital din figura

7.1. Semnalul treaptă are un spectru întins şi cu componente ridicate de frecvenţe înalte, ceea ce va excita anumite oscilaţii în sistem, cu constantă de timp foarte mare. Acest lucru generează oscilaţiile prezente în figurile 6.8 şi 6.9. Soluţia aleasă în continuare este creşterea graduală a valorii de la intrare, de preferinţă după o formă de undă care să nu excite frecvenţe înalte în circuit.

În acest mod ecuaţia (6.11) va fi modificată pentru a exemplifica acest lucru:

$$\vec{A}^{(k+1)} = \hat{\Gamma}_{\Omega}\vec{B}^{(k)} + \vec{A}_0^{(k)} \tag{7.2}$$

O sursă cu variaţie lentă va oferi un spectru mai îngust, după părerea noastră îmbunătăţind astfel procesul iterativ. Din tehnicile de procesare digitală se alege o funcţie corespunzătoare ferestrei Blackman-Harris (-93 dB), descrisă şi în capitolul 4, şi utilizată şi în capitolul 5. Alegerea acestei funcţii este justificată de conţinutul extrem de redus de frecvenţe înalte din spectrul funcţiei. Amplitudinea primului lob lateral este cu 93 dB sub amplitudinea de curent continuu deci se permite atingerea unui anume prag final (valoarea sursei care este necesar să fie prezentă în circuit în stadiul final) cu conţinut minim de frecvenţe laterale.

$$\vec{A}_0^{(k)} = \begin{cases} \left[a_0 + a_1 \cos\left(\frac{\pi k}{k_0}\right) + a_2 \cos\left(\frac{2\pi k}{k_0}\right) + a_3 \cos\left(\frac{3\pi k}{k_0}\right) \right] \cdot \vec{A}_0; k \le k_0 \\ \vec{A}_0; k > k_0 \end{cases}$$

$$a_0 = 0.3558;\ a_1 = -0.4874;\ a_2 = 0.1442;\ a_3 = -0.0126 \tag{7.3}$$

Aşa cum se observă din (7.3) vom creşte gradat valoarea sursei depusă la intrarea structurii pentru primele k_0 iteraţii. Se va analiza pentru observarea efectului aceeaşi structură simplă din figura 6.7. S-au încercat mai multe valori pentru noul parametru introdus, k_0 pentru a estima efectul acestuia.

Rezultatul se observă în curba de variaţie a impedanţei pe parcursul procesului iterativ – figura 7.2. O comparaţie cu situaţia anterioară (figura 6.8) arată efectul: valoarea finală a impedanţei este aceeaşi dar oscilaţiile sunt mult reduse. Efectul este mai pronunţat pentru k_0 crescut (figura 7.2b) decât pentru k_0 redus, dar de asemenea se observă şi o scădere a vitezei de convergenţă la rezultat. Acest lucru este normal, o valoare mai mare pentru k_0 fiind echivalentă cu o frecvenţă mai mare de eşantionare în teoria ferestrelor ceea ce face ca lobii laterali să fie mai apropiaţi de componenta de curent continuu, deci frecvenţe ridicate cu o amplitudine mai mică. Creşterea lui k_0 peste valoarea "naturală" de obţinere a convergenţei (aproximativ 150 iteraţii în figura 6.8) duce la convergenţă cu viteză redusă.

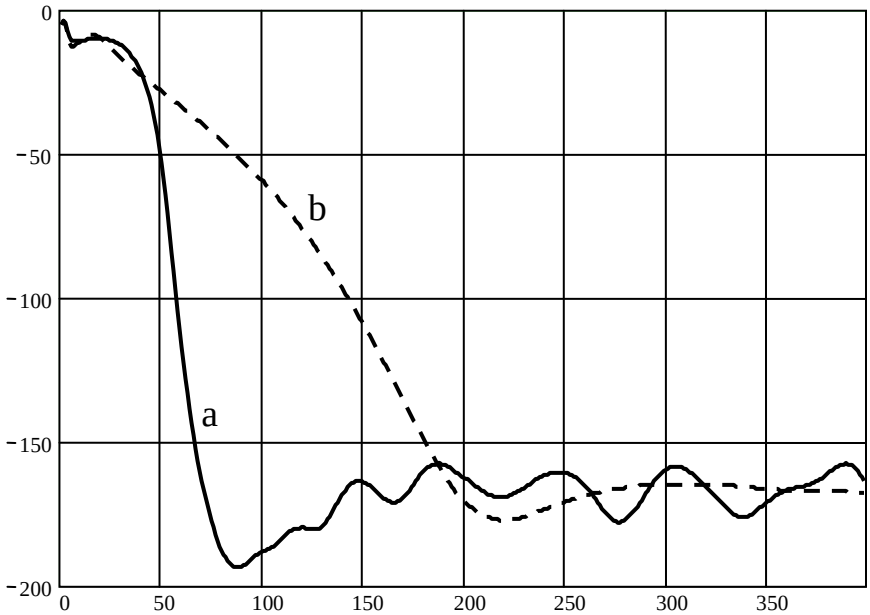


Figura 7.2. Sursă Blackman-Harris a) k_0 = 50; b) k_0 = 200

Ca şi în capitolul 6.5 vom investiga convergenţa şi prin analiza calitativă a câmpurilor obţinute în urma simulării. Acestea sunt reprezentate în figura 7.3. şi sunt in general identice ca amplitudine şi ca formă cu câmpurile obţinute anterior (figura 6.10), cu o singură excepţie notabilă şi anume curentul tangenţial J_y. Se obţin valori mai mici decât în cazul anterior (lucru mai apropiat de realitate) dar unde la analiza nealterată se obtinea doar o comportare neregulată, acum se observă o formă distinctă a curentului transversal. La o analiză mai atentă se observă forme mai "curate" (mai puţine variaţii nenaturale între câmpurile corespunzătoare pixelilor vecini) şi pentru celelalte câmpuri reprezentate.

Se constată de asemenea o concordanţă perfectă cu curenţii rezultaţi prin metoda momentelor (figurile 6.11 şi 6.14). Un avantaj al metodei iterative rezultă din faptul că se pot determina valoarea şi forma curentului transversal cu un număr mai mic de celule (pixeli) decât în cazul programului Sonnet. La o împărţire a structurii în 32x32 celule (figura 6.12) Sonnet nu detectează acest curent, şi de-abia la rezoluţia crescută la 256x256 acest curent poate fi calculat. Desigur că distribuţia curentului longitudinal în secţiune transversă ar necesita şi în cazul metodei FWCIP o împărţire mai fină a structurii, pentru a avea mai mult de doi pixeli pe lăţimea liniei.

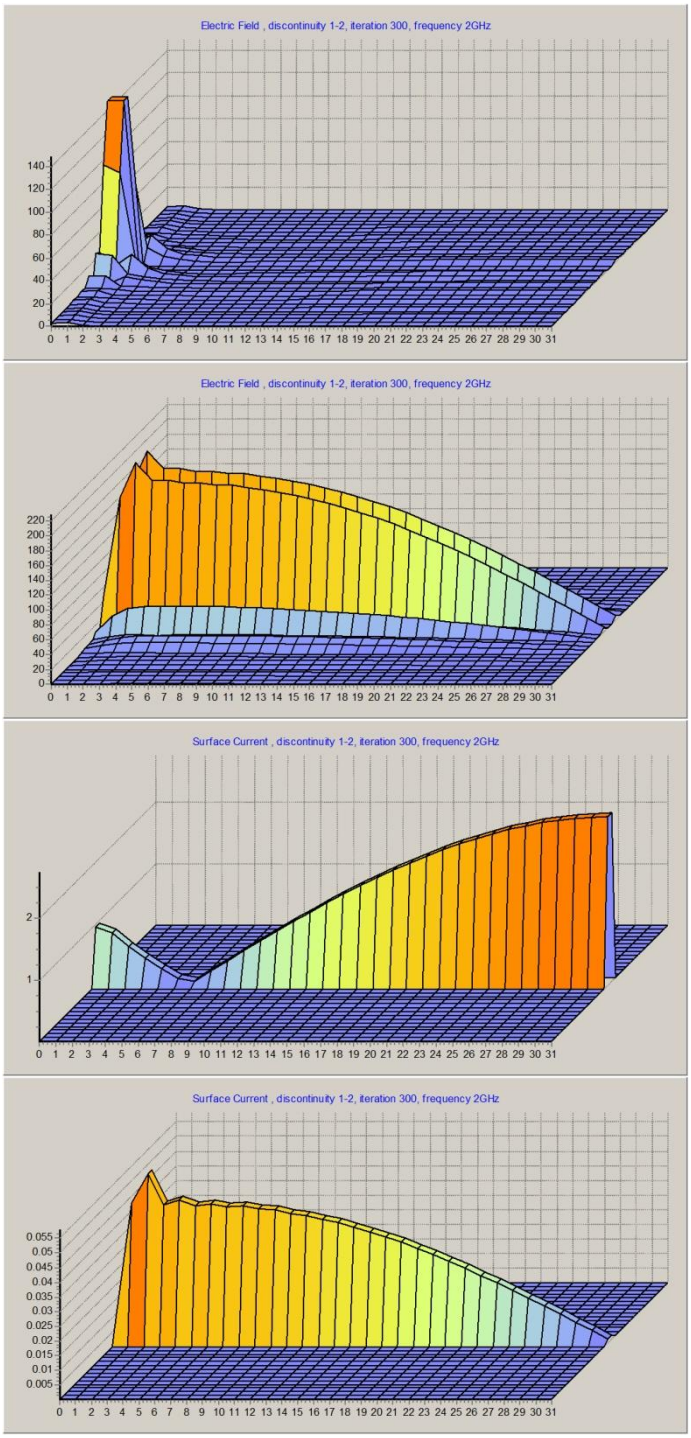


Figure 7.3. Câmpurile obținute cu sursă Blackmann-Harris: E_x, E_y, J_x, J_y

7.2.2. Modificarea reflexiei pe suprafaţă

Relaţia (7.1) arată că o a doua metodă de a influenţa procesul de convergenţă spre soluţie ar fi influenţarea comportării structurii. Din păcate structura nu poate fi modificată deoarece ar însemna obţinerea unor rezultate mai bune poate din punct de vedere numeric, fără nici o legătură însă cu realitatea fizică ce trebuie studiată.

Convingerea noastră este că instabilitatea dată de structură se datorează tranziţiilor brutale care apar între diferitele materiale prezente pe planul de separaţie. În orice circuit, la trecerea de la un material la altul, apar comportări foarte diferite a pixelilor vecini, ceea ce ar necesita ca acelaşi câmp electromagnetic, posedând o anume descompunere spectrală, să ia valori diferite total în pixeli vecini, deci aproape la aceleaşi coordonate spaţiale. Acest lucru impune, pentru o modelare corectă, utilizarea unui număr de moduri mare la descompunerea spectrală, modurile de ordin crescut şi amplitudine mare putând modela modificări brutale în valoarea câmpurilor. Această condiţie ar trebui simultan indeplinită cu o descompunere nu foarte fină a structurii din punct de vedere fizic, lucru imposibil în cazul metodei FWCIP, unde numărul de moduri şi numărul de pixeli sunt în mod necesar egale.

Se va încerca modificarea operatorului de reflexie pe suprafaţă, caracteristic materialului conform relaţiilor (6.16), (6.19), (6.23). Se va încerca realizarea unei tranziţii line între diversele materiale, măcar până când undele din sistem vor atinge valori "suficient" de corecte, după care ne vom întoarce la valorile impuse de ecuaţiile fizicii.

Se adoptă următoarele definiţii pentru operatorul de reflexie pe suprafaţă:

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(M)}(k) = \alpha(k)\cdot\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(M)} + [1-\alpha(k)]\cdot\frac{\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(M)} + \hat{\Gamma}_{\Omega}^{(D)}}{2} \tag{7.4a}$$

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(D)}(k) = \alpha(k)\cdot\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(D)} + [1-\alpha(k)]\cdot\frac{\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(M)} + \hat{\Gamma}_{\Omega}^{(D)}}{2} \tag{7.4b}$$

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(Z)}(k) = \alpha(k)\cdot\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(Z)} + [1-\alpha(k)]\cdot\frac{\hat{\Gamma}_{\Omega}^{(M)} + \hat{\Gamma}_{\Omega}^{(D)}}{2} \tag{7.4c}$$

$$\alpha(k) = \begin{cases} 0 & k = 0 \\ 1 & k > k_0 \end{cases} \tag{7.5}$$

Funcţia de tranziţie α trebuie să respecte condiţia (7.5) pentru a asigură o pornire lină a algoritmului (structura uniformă la iteraţia 0) şi readucerea structurii la comportarea normală la terminarea procesului de convergenţă (după iteraţia k_0). Mai multe funcţii au fost încercate dar

funcţiile cu comportare corectă trebuie să aibă creşteri lente în jurul valorii k_0 şi creşteri rapide după 0 spre număr de iteraţii intermediare, pentru a obţine îmbunătăţirea convergenţei şi pentru ca aceasta să fie suficient de rapidă. Se utilizează funcţia (7.6) cu diverse valori pentru n.

$$\alpha(k) = \begin{cases} 1 - \left(1 - \dfrac{k}{k_0}\right)^n & k \le k_0 \\ 1 & k > k_0 \end{cases} \tag{7.6}$$

Figura 7.4 arată efectul aplicării acestui algoritm pentru o structură identică cu cele anterioare asupra studiului de convergenţă a valorii impedanţei. Se utilizează funcţia de tranziţie (7.6) cu n = 8. Concluziile sunt similare cu cele din cazul metodei anterioare: creşterea lui k_0 scade amplitudinea oscilaţiilor cu dezavantajul scăderii vitezei de convergenţă, în timp ce parametrul n are efect contrar, creşterea lui aduce accelerarea obţinerii soluţiei, dar instabilitatea creşte.

Câmpurile obţinute sunt identice cu cele din figura 7.3. şi nu vor mai fi reprezentate din nou, dar se menţin aceleaşi observaţii relative la avantajele acestei metode de accelerare a convergenţă ca în cazul utilizării sursei Blackman-Harris.

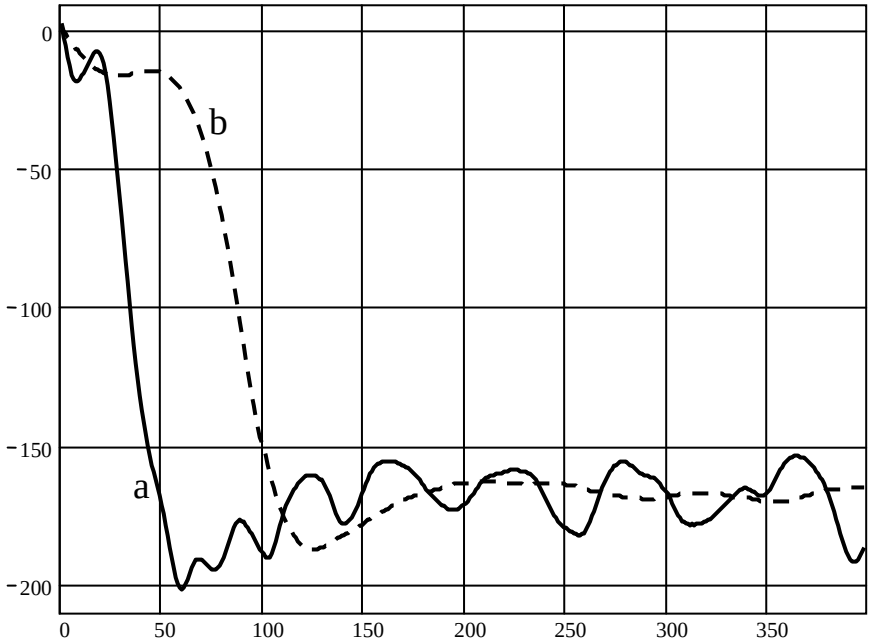


Figura 7.4. Modificarea reflexiei pe suprafaţă, n = 8 a) k_0 = 50; b) k_0 = 200

7.2.3. Comparaţii şi concluzii

Metodele prezentate se bazează pe principii în general similare şi oferă rezultate similare. Ambele oferă o îmbunătăţire semnificativă a convergenţei cu efecte benefice inclusiv asupra rezultatelor finale la nivelul câmpului calculat.

Pentru realizarea unei comparaţii între cele două metode s-au reprezentat în figura 7.5. ambele rezultate pentru k_0 = 200. Modificarea operatorului de reflexie pe suprafaţă oferă o viteză mai mare de convergenţă dar în schimb utilizarea sursei Blackman-Harris oferă oscilaţii mai mici. În plus testele au arătat că modificarea reflexiei la limita dintre domenii este mai sensibilă la alegerea parametrilor, în sensul că, pentru o anumită problemă, variaţii destul de mici ale lui n sau k_0 poate duce la modificări drastice ale curbei de convergenţă.

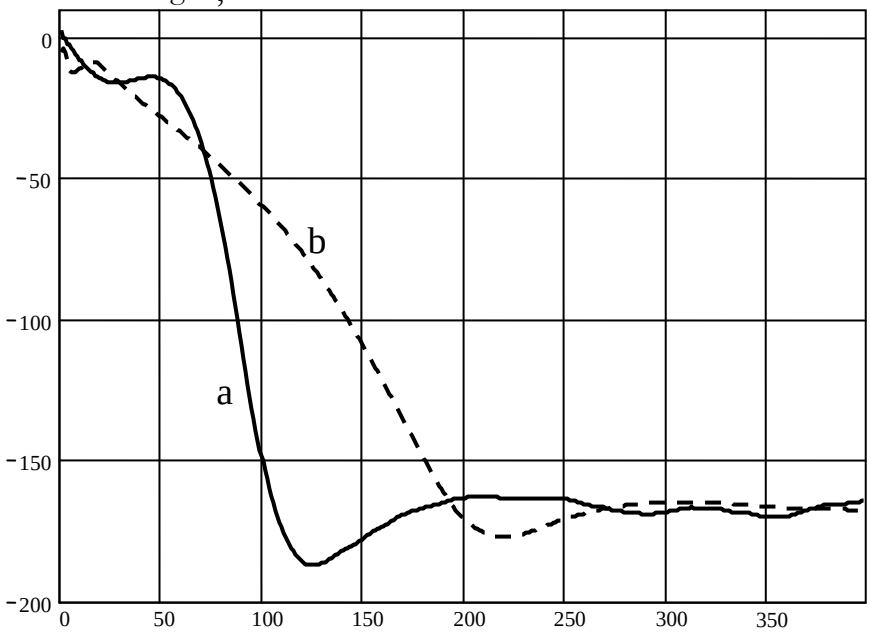


Figura 7.5. n=8, k_0 = 200
a) Reflexie pe suprafaţă modificată b) Sursă Blackman-Harris

De asemenea încercările de a combina cele două metode nu au oferit o îmbunătăţire semnificativă. La utilizarea simultană a reflexiei modificate şi a sursei Blackmann-Harris, rezultatele au fost identice cu cele de la punctul 7.2.2. Această comportare arată efectul mai puternic al modificării structurii, şi arată că problema principală este dată de compoziţia spaţială a structurii de analizat, şi mai puţin modul în care se aplică excitaţia. Se va păstra în continuare ca metodă agreată utilizarea sursei Blackman-Harris, deoarece

este mai flexibilă, depinzând într-o mai mică măsură de structura care trebuie analizată, şi de asemenea este mai generală fiind adecvată fără modificări pentru majoritatea metodelor iterative, nu numai pentru FWCIP.

O observaţie importantă este că indiferent cum alegem parametrii, în ambele metode rămân oscilaţii prezente. Aceste metode rămân accesorii importante de accelerare şi/sau asigurare a convergenţei, dar ambele posibilităţi nu elimină problema instabilităţii metodei, ci doar micşorează efectele.

7.3. Decuplare modală

Chiar dacă diferite metode pot fi aplicate pentru a îmbunătăţi convergenţa spre soluţie, anumite probleme rămân şi se pare că sunt intrinseci metodei iterative bazate pe conceptul de undă (FWCIP) deoarece sunt menţionate şi în alte lucrări [1], [5]. În FWCIP multe concepte sunt bazate pe realităţile fizice şi nu pot fi modificate (nu vom modifica relaţiile lui Maxwell pentru a obţine o convergenţă bună). Analizând relaţiile care stau la baza metodei FWCIP (6.1)-(6.6) observăm singura alegere empirică este în relaţiile de definire ale undelor (6.2) (6.3) relaţii care sunt aplicate în domeniul spaţial. S-a ales în (6.4) impedanţa egală cu impedanţa mediului corespunzător. Această alegere nu este impusă de constrângeri fizice şi în principiu ar putea fi modificată. Totuşi această abordare nu a dus la modificări esenţiale nici asupra procesului iterativ (convergenţă) nici asupra soluţiei finale (câmpuri) ceea ce era de aşteptat, deoarece diferite definiţii ale undelor (mărimi intermediare de calcul) nu vor schimba soluţia electromagnetică finală. Deci singurul parametru care poate fi impus după dorinţă nu poate fi folosit pentru a controla procesul iterativ.

Încercăm o abordare nouă, şi anume definirea undelor în domeniul modal. Vom defini undele pentru fiecare mod în parte, depinzând de amplitudinile corespunzătoare ale modurilor câmpurilor electric şi magnetic. În fiecare regiune aplică definiţiile (7.6)

$$\begin{cases} A_{mn} \equiv \dfrac{1}{2\sqrt{Z_{0mn}}}\left(V_{mn} + Z_{0mn} \cdot I_{mn}\right) \\ B_{mn} \equiv \dfrac{1}{2\sqrt{Z_{0mn}}}\left(V_{mn} - Z_{0mn} \cdot I_{mn}\right) \end{cases} \tag{7.6}$$

$$f_{mn} = \begin{bmatrix} \cos\dfrac{m\pi x}{a} \cdot \sin\dfrac{n\pi y}{b} \\ \sin\dfrac{m\pi x}{a} \cdot \cos\dfrac{n\pi y}{b} \end{bmatrix} \tag{7.7}$$

$$\vec{A} = \sum_{mn} A_{mn} f_{mn} \; ; \quad \vec{B} = \sum_{mn} B_{mn} f_{mn} \tag{7.8a}$$

$$\vec{E} = \sum_{mn} V_{mn} f_{mn} \; ; \quad \vec{J} = \sum_{mn} I_{mn} f_{mn} \tag{7.8b}$$

unde $m = \overline{1, M}\,; n = \overline{1, N}\,; M = 2^r\,; N = 2^t$ iar Z_0 devine o matrice cu o impedanţă diferită pentru fiecare mod spaţial: Z_{0mn}.

După cum se observă din relaţiile (6.14)-(6.27) operatorul de reflexie pe suprafaţă necesar pentru a aplica FWCIP este localizat pe suprafaţa de separaţie între cele două medii şi nu poate fi conceput în domeniul modal. Caracterizarea reflexiei pe suprafaţă se face strict bazându-ne pe o valoare constantă a impedanţei pentru toate modurile, deci la prima vedere definiţiile (7.6)-(7.8) nu pot fi aplicate în contextul metodei FWCIP.

Se poate totuşi implementa metoda, scopul fiind introducerea a cât mai mulţi parametri de control ai convergenţei. Pentru a demonstra posibilitatea aceasta, mai întâi vom exprima într-o formă mai simplă procesul iterativ din relaţiile (6.11),(6.12):

$$\vec{A}^{(k+1)} = \hat{\Gamma}_{\Omega} \cdot FMT^{-1}\left(\hat{\Gamma} \cdot FMT\left(\vec{A}^{(k)}\right)\right) + \vec{A}_0 \tag{7.9}$$

Operatorul de reflexie de suprafaţă ia valori diferite în funcţie de tipul de suprafaţă din pixelul corespunzător:

$$\hat{\Gamma}_{\Omega}(x,y) = H_M(x,y) \cdot \hat{\Gamma}_{\Omega}^{(M)} + H_D(x,y) \cdot \hat{\Gamma}_{\Omega}^{(D)} + H_Z(x,y) \cdot \hat{\Gamma}_{\Omega}^{(Z)} \tag{7.10}$$

unde se introduc funcţiile de localizare H:

$$H_M(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{pixel (x, y) metalic} \\ 0 & \text{in rest} \end{cases} \tag{7.11}$$

Similar se definesc funcţiile de localizare pentru dielectric şi pentru dielectricii cu pierderi.

$$H_D(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{pixel (x, y) dielectric} \\ 0 & \text{in rest} \end{cases} \tag{7.12}$$

$$H_Z(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{pixel (x, y) dielectric cu pierderi} \\ 0 & \text{in rest} \end{cases} \tag{7.13}$$

Se observă că variabilele spaţiale x şi y apar numai în funcţiile de localizare H şi nu în operatorii de reflexie pe suprafaţă caracteristici tipului de material. Vom putea introduce aceşti operatori în interiorul Transformatei

Modale Inverse Rapide (IFMT), de fapt mutând astfel reflexia pe suprafață în domeniul modal.

$$\vec{A}^{(k+1)} = H_M(x,y)\cdot \vec{A}_M^{(k)} + H_D(x,y)\cdot \vec{A}_D^{(k)} + H_Z(x,y)\cdot \vec{A}_Z^{(k)} + \vec{A}_0 \tag{7.14}$$

$$\vec{A}_M^{(k)} = \hat{\Gamma}_\Omega^{(M)} \cdot FMT^{-1}\left(\hat{\Gamma}\cdot FMT\left(\vec{A}^{(k)}\right)\right) \tag{7.15a}$$

$$\vec{A}_D^{(k)} = \hat{\Gamma}_\Omega^{(D)} \cdot FMT^{-1}\left(\hat{\Gamma}\cdot FMT\left(\vec{A}^{(k)}\right)\right) \tag{7.15b}$$

$$\vec{A}_Z^{(k)} = \hat{\Gamma}_\Omega^{(Z)} \cdot FMT^{-1}\left(\hat{\Gamma}\cdot FMT\left(\vec{A}^{(k)}\right)\right) \tag{7.15c}$$

Fiecare soluție particulară (7.15a)-(7.15c) este găsită în ipoteza că planul de discontinuitate este omogen: în întregime metalic (7.15a) sau în întregime dielectric ideal (7.15b) sau în întregime dielectric cu pierderi (7.15c) iar apoi soluția corectă (7.14) se găsește localizând soluțiile particulare în funcție de materialul prezent pe un anumit pixel, alegând valoarea corespunzătoare pixelului curent

Vom elabora calculele, ca un exemplu pentru cazul suprafeței omogene cu dielectric ideal. Se aplică prima relație din condiția (6.17):

$$\vec{J}_1 + \vec{J}_2 = 0 \tag{7.16}$$

$$\sum_{mn} \frac{1}{\sqrt{Z_{0mn}^1}}\left(A_{mn}^1 - B_{mn}^1\right)\cdot f_{mn} + \sum_{mn} \frac{1}{\sqrt{Z_{0mn}^2}}\left(A_{mn}^2 - B_{mn}^2\right)\cdot f_{mn} = 0 \tag{7.17}$$

Dar f_{mn} sunt funcții ale bazei deci sunt liniar independente şi cum relația (7.17) se aplică pe întreg domeniul de definiție al funcțiilor (ne găsim în cazul în care la nivelul suprafeței de separație între cele două medii avem numai dielectric ideal) deci (7.17) va deveni:

$$\frac{1}{\sqrt{Z_{0mn}^1}}\left(A_{mn}^1 - B_{mn}^1\right) + \frac{1}{\sqrt{Z_{0mn}^2}}\left(A_{mn}^2 - B_{mn}^2\right) = 0 \tag{7.18}$$

Similar, a două relație din condiția (6.17): $\vec{E}_1 = \vec{E}_2 \neq 0$ devine (7.19):

$$\sqrt{Z_{0mn}^1}\left(A_{mn}^1 - B_{mn}^1\right) = \sqrt{Z_{0mn}^2}\left(A_{mn}^2 - B_{mn}^2\right) \tag{7.19}$$

Din relațiile (7.18)-(7.19)obținem o relație similară cu (6.18) dar aplicată în domeniul modal, utilizând amplitudinile fiecărui mod in parte pentru undele directă şi reflectată.

$$\begin{bmatrix} A_{mn}^1 \\ A_{mn}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1-N_{mn}^2}{1+N_{mn}^2} & \dfrac{2N_{mn}}{1+N_{mn}^2} \\ \dfrac{2N_{mn}}{1+N_{mn}^2} & -\dfrac{1-N_{mn}^2}{1+N_{mn}^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} B_{mn}^1 \\ B_{mn}^2 \end{bmatrix} \tag{7.20}$$

unde N_{mn} este raportul constant corespunzător modului cu indicii m şi n:

$$N_{mn} \equiv \sqrt{\frac{Z_{0mn}^{1}}{Z_{0mn}^{2}}} \tag{7.21}$$

Vom obține operatorul modal echivalent cu reflexia pe suprafață pe un plan de discontinuitate omogen conținând numai dielectric ideal:

$$\hat{\Gamma}_{mn}^{(D)} = \begin{bmatrix} \frac{1-N_{mn}^{2}}{1+N_{mn}^{2}} & \frac{2N_{mn}}{1+N_{mn}^{2}} \\ \frac{2N_{mn}}{1+N_{mn}^{2}} & -\frac{1-N_{mn}^{2}}{1+N_{mn}^{2}} \end{bmatrix} \tag{7.22}$$

$$\vec{A}_{D}^{(k)} = FMT^{-1}\left(\hat{\Gamma}_{mn}^{(D)} \cdot \hat{\Gamma} \cdot FMT\left(\vec{A}^{(k)}\right)\right) \tag{7.23}$$

Similar se obține:

$$\hat{\Gamma}_{mn}^{(M)} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{7.24}$$

$$\vec{A}_{M}^{(k)} = FMT^{-1}\left(\hat{\Gamma}_{mn}^{(M)} \cdot \hat{\Gamma} \cdot FMT\left(\vec{A}^{(k)}\right)\right) \tag{7.25}$$

$$\hat{\Gamma}_{mn}^{(Z)} = \begin{bmatrix} \frac{-1-n_1+n_2}{1+n_1+n_2} & \frac{2n}{1+n_1+n_2} \\ \frac{2n}{1+n_1+n_2} & \frac{-1+n_1-n_2}{1+n_1+n_2} \end{bmatrix} \tag{7.26}$$

$$\vec{A}_{Z}^{(k)} = FMT^{-1}\left(\hat{\Gamma}_{mn}^{(Z)} \cdot \hat{\Gamma} \cdot FMT\left(\vec{A}^{(k)}\right)\right) \tag{7.27}$$

Cu notațiile:

$$n_1 \equiv \frac{Z_S}{Z_{0mn}^{1}}; n_2 \equiv \frac{Z_S}{Z_{0mn}^{2}}; n \equiv \frac{Z_S}{\sqrt{Z_{0mn}^{1} \cdot Z_{0mn}^{2}}} \tag{7.28}$$

Desigur că operatorul de reflexie modală (6.29) se modifică, pentru a ține cont de faptul că avem valori diferite de impedanță pentru fiecare mod:

$$\Gamma_{mn,i}^{TE} = \frac{1-Z_{0mn}^{i} \cdot Y_{mn,i}^{TE}}{1+Z_{0mn}^{i} \cdot Y_{mn,i}^{TE}}; \quad \Gamma_{mn,i}^{TM} = \frac{1-Z_{0mn}^{i} \cdot Y_{mn,i}^{TM}}{1+Z_{0mn}^{i} \cdot Y_{mn,i}^{TM}} \tag{7.29}$$

Această metodă permite existența a 2×M×N parametri care vor putea fi fixați după dorință, astfel ca avem posibilitatea alegerii lor după criterii care urmează a fi investigate.

Dezavantajele soluției constau în faptul că este necesară calcularea şi memorarea rezultatelor reflexiei pe cel puțin trei suprafețe virtuale (metalic, dielectric ideal, dielectric cu pierderi), mai multe chiar dacă circuitul posedă suprafețe cu dielectrici cu pierderi caracterizate de de impedanțe de pierderi diferite: pentru fiecare valoare diferită a impedanței se calculează şi se memorează o soluție diferită. Timpul de calcul nu creşte în mod sesizabil,

însă memoria necesară este de cel puţin trei ori mai mare, lucru care însă nu mai constituie o problemă în calculatoarele moderne.

Validitatea şi corectitudinea acestei metode se poate demonstra realizând pe structura de algoritm amintită cazul clasic, $Z_{0mn}^{i} = Z_{0i}$. Acest test a fost realizat şi se obţin strict aceleaşi rezultate.

7.4. Efect de capăt

Pentru aplicarea decuplării modale trebuie determinată o strategie corectă pentru definirea impedanţelor spaţiale ale modurilor Z_{0mn}. Figurile 6.8 -6.10 arată existenţa unei instabilităţi pe care o bănuim legată de distribuţia câmpurilor electromagnetice. Acest lucru întăreşte afirmaţia făcută anterior, că diversele metode din capitolul 7.2. de îmbunătăţire a convergenţei pot cel mult micşora efectele unei instabilităţi proprii metodei, având cel mult utilitatea unui accesoriu şi nu o rezolvare propriu-zisă.

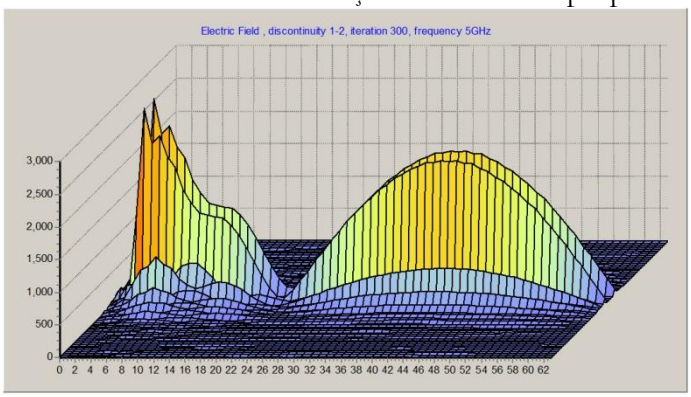


Figura 7.6. Câmpul electric transversal (E_y).

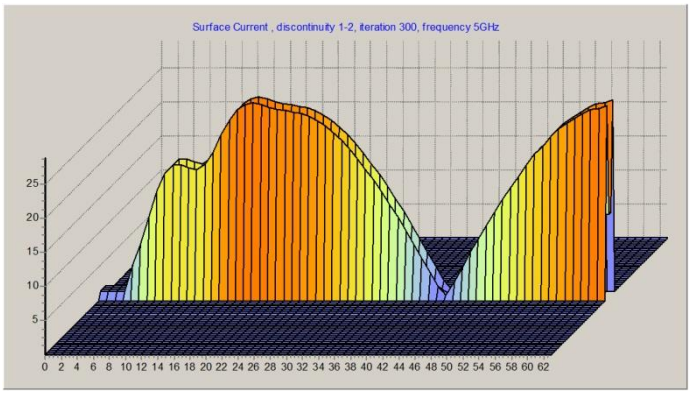


Figura 7.7. Curentul de suprafaţă longitudinal (J_x)

Este cazul să explicăm afirmația anterioară că problemele sunt generate de câmpurile specifice din circuitele planare. Vom analiza distribuțiile de câmp obținute prin metoda FWCIP originală [6],[7],[1]. Pentru a nu complica rezultatele cu fenomene complexe, vom considera aceeași linie microstrip din figura 6.7, plasată la mijlocul cutiei metalice, în lungul axei x. Frecvența de lucru este fixată la 5 GHz, iar structura este împărțită în 64x64 pixeli, linia având deci 4 pixeli lățime. Linia având numai 4 pixeli lățime, ne așteptăm să avem preponderent curent longitudinal și câmp electric transversal în jurul liniei. Deși metoda originală e afectată de anumite erori, totuși reușește să ofere o formă suficient de corectă a distribuțiilor de câmp așa cum se poate observa din figurile 7.6 (câmpul electric transversal E_y) 7.7. (curentul longitudinal J_x). În figura 7.8. este prezentat rezultatul analizei aceleiași structuri în Sonnet, cu metoda momentelor, observându-se o bună concordanță cu rezultatele obținute prin FWCIP. Așa cum se vede în figurile 7.6-7.7 numai E_y și J_x au valori considerabile, ca și în figura 6.10 E_x și J_y având valori foarte mici si formă "zgomotoasă", datorate în primul rând sursei, care generează un câmp electric longitudinal la intrarea liniei, și datorită problemelor de convergență amintite anterior.

Figurile 7.7 și 7.8 arată două fenomene interesante. Mai întâi, E_y și J_x par să fie conectate și în antifază, ceea ce este normal ținând cont de distribuția normală de câmpuri pentru linia microstrip [8], [9]. Acest lucru va fi investigat în detaliu mai târziu. Un al doilea fenomen, mai important, arată că E_y și J_x și ca urmare și undele A_x, A_y, B_x, B_y (deoarece E_x și J_y au valori mici și pot fi neglijate) suferă niște discontinuități majore la trecerea prin discontinuitățile metal-dielectric (pe planul de separare între cele două medii, la capetele liniei). Aceste discontinuități de tip treaptă nu vor putea fi modelate cu precizie de o sumă de exponențiale complexe (ca în transformata Fourier sau în teoria modurilor TE/TM). Așa cum a fost amintit și în capitolul 5 și în [10] o funcție de tip treaptă va avea un spectru infinit, deci un număr infinit de funcții/moduri este necesar pentru modelarea exactă.

Părerea noastră este că acest fenomen generează instabilitatea metodei iterative, și rezolvarea nu este de loc evidentă, deoarece, spre deosebire de alte metode nu putem mări numărul de moduri păstrând constant numărul de celule elementare. În metoda FWCIP numărul de moduri este egal cu numărul de pixeli în care se divide structura, astfel încât creșterea rezoluției nu duce la un raport (număr moduri/distanță) crescut, deci modelarea tranzițiilor brutală la capătul liniilor nu poate fi îmbunătățită.

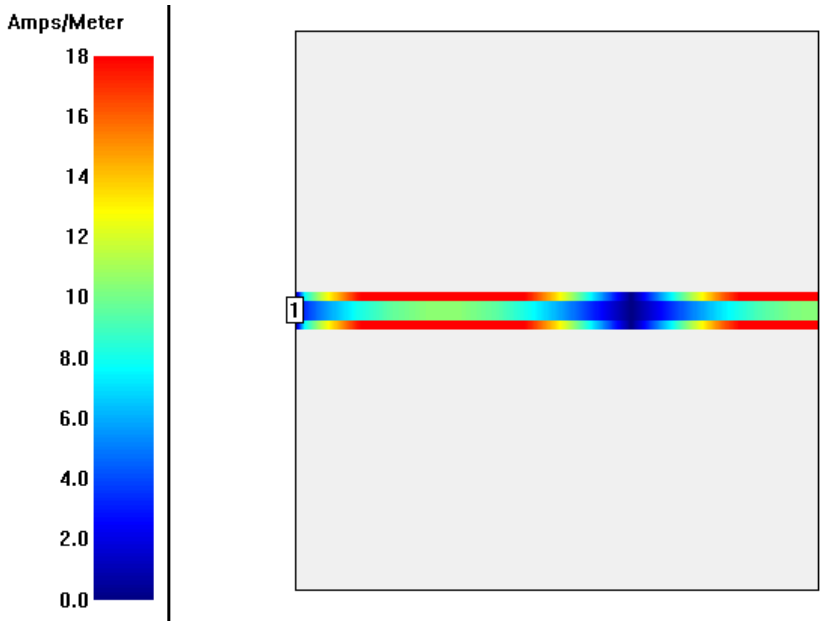


Figura 7.8. Curentul de suprafaţă longitudinal (J x) - Sonnet

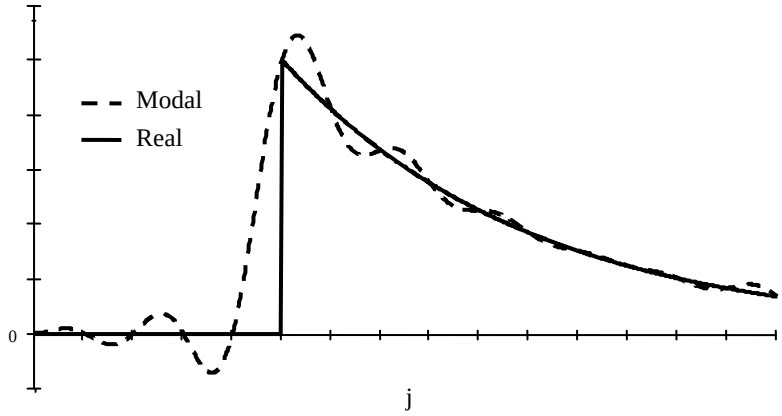


Figura 7.9. Descompunere modală a funcţiilor treaptă

Figura 7.9 arată efectul utilizării unui număr finit de moduri (16 în acest caz) pentru o variaţie tipică a curentului, incluzând efectul de capăt: funcţie treaptă la trecerea dielectric-metal. Utilizarea mai multor moduri vor permite o reproducere mai bună, dar o eroare va fi întotdeauna prezentă. O funcţie treaptă are un spectru infinit si deci nu poate fi aproximată corespunzător cu un număr finit de moduri. Alte abordări încearcă investigarea [11], [12], [13], [14] şi rezolvarea acestei probleme, utilizând alte funcţii pentru bazele în care se descompun câmpurile, de tip wavelet în locul funcţiilor sinus/cosinus din teoria modală [2], [15], [16], [17].

Metoda iterativă se bazează pe o anulare forţată a câmpului electric tangenţial pe metal şi a curentului tangenţial pe dielectric la fiecare iteraţie, astfel putând fi descris efectul operatorului de reflexie pe suprafaţă (6.14)-(6.27). Aşa cum se observă din figura 7.9, descompunerea modală nu va permite această anulare perfectă, aşa că în momentul în care o soluţie aproximativă este atinsă, apar "oscilaţiile" datorate încercării metodei de a obţine anularea totală a mărimilor corespunzătoare. Această anulare nu va putea fi niciodată atinsă, astfel că nici convergenţa (lipsa variaţiilor pe mai multe iteraţii) nu va putea fi atinsă. Spre deosebire de metoda iterativă, metoda momentelor adoptă o abordare spre eroare minimă în sensul celor mai mici pătrate, fără a impune anularea pe întreg domeniul spaţial corespunzător, ci numai pe anumite puncte. Această abordare este mai robustă din punct de vedere matematic, în timp ce abordarea metodei iterative este mai corectă din punct de vedere fizic, astfel că o continuare a investigaţiilor ar putea fi benefice. Discontinuităţile de tip treaptă ale funcţiilor implicate sunt inevitabile, dar vom încerca în continuare redefinirea undelor în scopul micşorării acestor efecte.

7.4.1. Abordare analitică

Vom considera o interfaţă dielectric-metal în lungul axei Ox ca în figura 7.10. Se consideră o folie metalică care ocupă semiplanul x>0 din planul xOy. Înălţimea foliei va fi considerată a fi 0 (dz→0) pentru cazul circuitului planar ideal, iar lăţimea suprafeţei de metal analizată va fi redusă spre 0 (dy→0) pentru investigarea efectului de capăt (distribuţia câmpurilor în jurul axei Ox).

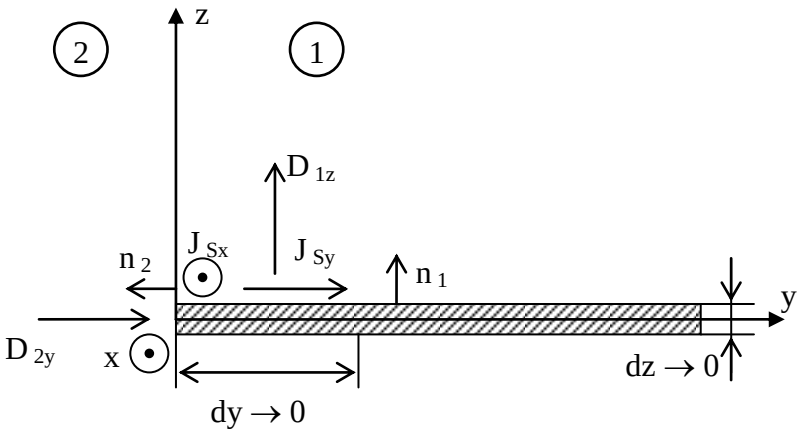


Figura 7.10. Efect de capăt în lungul axei Ox

Descrierea câmpurilor la interfaţa metal dielectric se va face cu ecuaţiile lui Maxwell şi cu condiţiile la limită pentru acest tip de tranziţie (1.21)

$$\vec{n} \cdot \vec{D} = \rho_S \tag{7.30a}$$

$$\vec{n} \cdot \vec{B} = 0 \tag{7.30b}$$

$$\vec{n} \times \vec{E} = 0 \tag{7.30c}$$

$$\vec{n} \times \vec{H} = \vec{J}_S \tag{7.30d}$$

Se aplică (7.30) pentru cele două interfeţe metal dielectric, identificate în figura 7.10 prin cei doi vectori normali n_1 şi n_2.

$$D_{1z} = \rho_{S1} \tag{7.31a}$$

$$H_{1z} = 0 \tag{7.31b}$$

$$E_{1x} = E_{1y} = 0 \tag{7.31c}$$

$$H_{1y} = -J_{S1x} \tag{7.31d}$$

$$H_{1x} = J_{S1y} \tag{7.31e}$$

Ne interesează efectul de capăt aşa că vom aplica (7.31) în apropierea interfeţei metal-dielectric (dy→0) aşa încât curentul de suprafaţă normal (J_{Sy}) devine 0, densitatea de curent de suprafaţă transformându-se într-o distribuţie liniară de curent, şi corespunzător, distribuţia superficială a sarcinii devine o distribuţie liniară, în lungul axei: ρ_x.

$$\rho_{S1} = \rho_x \cdot \delta(y) \tag{7.32}$$

$$J_{S1} = J_{Lx} \cdot \delta(y) \tag{7.33}$$

Pentru x ≅ 0; x > 0, (7.31) se transformă în (7.34):

$$E_{1x} = E_{1y} = H_{1z} = H_{1x} = 0 \tag{7.34a}$$

$$D_{1z} = \rho_x \cdot \delta(y) \tag{7.34b}$$

$$H_{1y} = -J_{S1x} \tag{7.34c}$$

Pentru a doua interfaţă, în mod similar vom obţine pentru x ≅ 0; x < 0:

$$E_{2x} = E_{2z} = H_{2z} = H_{2y} = 0 \tag{7.35a}$$

$$D_{2y} = -\rho_x \cdot \delta(z) \tag{7.35b}$$

$$H_{2z} = -J_{S2x} \tag{7.35c}$$

Scopul analizei este determinarea schimbărilor care apar la nivelul câmpurilor din planul xOy în prezenţa discontinuităţii metal-dielectric. Ecuaţiile (7.34a) şi (7.35a) arată anularea aşteptată a anumitor componente,

în timp ce (7.34c) şi (7.35b) vor oferi legătura căutată între cele două semiplane.

Trebuie să găsim legătura între densitatea liniară de curent J_{Lx} şi densitatea liniară de sarcină ρ_x. Pentru aceasta vom considera volumul elementar din figura 7.11. situat la interfaţa dintre metal şi dielectric.

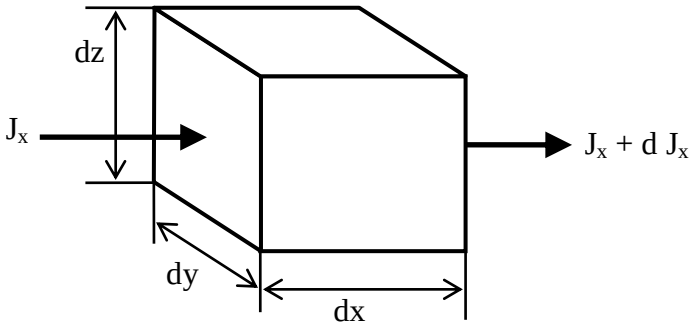


Figura 7.11. Conservarea sarcinii în volumul elementar.

$$dq = d\rho_x \cdot dx \tag{7.36}$$

$$dq = q_{in} - q_{out} = dt \cdot \left(I_{in} - I_{out}\right) = dt \cdot \left(J_{in} \cdot dS - J_{out} \cdot dS\right) \tag{7.37}$$

Curentul electric poate fi exprimat în funcţie de densitatea de curent, în acest caz densitatea fiind liniară:

$$J = \frac{J_{Lx}}{dS} \tag{7.38}$$

$$dq = dt \cdot \left(J_{Lxin} - J_{Lxout}\right) = dt \cdot \left(J_{Lx} - J_{Lx} - dJ_{Lx}\right) \tag{7.39}$$

$$d\rho_x \cdot dx = -dt \cdot dJ_{Lx} \tag{7.40}$$

Înlocuind (7.34c) şi (7.35b) în (7.40) obţinem:

$$-dD_{2y} \cdot dx = dH_{1y} \cdot dt \tag{7.41}$$

$$-\frac{\partial D_{2y}}{\partial t} = \frac{\partial H_{1y}}{\partial x} \tag{7.42}$$

Un calcul similar se poate face cu ecuaţiile (7.34b) şi (7.35c) pentru a identifica legătura între câmpurile existente de fiecare parte a interfeţei metal-dielectric:

$$\frac{\partial H_{1y}}{\partial x} = -j\omega\varepsilon \cdot E_{2y} \tag{7.43a}$$

$$\frac{\partial H_{1z}}{\partial x} = j\omega\varepsilon \cdot E_{2z} \tag{7.43b}$$

FWCIP utilizează densitatea de curent în locul câmpul magnetic deci utilizând (6.1) putem afla legătura între densitatea longitudinală de curent pe metal şi câmpul electric transversal pe dielectric pentru doi pixeli aflaţi de o parte şi de alta a unei interfeţe metal-dielectric orientată după direcţia Ox.

$$\frac{\partial J_x}{\partial x} = -j\omega\varepsilon \cdot E_y \tag{7.44}$$

Similar, pentru o interfaţă metal-dielectric orientată după direcţia Oy obţinem:

$$\frac{\partial H_{1x}}{\partial y} = j\omega\varepsilon \cdot E_{2x} \tag{7.45a}$$

$$\frac{\partial H_{1z}}{\partial y} = -j\omega\varepsilon \cdot E_{2z} \tag{7.45b}$$

Deci aceeaşi legătură pentru interfaţa orientată după Oy avem:

$$\frac{\partial J_y}{\partial y} = -j\omega\varepsilon \cdot E_x \tag{7.46}$$

Aceste relaţii sunt în bună concordanţă cu situaţia prezentată în figurile 7.6, 7.7, ceea ce demonstrează corectitudinea relaţiilor din acest subcapitol.

7.4.2. Redefinirea undelor

Din (7.44) şi (7.46) se poate observa că există o definire a undelor care for permite o tranziţie lină, cu derivată continuă a funcţiilor corespunzătoare la tranziţiile între materiale pe suprafaţa de separaţie. Chiar dacă şi curentul longitudinal şi câmpul electric transversal au variaţii brusce, metoda FWCIP face toate calculele utilizând undele, de-abia după încheierea procesului se extrag valorile câmpului şi curentului pentru interpretare. Deci dacă funcţiile corespunzătoare undelor sunt continue şi derivabile, procesul de calcul ar trebui să fie mult îmbunătăţit.

O definiţie corespunzătoare ar fi:

$$\vec{A} \equiv \vec{E} - \frac{1}{j\omega\varepsilon} \cdot [R] \cdot \nabla \vec{J} \tag{7.47}$$

$$\vec{B} \equiv \vec{E} + \frac{1}{j\omega\varepsilon} \cdot [R] \cdot \nabla \vec{J} \tag{7.48}$$

$$[R] = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{7.49}$$

unde [R] este un operator de rotaţie (7.49) care interschimbă componentele x şi y ale unui vector.

Definiţiile (7.47) şi (7.48) permit obţinerea câmpului electric cu o relaţie similară cu (6.50), în schimb curentul de suprafaţă poate fi obţinut doar prin integrarea operatorului divergenţă. Cum am arătat în capitolul 7.3 vom încerca să definim undele în domeniul modal.

Anumite probleme apar şi trebuie rezolvate. Mai întâi, în (6.32) şi (7.7) se observă avem diferite funcţii pentru bazele corespunzătoare direcţiilor x şi y. În toate relaţiile şi metodele definite anterior x şi y au fost direcţii independente şi puteau fi tratate separat, singura conexiune fiind realizată prin matricea de separare $\tilde{K}$ (6.45)-(6.46), dar după descompunerea modală Definiţiile (7.47) şi (7.48) se bazează pe o combinare între componentele x şi y, prin intermediul operatorului de rotaţie [R], deci va trebui să găsim o modalitate de a realiza acest lucru înaintea descompunerii modale.

Pentru a realiza această condiţie, vom separa definiţia (7.7) pe cele două direcţii, deci pentru cutia cu pereţi electrici vom defini:

$$f_{mn} = \cos\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b};\quad \text{directia x} \tag{7.50a}$$

$$g_{mn} = \sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\cos\frac{n\pi y}{b};\quad \text{directia y} \tag{7.50b}$$

Ecuaţia (7.8b) devine:

$$E_x = \sum_{mn} V_{mn}^{x}\langle f_{mn}|;\quad J_x = \sum_{mn} I_{mn}^{x}\langle f_{mn}| \tag{7.51a}$$

$$E_y = \sum_{mn} V_{mn}^{y}\langle g_{mn}|;\quad J_y = \sum_{mn} I_{mn}^{y}\langle g_{mn}| \tag{7.51b}$$

Componentele x şi y ale lui $\nabla\vec{J}$ au o descompunere de suprafaţă armonică după o bază cu funcţiile $h_{mn} = \sin\frac{m\pi x}{a}\cdot\sin\frac{n\pi y}{b}$ şi nu pot fi adunate cu E_x şi E_y cu menţinerea posibilităţii descompunerii modale după funcţiile bazei (7.50). Pentru a păstra definiţia clasică a descompunerii modale TE/TM, vom defini undele în domeniul modal după relaţiile (7.52):

$$A_x = E_x + \hat{Z}_0^x\cdot\sum_{mn}\langle J_y, g_{mn}\rangle\cdot\langle f_{mn}| \tag{7.52a}$$

$$A_y = E_y + \hat{Z}_0^y\cdot\sum_{mn}\langle J_x, f_{mn}\rangle\cdot\langle g_{mn}| \tag{7.52b}$$

În fapt relaţiile (7.52) realizează undele utilizând amplitudinile modale ale curenţilor, înmulţite însă cu alte funcţii de bază.

$$A_x = E_x + \hat{Z}_0^x \cdot TCosSin^{-1}\left[TSinCos\left(J_y\right)\right] \tag{7.53a}$$

$$A_y = E_y + \hat{Z}_0^y \cdot TSinCos^{-1}\left[TCosSin\left(J_x\right)\right] \tag{7.53b}$$

În (7.53) se defineşte o funcţie intermediară fără semnificaţie fizică. Curentul de suprafaţă este înlocuit pe o combinaţie între amplitudinile modale reale şi o bază modală rotită. Ecuaţiile (7.53) nu aplică exact (7.44) şi (7.46) dar vom încerca o alegere judicioasă a coeficienţilor (matricea impedanţă introdusă în capitolul 7.3) în scopul apropierii cât mai puternice de definiţiile (7.47)-(7.48).

7.5. Alegerea impedanţelor modale

Aşa cum s-a arătat, nu vom putea obţine respectarea exactă a condiţiei ideale, dar alegând judicios Z_{mn}^i în (7.17), (7.21), (7.28) vom încerca să micşorăm la maxim salturile de tip treaptă la trecerea undelor prin interfaţa dielectric-metal. Situaţia e cea din figura 7.12.

Interfaţa poate fi oricare i, pe interfaţă se aplică (7.46).

$$E_x = \sum V_{mn} \cos\frac{m\pi x}{a} \cdot \sin\frac{n\pi y}{b} \tag{7.54}$$

$$J_y = \sum I_{mn} \sin\frac{m\pi x}{a} \cdot \cos\frac{n\pi y}{b} \tag{7.55}$$

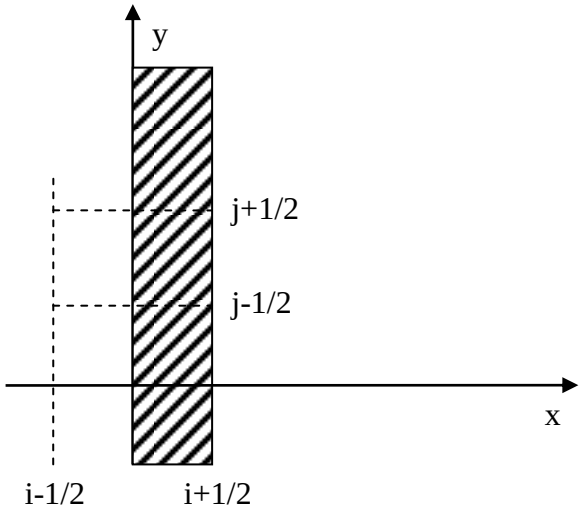


Figura 7.12 Interfaţă metal-dielectric discretizată

Aplicăm (7.52a) şi obţinem:

$$A_x = \sum \left(V_{mn} + Z_{mn}^x I_{mn} \right) \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{7.56}$$

Aplicăm (7.46) pentru $x = \frac{i}{M} a$ (unde avem interfața):

$$\sum V_{mn} \cos \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} = \frac{1}{j\omega\varepsilon} \left(-\frac{n\pi}{b} \right) \sum I_{mn} \sin \frac{m\pi x}{a} \cdot \sin \frac{n\pi y}{b} \tag{7.57}$$

Vom avea relația de definiție a undei:

$$A_x(x, y) = \sum I_{mn} \sin \frac{n\pi y}{b} \left(Z_{mn}^x \cos \frac{m\pi x}{a} - \frac{n\pi}{j\omega\varepsilon b} \sin \frac{m\pi x}{a} \right) \tag{7.58}$$

Minimizarea erorii presupune:

$$\frac{\partial A_x}{\partial x} = 0 \tag{7.59}$$

Nu se va putea aplica simultan (7.58) pentru toate valorile lui x, aşa că vom alege minimizarea globală a expresiei (7.58)

$$A_x(x, y) = \sum_i \left(\sum_m I_{mn} \frac{m\pi}{a} \left(Z_{mn}^x \sin \frac{m\pi i}{a} + \frac{n\pi}{j\omega\varepsilon b} \cos \frac{m\pi i}{a} \right) \right) \tag{7.60}$$

Din aceste relații vom obține la final:

$$Z_{mn}^x = -\frac{n\pi}{j\omega\varepsilon b M} \sum_{k \neq m} \left[1 - (-1)^{m+k} \right] \frac{2 \sin \frac{m\pi}{M}}{\cos \frac{k\pi}{M} - \cos \frac{m\pi}{M}} \tag{7.61}$$

Deoarece aplicarea exactă a acestor relații duce la apariția unor instabilități în metoda iterativă, vom aplica o formă simplificată a lor, cu riscul de a introduce coeficienți de proporționalitate neadecvați în valorile obținute:

$$Z_{mn}^x = -\frac{n\pi}{j\omega\varepsilon b}, \quad Z_{mn}^y = -\frac{m\pi}{j\omega\varepsilon a} \tag{7.62}$$

Rezultatele sunt cele din figura următoare 7.13. Se observă o comportare extrem de bună procesului iterativ. Convergența se obține în aproximativ 30 de iterații şi de data aceasta fără să apară de loc oscilațiile anterioare (în condițiile în care nu s-au aplicat nici una din metodele de corecție de la punctul 7.2.). Apare un factor de proporționalitate destul de mare, care va fi eliminat.

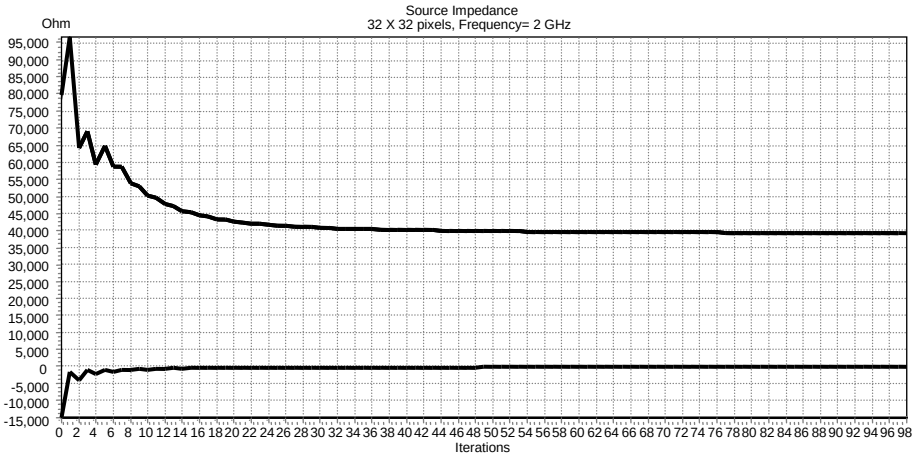


Figura 7.13. Proces de convergenţă cu noua metodă

În concluzie metoda aceasta merită investigată în continuare, potenţialul beneficiu fiind corespunzător, aşa cum se poate observa din figura 7.13. O altă cale care promite să ofere rezultate deosebite este căutarea unui model echivalent pentru un pixel [18] astfel încât să putem realiza analiza unor structuri în care suprafaţa unui pixel nu este uniformă. În acest moment, metoda presupune că la nivelul unui singur pixel există un singur tip de material, pentru care se scriu ecuaţiile de reflexie pe suprafaţă. În condiţiile în care se rezolvă problema instabilităţii numerice, devine atractivă ideea descrierii unui grup de pixeli elementari impuşi de structura fizică prin intermediul unui "pixel" echivalent, analiza făcându-se astfel pe un grilaj mai grosier, deci cu consum mai mic de memorie, şi un timp de calcul mai mic.

Rezultatele obţinute au fost publicate [19], [20], [21], [22], [23].

Bibliografie

[1] N'Gongo R.S., "Modelisation electromagnetique des circuits planaires. Application a l'influence du boitier", Teză de doctorat, ENSEEIHT Toulouse, 1999

[2] Barkeshli, K.; Volakis, J.L., "Improving the convergence rate of the conjugate gradient FFT method using subdomain basis functions", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 37, No. 7, 1989, pp. 893-900

[3] Brennan, C.; Cullen, P.; Condon, M., "A novel iterative solution of the three dimensional electric field Integral equation", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 52, No. 10, 2004, pp. 2781- 2785

[4] Drake, E.; Medina, F.; Horno, M., "An improved iterative technique for the quasi-TEM analysis of generalized planar lines", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 40, No. 4, 1992, pp. 652-658

[5] Albani, M.; Bernardi, P. "Anomalous Convergence of Iterative Methods in the Numerical Solution of Electromagnetic Problems", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 20, No. 9, 1972, pp. 630- 631

[6] Azizi M.; Aubert H.; Baudrand H., "A new iterative method for scattering problems", 1995 European Microwave Conference Proceedings, Vol.1, pp. 255-258

[7] Azizi M.; Boussouis M.; Aubert H.; Baudrand H., "A three dimensional analysis of planar discontinuities by an iterative method", Microwave and Optical Technology Letters, Vol. 13, No. 6, 1996, pp.372-376

[8] Edwards T.C., "Foundations for Microstrip Circuit Design", John Wiley & Sons Inc., 1992, ISBN 0-471-93062-8

[9] Gupta K.C.; Bahl I.; Bhartia P; Garg R., "Microstrip Lines and Slotlines" 2nd ed., Artech House, 1996, ISBN 0-89006-766-X

[10] Lyons R., "Windowing Functions Improve FFT Results, Part I", Test & Measurement World, iunie 1998, pp. 37-44

[11] Jain O.P.; Makios V.; Chudobiak W. J., "Open-End and Edge Effect in Microstrip Transmission Lines", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 20, No. 9, 1972, pp. 626- 628

[12] Mazzarella, G.; Panariello, G., "Evaluation of edge effects in slot arrays using the geometrical theory of diffraction", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 37, No. 3, 1989, pp. 392-395

[13] Zhiqin Zhao; West, J.C., "Resistive suppression of edge effects in MLFMA scattering from finite conductivity surfaces", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 53, No. 5, 2005, pp. 1848- 1852

[14] Warne, L.K., "Eddy current power dissipation at sharp corners", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 42, No. 2, 1994, pp. 283-290

[15] Baharav, Z., "Optimal grouping of basis functions", IEEE Trans. on Antennas and Propagation, Vol. 49, No. 4, 2001, pp. 567-573

[16] Pan G., "Wavelets In Electromagnetics And Device Modeling", John Wiley & Sons Inc., 2003, ISBN: ISBN 0-471-41901-X, pp. 15-188

[17] Rautio, J.C.; Harrington, R.F, "An Electromagnetic Time-Harmonic Analysis of Shielded Microstrip Circuits", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 35, No. 8, 1987, pp. 726- 730

[18] Ke-Ying Su; Kuo, J.-T., "Application of two-dimensional nonuniform fast Fourier transform (2-D NUFFT) technique to analysis of shielded microstrip circuits", IEEE Trans. on Microwave Theory and Techniques, Vol. 53, No. 3, 2005, pp. 993- 999

[19] Damian R.F., "Contribuţii la analiza circuitelor integrate pentru microunde", teză de doctorat, Universitatea Tehnică Iaşi, 2006

[20] Damian R.F.; Casian-Botez I.; Alexa D., "Convergence Improvement In Iterative Methods", Microwaves, Radar and Remote Sensing 2005, 19-21 septembrie 2005, Kiev, pp. 171-175

[21] R. Damian, I. Casian-Botez, D. Alexa; "Modified Wave Definition for the Fast Wave Concept Iterative Process"; Buletinul Institutului Politehnic din Iasi, Electrotehnica, Energetica, Electronica; Tom LI (LV), Fasc.3-4, 2005, pg. 29-38

[22] Radu Damian, Irinel Casian Botez, Daniel Matasaru; "Fast Wave Concept Iterative Process Convergence through Edge Effect Consideration"; Scientific Computing in Electrical Engineering, SCEE 2006, Sinaia, Romania, 17-22 sept 2006

[23] Radu-Florin Damian, Romeo-Cristian Ciobanu, Irinel Casian Botez; "Efficiency And Convergence Of The Wave Concept Iterative Procedure"; 23rd European Conference on Modelling and Simulation ECMS 2009, June 9th - 12th, 2009, Madrid, Spain; paper 128

Anexe

A.1. Metoda lui Galerkin

```
Option Explicit
Option Base 1
Type complex
    real As Double
    imag As Double
End Type

'definire operatii cu numere complexe
Sub Suma (c As complex, a As complex, b As complex)
   c.real = a.real + b.real
   c.imag = a.imag + b.imag
End Sub

Sub Diferenta (c As complex, a As complex, b As complex)
   c.real = a.real - b.real
   c.imag = a.imag - b.imag
End Sub

Sub Produs (c As complex, a As complex, b As complex)
   c.real = a.real * b.real - a.imag * b.imag
   c.imag = a.real * b.imag + a.imag * b.real
End Sub

Sub Impartire (c As complex, a As complex, b As complex)
Dim r, den As Double
If Abs(b.real) > Abs(b.imag) Then
  r = b.imag / b.real
  den = b.real + r * b.imag
  c.real = (a.real + r * a.imag) / den
  c.imag = (a.imag - r * a.real) / den
Else
  r = b.real / b.imag
  den = r * b.real + b.imag
  c.real = (r * a.real + a.imag) / den
  c.imag = (r * a.imag - a.real) / den
End If
End Sub

Function Modul (a As complex) As Double
Dim x, y, temp As Double
   x = Abs(a.real)
   y = Abs(a.imag)
   If x = 0 Then
      Modul = y
   ElseIf y = 0 Then
      Modul = x
   ElseIf x > y Then
      temp = y / x
      Modul = x * Sqr(1# + temp ^ 2)
   Else
      temp = x / y
      Modul = y * Sqr(1# + temp ^ 2)
```

```
    End If
End Function

'rezolvare LU
Sub LU_descomp (a() As complex, n As Integer, indx() As Integer)
Dim i, j, k As Integer
Dim vv() As Double
Dim big, temp, dum As Double
Dim sum As complex
Dim temp_c As complex
Dim imax As Integer
ReDim vv(n) As Double
For i = 1 To n
    big = 0#
    For j = 1 To n
        temp = Modul(a(i, j))
        If temp > big Then
            big = temp
        End If
    Next j
    If big = 0# Then
        MsgBox "Erreur! Matrice nesingulaire!", 0 + 16, "Matrice S"
        Return
    End If
    vv(i) = 1# / big
Next i
For j = 1 To n
    For i = 1 To j - 1
        sum = a(i, j)
        For k = 1 To i - 1
            Call Produs(temp_c, a(i, k), a(k, j))
            Call Diferenta(sum, sum, temp_c)
        Next k
        a(i, j) = sum
    Next i
    big = 0#
    For i = j To n
        sum = a(i, j)
        For k = 1 To j - 1
            Call Produs(temp_c, a(i, k), a(k, j))
            Call Diferenta(sum, sum, temp_c)
        Next k
        a(i, j) = sum
        temp = Modul(sum) * vv(i)
        If temp > big Then
            big = temp
            imax = i
        End If
    Next i
    If j <> imax Then
    For k = 1 To n
        temp_c = a(imax, k)
        a(imax, k) = a(j, k)
        a(j, k) = temp_c
    Next k
    vv(imax) = vv(j)
    End If
    indx(j) = imax
    If j <> n Then
        sum = a(j, j)
        For i = j + 1 To n
```

```
        temp_c = a(i, j)
        Call Impartire(a(i, j), temp_c, sum)
      Next i
    End If
Next j
End Sub

Sub LU_rezolv (a() As complex, n As Integer, indx() As Integer, b() As complex)
Dim i, j, ip As Integer
Dim temp_c As complex
Dim sum As complex
For i = 1 To n
    ip = indx(i)
    sum = b(ip)
    b(ip) = b(i)
    For j = 1 To i - 1
        Call Produs(temp_c, a(i, j), b(j))
        Call Diferenta(sum, sum, temp_c)
    Next j
    b(i) = sum
Next i
For i = n To 1 Step -1
    sum = b(i)
    For j = i + 1 To n
        Call Produs(temp_c, a(i, j), b(j))
        Call Diferenta(sum, sum, temp_c)
    Next j
    Call Impartire(b(i), sum, a(i, i))
Next i
End Sub

Sub Realizeaza_Y (ypar_te() As complex, yimp_te() As complex, ypar_tm() As complex, yimp_tm() As complex, n
As Integer, m As Integer, mode As Integer)
Dim i, j, k As Integer
Dim sum1_te As complex
Dim sum1_tm As complex
Dim sum2_te As complex
Dim sum2_tm As complex
Dim Ymk_te, Ymk_tm As Double
Dim temp_d As Double
Dim temp_c As complex
Dim temp_c1 As complex
Dim temp_c2 As complex

   For i = 0 To n
      For j = i To n
         sum1_te.real = 0#
         sum1_te.imag = 0#
         sum2_te = sum1_te
         sum2_tm = sum1_te
         sum1_tm = sum1_te
         For k = 2 To m
            temp_d = (betx + 2 * (k - 1) * PI / a) ^ 2 + bety ^ 2 - omeg ^ 2 * niu0 * niur * eps0 * epsr
            Call Prod_sc(i, k - 1, mode)
            temp_c1 = p_te
            temp_c2 = p_tm
            If i <> j Then
               Call Prod_sc(j, k - 1, mode)
            End If
            p_te.imag = -p_te.imag
            p_tm.imag = -p_tm.imag
```

```
            Call Produs(temp_c, temp_c1, p_te) 'temp_c ptr TE
            Call Produs(temp_c1, temp_c2, p_tm) 'temp_c1 ptr TM
            If temp_d > 0 Then
              If mode <> TM Then
                Ymk_te = -Sqr(temp_d) / omeg / niu0 / niur
                sum2_te.real = sum2_te.real - temp_c.imag * Ymk_te
                sum2_te.imag = sum2_te.imag + temp_c.real * Ymk_te
              End If
              If mode <> TE Then
                Ymk_tm = omeg * eps0 * epsr / Sqr(temp_d)
                sum2_tm.real = sum2_tm.real - temp_c1.imag * Ymk_tm
                sum2_tm.imag = sum2_tm.imag + temp_c1.real * Ymk_tm
              End If
            Else
              If mode <> TM Then
                Ymk_te = Sqr(-temp_d) / omeg / niu0 / niur
                sum1_te.real = sum1_te.real + temp_c.real * Ymk_te
                sum1_te.imag = sum1_te.imag + temp_c.imag * Ymk_te
              End If
              If mode <> TE Then
                Ymk_tm = omeg * eps0 * epsr / Sqr(-temp_d)
                sum1_tm.real = sum1_tm.real + temp_c1.real * Ymk_tm
                sum1_tm.imag = sum1_tm.imag + temp_c1.imag * Ymk_tm
              End If
            End If
          Next k 'calculat toata suma
          If (mode <> TM And i <> n And j <> n) Then
            ypar_te(i + 1, j + 1).real = sum1_te.real + sum2_te.real
            ypar_te(i + 1, j + 1).imag = sum1_te.imag + sum2_te.imag
            yimp_te(i + 1, j + 1) = ypar_te(i + 1, j + 1)
            If i <> j Then
              ypar_te(j + 1, i + 1).real = sum1_te.real - sum2_te.real
              ypar_te(j + 1, i + 1).imag = sum2_te.imag - sum1_te.imag
              yimp_te(j + 1, i + 1) = ypar_te(j + 1, i + 1)
            End If
          End If
          If (mode <> TE And i <> 0 And j <> 0) Then
            ypar_tm(i, j).real = sum1_tm.real + sum2_tm.real
            ypar_tm(i, j).imag = sum1_tm.imag + sum2_tm.imag
            yimp_tm(i, j) = ypar_tm(i, j)
            If i <> j Then
              ypar_tm(j, i).real = sum1_tm.real - sum2_tm.real
              ypar_tm(j, i).imag = sum2_tm.imag - sum1_tm.imag
              yimp_tm(j, i) = ypar_tm(j, i)
            End If
          End If
        Next j
      Next i 's-au aflat termenii dependenti de impedanta periodica

      For i = 0 To n
        temp_d = (i * PI / (a - b)) ^ 2 + bety ^ 2 - omeg ^ 2 * niu0 * niur * eps0 * epsr
        If temp_d > 0 Then
          temp_d = Sqr(temp_d)
          If mode <> TM Then
            Ymk_te = -temp_d / omeg / niu0 / niur
          End If
          If mode <> TE Then
            Ymk_tm = omeg * eps0 * epsr / temp_d
          End If
          temp_d = (Exp(temp_d * c / 2#) - Exp(-temp_d * c / 2#)) / (Exp(temp_d * c / 2#) + Exp(-temp_d * c /
2#))
```

```
        If (mode <> TM And i <> n) Then
          ypar_te(i + 1, i + 1).imag = ypar_te(i + 1, i + 1).imag + Ymk_te * temp_d
          yimp_te(i + 1, i + 1).imag = yimp_te(i + 1, i + 1).imag + Ymk_te / temp_d
        End If
        If (mode <> TE And i <> 0) Then
          ypar_tm(i, i).imag = ypar_tm(i, i).imag + Ymk_tm * temp_d
          yimp_tm(i, i).imag = yimp_tm(i, i).imag + Ymk_tm / temp_d
        End If
      Else
        temp_d = Sqr(-temp_d)
        If mode <> TM Then
          Ymk_te = temp_d / omeg / niu0 / niur
        End If
        If mode <> TE Then
          Ymk_tm = omeg * eps0 * epsr / temp_d
        End If
        temp_d = Tan(temp_d * c / 2#)
        If (mode <> TM And i <> n) Then
          ypar_te(i + 1, i + 1).imag = ypar_te(i + 1, i + 1).imag + Ymk_te * temp_d
          yimp_te(i + 1, i + 1).imag = yimp_te(i + 1, i + 1).imag + Ymk_te / temp_d
        End If
        If (mode <> TE And i <> 0) Then
          ypar_tm(i, i).imag = ypar_tm(i, i).imag + Ymk_tm * temp_d
          yimp_tm(i, i).imag = yimp_tm(i, i).imag + Ymk_tm / temp_d
        End If
      End If
  Next i 's-au aflat termenii dependenti de impedanta "metalica"
End Sub

Sub Prod_sc (ByVal p, ByVal q As Integer, mode As Integer)
Dim d1, d2, d_dif, d_sum As Double
Dim d_s, d_c As Double
Dim coscos, sinsin, cossin, sincos As Double

  d1 = betx + 2 * q * PI / a
  d2 = p * PI / (a - b)
  d_dif = d1 - d2
  d_sum = d1 + d2
  d_s = d1 * (a - b)
  d_c = Cos(d_s)
  d_s = Sin(d_s)

  If Abs(d_dif) > 1E-40 Then
    If Abs(d_sum) > 1E-40 Then
      d_sum = d_sum * d_dif
      If (p Mod 2) = 0 Then
        coscos = d_s / d_sum * d1
        cossin = (1# - d_c) / d_sum * d1
        sincos = (d_c - 1#) / d_sum * d2
        sinsin = d_s / d_sum * d2
      Else
        coscos = -d_s / d_sum * d1
        cossin = (1# + d_c) / d_sum * d1
        sincos = (-d_c - 1#) / d_sum * d2
        sinsin = -d_s / d_sum * d2
      End If
    Else
      d_sum = d_s / d_dif
      If (p Mod 2) = 0 Then
        coscos = (d_sum + a - b) / 2#
        cossin = (1# - d_c) / d_dif / 2#
```

```
        sincos = -cossin '(d_c - 1#) / d_dif / 2#
        sinsin = (d_sum - a + b) / 2#
      Else
        coscos = (a - b - d_sum) / 2#
        cossin = (1# + d_c) / d_dif / 2#
        sincos = -cossin '(-d_c - 1#) / d_dif / 2#
        sinsin = (b - d_sum - a) / 2#
      End If
    End If
  Else
    If Abs(d_sum) > 1E-40 Then
      d_dif = d_s / d_sum
      If (p Mod 2) = 0 Then
        coscos = (d_dif + a - b) / 2#
        cossin = (1# - d_c) / d_sum / 2#
        sincos = cossin '(1# - d_c) / d_sum / 2#
        sinsin = (a - b - d_dif) / 2#
      Else
        coscos = (a - b - d_dif) / 2#
        cossin = (1# + d_c) / d_dif / 2#
        sincos = cossin '(d_c + 1#) / d_dif / 2#
        sinsin = (a - b + d_dif) / 2#
      End If
    Else
      coscos = a - b
      cossin = 0#
      sincos = 0#
      sinsin = 0#
    End If
  End If
  If p = 0 Then
    If mode <> TM Then
      p_te.real = Sqr(2) * d2 * d1 * sincos - bety ^ 2 * cossin
      p_te.imag = -bety ^ 2 * coscos - d2 * d1 * sinsin * Sqr(2)
    End If
    If mode <> TE Then
      p_tm.real = d2 * d1 * coscos + bety ^ 2 * sinsin * Sqr(2)
      p_tm.imag = Sqr(2) * bety ^ 2 * sincos - d1 * d2 * cossin
    End If
  Else
    If mode <> TM Then
      p_te.real = Sqr(2) * (d2 * d1 * sincos - bety ^ 2 * cossin)
      p_te.imag = (-bety ^ 2 * coscos - d2 * d1 * sinsin) * Sqr(2)
    End If
    If mode <> TE Then
      p_tm.real = (d2 * d1 * coscos + bety ^ 2 * sinsin) * Sqr(2)
      p_tm.imag = Sqr(2) * (bety ^ 2 * sincos - d1 * d2 * cossin)
    End If
  End If
  d_sum = Sqr((bety ^ 2 + d1 ^ 2) * (bety ^ 2 + d2 ^ 2) * a * (a - b))
  If mode <> TM Then
    p_te.real = p_te.real / d_sum
    p_te.imag = p_te.imag / d_sum
  End If
  If mode <> TE Then
    p_tm.real = p_tm.real / d_sum
    p_tm.imag = p_tm.imag / d_sum
  End If
End Sub
```

A.2. Metoda TLM

Codul următor reprezintă translarea programului original din [1] (scris în Pascal) în limbajul C++.

```
tlm.h
//---------------------------------------------------------------------------
#ifndef tlmH
#define tlmH
#include <stdio.h>
//---------------------------------------------------------------------------
class TLM_2D
	{
	int nx,ny;
	int io,jo,it;
	int kb,kc,kd,ke;
	float v[5][30][30];
	float r[12];
	float rc[10],rd[10];
	float va[6];
	float ehre,ehim,d;
	float eh[15000];
	int ib[30][8];
	int ibd[10][8];
	int ie[5][7];
	int ia[8][4];
	FILE *datin,*datout,*temp_fis,*temp_frecv;
	char header[80];
	int l,jd,j,m,i,ic,pt,ptp,ptm,nn;
	float pcf,cf,d1,d2,ds;
	float peak,a,cs,max,yo;
	int npt;
	float data[1010][2];
	char out[1010][70];
//-------------------------------------
	int readnxny(void);
	int readbound(void);
	int readdielbound(void);
	int readcompbox(void);
	int readexcitation(void);
	int readfreq(void);
	int iterate(void);
	int fourier(void);
	int results(void);
	int correct(void);
	int curvefit(void);
	int output(void);
public:
	int ni;
	int analyze(void);
	TLM_2D(void);
	~TLM_2D(void);
	};
#endif
//---------------------------------------------------------------------------
tlm.cpp
//#include <vcl.h>
#include <stdio.h>
#include <math.h>
```

```
#include <conio.h>
#pragma hdrstop

#include "tlm.h"

//---------------------------------------------------------------------------
#pragma package(smart_init)
int TLM_2D::readnxny(void)
{
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
fgets(header,80,datin);
sscanf(header,"%d%d",&nx,&ny);
fprintf(datout,"%4d%4d\n",nx,ny);
printf("%4d%4d\n",nx,ny);
return 1;
}

int TLM_2D::readbound(void)
{
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
kb=0;
do
	{
	fgets(header,80,datin);
	sscanf(header,"%d%d%d%d%d%d%d%d%f%d",&(ib[kb][0]),&(ib[kb][1]),&(ib[kb][2]),&(ib[kb][3]),
&(ib[kb][4]),&(ib[kb][5]),&(ib[kb][6]),&(ib[kb][7]),&(r[kb]),&it);
	for (m=0;m<8;m++)
		{
		fprintf(datout,"%4d",ib[kb][m]);
		printf("%4d",ib[kb][m]);
		if (m==3)
			{
			fprintf(datout,"    ");
			printf("    ");
			}
		}
	fprintf(datout,"%10.6f%4d\n",r[kb],it);
	printf("%10.6f%4d\n",r[kb],it);
	kb++;
	}
while (it!=0);
return 1;
}

int TLM_2D::readdielbound(void)
{
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
kd=0;
do
```

```
	{
	fgets(header,80,datin);
	sscanf(header,"%d%d%d%d%d%d%d%d%f%d",&(ibd[kd][0]),&(ibd[kd][1]),&(ibd[kd][2]),&(ibd[kd][3]),
&(ibd[kd][4]),&(ibd[kd][5]),&(ibd[kd][6]),&(ibd[kd][7]),&(rc[kd]),&it);
	for (m=0;m<8;m++)
		{
		fprintf(datout,"%4d",ibd[kd][m]);
		printf("%4d",ibd[kd][m]);
		if (m==3)
			{
			fprintf(datout,"    ");
			printf("    ");
			}
		}
	fprintf(datout,"%10.6f%4d\n",rc[kd],it);
	printf("%10.6f%4d\n",rc[kd],it);
	kd++;
	}
while (it!=0);
return 1;
}

int TLM_2D::readcompbox(void)
{
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
kc=0;
do
	{
	fgets(header,80,datin);
	sscanf(header,"%d%d%d%d%f%d",&(ia[kc][0]),&(ia[kc][1]),&(ia[kc][2]), &(ia[kc][3]),&(rd[kc]),&it);
	for (m=0;m<4;m++)
		{
		fprintf(datout,"%4d",ia[kc][m]);
		printf("%4d",ia[kc][m]);
		}
	fprintf(datout,"%10.4f%4d\n",rd[kc],it);
	printf("%10.6f%4d\n",rd[kc],it);
	kc++;
	}
while (it!=0);
return 1;
}


int TLM_2D::readexcitation(void)
{
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
ke=0;
do
	{
	fgets(header,80,datin);
```

```
        sscanf(header,"%d%d%d%d%d%d%d%f%d",&(ie[ke][0]),&(ie[ke][1]),&(ie[ke][2]),&(ie[ke][3]),&(ie[ke][4])
,&(ie[ke][5]),&(ie[ke][6]),&(va[ke]),&it);
        for (m=0;m<7;m++)
                {
                fprintf(datout,"%4d",ie[ke][m]);
                printf("%4d",ie[ke][m]);
                if (m==3)
                        {
                        fprintf(datout,"    ");
                        printf("    ");
                        }
                }
        fprintf(datout,"%10.6f%4d\n",va[ke],it);
        printf("%10.6f%4d\n",va[ke],it);
        ke++;
        }
while (it!=0);
return 1;
}

int TLM_2D::readfreq(void)
{
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
fgets(header,80,datin);
fputs(header,datout);
printf("%s",header);
fgets(header,80,datin);
sscanf(header,"%f%f%f",&d1,&d2,&ds);
fprintf(datout,"%10.6f%10.6f%10.6f\n",d1,d2,ds);
printf("%10.6f%10.6f%10.6f\n",d1,d2,ds);
fgets(header,80,datin);
fgets(header,80,datin);
sscanf(header,"%d%d%d%d%f",&io,&jo,&l,&ni,&yo);
printf("Output point is (%4d,%4d)\n",io,jo);
printf("Permittivity stub admittance is %6.4f\n",yo);
fprintf(datout,"Output point is (%4d,%4d)\n",io,jo);
fprintf(datout,"Permittivity stub admittance is %6.4f\n",yo);
return 1;
}

int TLM_2D::iterate(void)
{
float a,vx,vy,vxy;
//clear working space
for (j=0;j<ny;j++)
        for (i=0;i<nx;i++)
                for (m=0;m<5;m++)
                        v[m][i][j]=0.0;
//initialize excitation points
for (nn=0;nn<ke;nn++)
        for (j=ie[nn][2];j<=ie[nn][3];j++)
                for (i=ie[nn][0];i<=ie[nn][1];i++)
                        {
                        m=ie[nn][4];
                        while (m<=ie[nn][6])
                                {
                                v[m][i][j]=va[nn];
                                m+=ie[nn][5];
                                }
```

```
                v[4][i][j]=va[nn];
                }
for (ic=0;ic<ni;ic++)
    {
    //set up boundary conditions
    for (nn=0;nn<kb;nn++)
        for (j=ib[nn][2];j<=ib[nn][3];j++)
            for (i=ib[nn][0];i<=ib[nn][1];i++)
                {
                vxy=v[ib[nn][5]][i][j];
                v[ib[nn][5]][i][j]=r[nn]*v[ib[nn][4]][i+ib[nn][7]][j+ib[nn][6]];
                v[ib[nn][4]][i+ib[nn][7]][j+ib[nn][6]]=r[nn]*vxy;
                }
    //perform impedance modifications at air dielectric boundaries
    if (ibd[0][0]>=0)
        {
        for (nn=0;nn<kd;nn++)
            for (j=ibd[nn][2];j<=ibd[nn][3];j++)
                for (i=ibd[nn][0];i<=ibd[nn][1];i++)
                    {
                    vx=v[ibd[nn][5]][i][j];
                    vy=v[ibd[nn][4]][i+ibd[nn][7]][j+ibd[nn][6]];
                    v[ibd[nn][5]][i][j]=-rc[nn]*vy+(1.0+rc[nn])*vx;
                    v[ibd[nn][4]][i+ibd[nn][7]][j+ibd[nn][6]]=rc[nn]*vx+(1.0-rc[nn])*vy;
                    }
        }
    //boxes computation based on appropriate voltage scattering matrix
    //for shunt inhomogenous node
    for (nn=0;nn<kc;nn++)
        for (j=ia[nn][2];j<=ia[nn][3];j++)
            for (i=ia[nn][0];i<=ia[nn][1];i++)
                {
                a=(v[0][i][j+1]+v[0][i][j]+v[1][i][j]+v[1][i+1][j]+ v[4][i][j]*rd[nn])*2.0/(rd[nn]+4.0);
                v[4][i][j]=a-v[4][i][j];
                v[0][i][j]=a-v[0][i][j];
                v[1][i][j]=a-v[1][i][j];
                vy=a-v[0][i][j+1];
                vx=a-v[1][i+1][j];
                v[1][i+1][j]=v[3][i][j];
                v[0][i][j+1]=v[2][i][j];
                v[2][i][j]=vy;
                v[3][i][j]=vx;
                }
    switch (l)
        {
        case 1: eh[ic]=v[3][io][jo]-v[1][io][jo];
        break;
        case 2: eh[ic]=v[2][io][jo]-v[0][io][jo];
        break;
        case 3: eh[ic]=0.5*(v[0][io][jo]+v[1][io][jo]+v[2][io][jo]+v[3][io][jo]);
        break;
        }

    printf("%d\n",ic);
    fprintf(temp_fis,"%10.6f\n",eh[ic]);
    }
return 1;
}

int TLM_2D::fourier(void)
{
```

```
float r,ra,rb,t;
float cs,u,uk;
double ehre,ehim,ehmod;
float d;
npt=0;
t=0.0;
max=0.0;
r=0.5*sqrt(1.0+t*t);
/*if (t!=0.0)
        ra=6.283184*sqrt(-0.5*r)
else ra=0.0;*/
rb=6.283184;//*sqrt(0.5+r);
d=d1;
while (d<=d2)
        {
        ehre=0.0;
        ehim=0.0;
        //uk=exp(-d*ra);
        uk=1;
        u=uk;
        for (ic=0;ic<ni;ic++)
                {
                cs=(ic+1)*rb*d;
                ehre+=(eh[ic]*cos(cs)*uk);
                ehim+=(eh[ic]*sin(cs)*uk);
                uk*=u;
                }
        ehmod=sqrt(ehre*ehre+ehim*ehim);
        data[npt][0]=d;
        data[npt][1]=ehmod;
        fprintf(temp_frecv,"%10.6f            %10.6f\n",d,ehmod);
        d+=ds;
        npt++;
        }
for (j=0;j<npt;j++)
        if (data[j][1]>max)
                {
                max=data[j][1];
                peak=data[j][0];
                pt=j;
                }
return 1;
}

int TLM_2D::results(void)
{
fprintf(datout,"\n");
fprintf(datout,"            RESULTS\n");
fprintf(datout,"            -------\n");
fprintf(datout,"%d points plotted\n",npt);
fprintf(datout,"   Maximum plotted field magnitude\n");
fprintf(datout,"%10.6f\n",max);
fprintf(datout,"\n");
cf=1/cf;
fprintf(datout,"The velocity correction factor (Do/D) is: %8.6f\n",cf);
fprintf(datout,"\n");
fprintf(datout,"MESHSIZE/MESH WAVELENGTH    MESHSIZE/LINK LINE    FIELD
MAGNITUDE\n");
fprintf(datout,"          (D)                    (Do)  WAVELENGTH      (EHMOD)\n");
fprintf(datout,"------------------------    -----------------    ---------------\n");
fprintf(datout,"\n");
```

```
for (j=0;j<npt;j++)
        fprintf(datout,"        %8.6f            %8.6f          %8.6f\n",data[j][0],data[j][0]*cf,data[j][1]);
fprintf(datout,"\n");
fprintf(datout,"Maximum field value at D  = %8.6f\n",peak);
fprintf(datout,"      corresponding to Do = %8.6f  ,=== FINAL RESULT\n",pcf);
fprintf(datout,"\n");
printf("\n");
printf("Maximum field value at D  = %8.6f\n",peak);
printf("      corresponding to Do = %8.6f  ,=== FINAL RESULT\n",pcf);
printf("\n");
}

int TLM_2D::correct(void)
{
float a,p,ga,gb;
char c,extended;
//velocity error correction in axial direction
printf("Velocity error correction? (y/n)");
do
        {
        c = getch();
        if (!c)
                extended = getch();
        }
while (c!='n'&&c!='y');
if (c=='y')
        {
        p=3.141592653*peak;
        ga=sqrt(2)*sin(p);
        gb=sqrt(1-ga*ga);
        cf=p/atan(ga/gb);
        pcf=peak/cf;
        }
else
        {
        cf=1/sqrt(2);
        pcf=peak/cf;
        }
return 1;
}

int TLM_2D::curvefit(void)
{
float ai,bmax;
if ((pt!=0)&&(pt!=npt-1))
        {
        ptp=pt+1;
        ptm=pt-1;
        ai=((data[ptm][1]-max)*(data[ptm][0]-data[ptp][0])-(data[ptm][1]-data[ptp][1])*(data[ptm][0]-data[pt][0]));
        ai/=((data[ptm][0]-data[pt][0])*(data[pt][0]-data[ptp][0])*(data[ptm][0]-data[ptp][0]));
        bmax=(data[ptm][1]-max)/(data[ptm][0]-data[pt][0])-ai*(data[ptm][0]+data[pt][0]);
        peak=-bmax/(2*ai);
        fprintf(datout,"peak %10.6f\n",peak);
        }
return 1;
}

int TLM_2D::output(void)
{
float u;
int intreg;
```

```
fprintf(datout,"\n");
fprintf(datout,"                    Graph of EHMOD vs. D\n");
fprintf(datout,"  D                              EHMOD\n");
u=max/70;
if (u==0)
        fprintf(datout,"No plot generated\n");
else
        {
        fprintf(datout,"
%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f%7.1f\n",7*u,14*u,21*u,28*u,35*u,42*u,49*u,56*u,63*u,max
);
        for (j=0;j<npt;j++)
                {
                data[j][1]/=max;
                intreg=(70*data[j][1]);
                for (i=0;i<70;i++)
                        out[j][i]=' ';
                out[j][intreg]='*';
                fprintf(datout," %6.4f%s \n",data[j][0],out[j]);
                }
        }

return 1;
}

int TLM_2D::analyze(void)
{
iterate();
fourier();
curvefit();
correct();
results();
output();
return 1;
}

TLM_2D::TLM_2D(void)
{
int result;
if ((datin = fopen("tlm_inho.inp", "rt"))== NULL)
   {
      fprintf(stderr, "Cannot open input file.\n");
//       return 1;
   }

   if ((datout = fopen("tlm_inho.out", "wt"))== NULL)
   {
      fprintf(stderr, "Cannot open output file.\n");
//       return 1;
   }
   if ((temp_fis = fopen("temp.txt", "wt"))== NULL)
   {
      fprintf(stderr, "Cannot open output file.\n");
//       return 1;
   }
   if ((temp_frecv = fopen("temp_fr.txt", "wt"))== NULL)
   {
      fprintf(stderr, "Cannot open output file.\n");
//       return 1;
   }
result = getch();
```

```
result=readnxny();
result=readbound();
result=readdielbound();
result=readcompbox();
result=readexcitation();
result=readfreq();
}

TLM_2D::~TLM_2D(void)
{
fclose(datin);
fclose(datout);
fclose(temp_fis);
fclose(temp_frecv);
}
```

A.3. Metoda FWCIP

```
//---------------------------------------------------------------------------
void __fastcall CalculIterativ::Execute()
{
	//---- Place thread code here ----

int i,j,k,t;
AnsiString Sir;
//Initializare
Calcul_Gama_S(M,N,0.0,0.0,0.0);
for (omeg_ind=0;omeg_ind<Nr_omega;omeg_ind++)
	{//1
	for (i=0;i<Nr_straturi;i++)
		for (j=0;j<nr_comp;j++)
			for (k = 0; k < M; k++)
				for (t = 0; t < N; t++)
					A[i][j][k][t]=0.0;
	for (iteratie=0;(iteratie<Nr_iter)&&(!Terminated);iteratie++)
		{//2
		Reflexie_suprafata(A);
		if ((Save_wave==Save)||((Save_wave==FINAL)&&((iteratie==(Nr_iter-1))||(iteratie==(Nr_iter-2)))))
			for (i=0;i<Nr_straturi;i++)
				for (j = 0; j < nr_comp; j++)
					{
					Sir="A"+IntToStr(j)+"str"+IntToStr(i)+"it"+IntToStr(iteratie)+"fr"+
FloatToStrF(omega[omeg_ind]/(2*M_PI*1e9),ffGeneral,3,5)+".dat";
					Scrie_Matrice(Sir,M,N,A[i][j]);
					}
		for (i=0;i<Nr_straturi;i++)
			FMT(A[i],m_transp,M,N,walls,1);
		for (k=0;k<Nr_straturi;k++)
			Moduri(A[k],1);
		Reflexie_modala(A,omega[omeg_ind]);
		for (k=0;k<Nr_straturi;k++)
			Moduri(A[k],-1);
		for (i=0;i<Nr_straturi;i++)
			FMT(A[i],m_transp,M,N,walls,-1);
		if ((Save_wave==Save)||((Save_wave==FINAL)&&(iteratie==(Nr_iter-2))))
			for (i=0;i<Nr_straturi;i++)
				for (j = 0; j < nr_comp; j++)
					{
```

```
                                Sir="B"+IntToStr(j)+"str"+IntToStr(i)+"it" + IntToStr(iteratie)+"fr"+
FloatToStrF(omega[omeg_ind]/(2*M_PI*1e9),ffGeneral,3,5)+".dat";
                                Scrie_Matrice(Sir,M,N,A[i][j]);
                                }
            percent=(int)(((float)omeg_ind*(float)Nr_iter+(float)iteratie+1.0)/
(float)Nr_iter/(float)Nr_omega*100.0);
            Caption="Frequency="+FloatToStrF(omega[omeg_ind]/(2*M_PI*1e9),ffGeneral,3,6) + "GHz
iteration ="+IntToStr(iteratie+1);
            Synchronize(Update_window);
            }//2
        }//1
if (swap_fr)
        j=Nr_omega;
else if (swap_co)
        j=Nr_iter-1;
else
        j=Nr_iter;
Scrie_Matrice("imp.dat",j,2,Source_imped);
Synchronize(Afiseaza_Rezultate);
}
//---------------------------------------------------------------------------
void __fastcall CalculIterativ::Calcul_Gama_S(int MM, int NN, float zm, float yd, float zys)
{
int i,j,k;
unsigned long culoare_punct,rap_x,rap_y;
float NZ, NZ1,NZ2;
// |   /|
// |  / |
// | /  |
// |/   |
rap_x=Parinte->InitialBitmap->Width/MM;
rap_y=Parinte->InitialBitmap->Height/NN;
for (k=0;k<Nr_straturi-1;k++)
   for (i=0;i<MM;i++)
        for (j=0;j<NN;j++)
            {
            culoare_punct=Parinte->InitialBitmap->Canvas->Pixels[rap_x*i+rap_x/2][rap_y*j+rap_y/2];
            if ((M==MM)&&(N==NN))
                Hs[k][i][j]=0;
            if (culoare_punct==Parinte->Culori[DIELECTRIC])
                {
                NZ=sqrt(Z0[k]/Z0[k+1]);
                GamaSuprafata[k][x_11][i][j]=(1-NZ*NZ)/(1+NZ*NZ);
                GamaSuprafata[k][y_11][i][j]=GamaSuprafata[k][x_11][i][j];
                GamaSuprafata[k][x_21][i][j]=2*NZ/(1+NZ*NZ);
                GamaSuprafata[k][y_21][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                GamaSuprafata[k][x_12][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                GamaSuprafata[k][y_12][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                GamaSuprafata[k][x_22][i][j]=-GamaSuprafata[k][x_11][i][j];
                GamaSuprafata[k][y_22][i][j]=-GamaSuprafata[k][x_11][i][j];
                }
            else if (culoare_punct==Parinte->Culori[METAL])
                {
                GamaSuprafata[k][x_11][i][j]=-1.0;
                GamaSuprafata[k][y_11][i][j]=-1.0;
                GamaSuprafata[k][x_21][i][j]=0.0;
                GamaSuprafata[k][y_21][i][j]=0.0;
                GamaSuprafata[k][x_12][i][j]=0.0;
                GamaSuprafata[k][y_12][i][j]=0.0;
                GamaSuprafata[k][x_22][i][j]=-1.0;
                GamaSuprafata[k][y_22][i][j]=-1.0;
```

```
                }
            else if (culoare_punct==Parinte->Culori[SOURCE1])
                {
                if (Parinte->Sursa1.type==cur_s)
                    {
                    GamaSuprafata[k][x_11][i][j]=-1.0;
                    GamaSuprafata[k][y_11][i][j]=-1.0;
                    GamaSuprafata[k][x_21][i][j]=0.0;
                    GamaSuprafata[k][y_21][i][j]=0.0;
                    GamaSuprafata[k][x_12][i][j]=0.0;
                    GamaSuprafata[k][y_12][i][j]=0.0;
                    GamaSuprafata[k][x_22][i][j]=-1.0;
                    GamaSuprafata[k][y_22][i][j]=-1.0;
                    }
                else if (Parinte->Sursa1.type==ef_s)
                    {
                    NZ=sqrt(Z0[k]/Z0[k+1]);
                    GamaSuprafata[k][x_11][i][j]=(1-NZ*NZ)/(1+NZ*NZ);
                    GamaSuprafata[k][y_11][i][j]=GamaSuprafata[k][x_11][i][j];
                    GamaSuprafata[k][x_21][i][j]=2*NZ/(1+NZ*NZ);
                    GamaSuprafata[k][y_21][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                    GamaSuprafata[k][x_12][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                    GamaSuprafata[k][y_12][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                    GamaSuprafata[k][x_22][i][j]=-GamaSuprafata[k][x_11][i][j];
                    GamaSuprafata[k][y_22][i][j]=-GamaSuprafata[k][x_11][i][j];
                    }
                else
                    {
                    NZ1=Z0s/Z0[k];
                    NZ2=Z0s/Z0[k+1];
                    NZ=Z0s/sqrt(Z0[k]*Z0[k+1]);
                    GamaSuprafata[k][x_11][i][j]=(NZ1-NZ2-1)/(1+NZ1+NZ2);
                    GamaSuprafata[k][y_11][i][j]=GamaSuprafata[k][x_11][i][j];
                    GamaSuprafata[k][x_21][i][j]=2*NZ/(1+NZ1+NZ2);
                    GamaSuprafata[k][y_21][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                    GamaSuprafata[k][x_12][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                    GamaSuprafata[k][y_12][i][j]=GamaSuprafata[k][x_21][i][j];
                    GamaSuprafata[k][x_22][i][j]=(NZ2-NZ1-1)/(1+NZ1+NZ2);
                    GamaSuprafata[k][y_22][i][j]=GamaSuprafata[k][x_22][i][j];
                    }
                if ((M==MM)&&(N==NN))
                    Hs[k][i][j]=1;
                }
            else
                {
                i=i;
                }
            }
}
//---------------------------------------------------------------------------
void __fastcall CalculIterativ::Reflexie_suprafata(float ****A)
{
int j,k,i;
float numara_re,numara_im,numit_re,numit_im;
float temp_b1x_r,temp_b1y_r,temp_b2x_r,temp_b2y_r;
float temp_b1x_i,temp_b1y_i,temp_b2x_i,temp_b2y_i;
float tempre;
for (k=0;k<Nr_straturi-1;k++)
    {
    numara_re=numara_im=0.0;
    numit_re=numit_im=0.0;
```

```
for (i=0;i<M;i++)
    for (j=0;j<N;j++)
        {
        temp_b1x_r=A[k][xreal][i][j];
        temp_b1x_i=A[k][ximag][i][j];
        temp_b1y_r=A[k][yreal][i][j];
        temp_b1y_i=A[k][yimag][i][j];
        if (Hs[k][i][j]==1)
            if ((swap_co&&iteratie)||(swap_fr&&(iteratie==(Nr_iter-1))))
                {
                temp_b2x_r=A[k+1][xreal][i][j];
                temp_b2x_i=A[k+1][ximag][i][j];
                temp_b2y_r=A[k+1][yreal][i][j];
                temp_b2y_i=A[k+1][yimag][i][j];
                }
        A[k][xreal][i][j]=temp_b1x_r*GamaSuprafata[k][x_11][i][j]+
A[k+1][xreal][i][j]*GamaSuprafata[k][x_12][i][j];
        A[k][ximag][i][j]=temp_b1x_i*GamaSuprafata[k][x_11][i][j]+
A[k+1][ximag][i][j]*GamaSuprafata[k][x_12][i][j];
        A[k][yreal][i][j]=temp_b1y_r*GamaSuprafata[k][y_11][i][j]+
A[k+1][yreal][i][j]*GamaSuprafata[k][y_12][i][j];
        A[k][yimag][i][j]=temp_b1y_i*GamaSuprafata[k][y_11][i][j]+
A[k+1][yimag][i][j]*GamaSuprafata[k][y_12][i][j];
        A[k+1][xreal][i][j]=temp_b1x_r*GamaSuprafata[k][x_21][i][j]+
A[k+1][xreal][i][j]*GamaSuprafata[k][x_22][i][j];
        A[k+1][ximag][i][j]=temp_b1x_i*GamaSuprafata[k][x_21][i][j]+
A[k+1][ximag][i][j]*GamaSuprafata[k][x_22][i][j];
        A[k+1][yreal][i][j]=temp_b1y_r*GamaSuprafata[k][y_21][i][j]+
A[k+1][yreal][i][j]*GamaSuprafata[k][y_22][i][j];
        A[k+1][yimag][i][j]=temp_b1y_i*GamaSuprafata[k][y_21][i][j]+
A[k+1][yimag][i][j]*GamaSuprafata[k][y_22][i][j];
        if (Hs[k][i][j]==1)
            {
            //Aplica sursa
            if (s_black)
                {
                if (iteratie<=(int)(Nr_iter/trise))
                    tempre=Parinte->Sursa1.Value*(0.355768-
0.487396*cos(trise*M_PI*(iteratie+1.0)/Nr_iter)+0.144232*cos(2*trise*M_PI*(iteratie+1.0)/Nr_iter)-
0.012604*cos(3*trise*M_PI*(iteratie+1.0)/Nr_iter));
                else
                    tempre=Parinte->Sursa1.Value;
                }
            else if (s_new)
                {
                tempre=Parinte->Sursa1.Value;
                }
            else
                tempre=Parinte->Sursa1.Value;

            if (Parinte->Sursa1.type==cur_s)
                {
                float j_r,j_i,temp_r,temp_i;
                j_r=A[k][xreal][i][j]/sqrt(Z0[k])+A[k+1][xreal][i][j]/sqrt(Z0[k+1]);
                j_i=A[k][ximag][i][j]/sqrt(Z0[k])+A[k+1][ximag][i][j]/sqrt(Z0[k+1]);
                if  ((j_r*j_r+j_i*j_i)<1e-20)
                    {
                    A[k][xreal][i][j]=1.0;
                    A[k+1][xreal][i][j]=1.0;
                    j_r=A[k][xreal][i][j]/sqrt(Z0[k])+A[k+1][xreal][i][j]/sqrt(Z0[k+1]);
                    }
```

```
                    temp_r=tempre*cos(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k][xreal][i][j]*j_r+
A[k][ximag][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    temp_i=tempre*cos(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k][ximag][i][j]*j_r-
A[k][xreal][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    A[k][xreal][i][j]=temp_r;
                    A[k][ximag][i][j]=temp_i;
                    temp_r=tempre*cos(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k+1][xreal][i][j]*j_r+
A[k+1][ximag][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    temp_i=tempre*cos(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k+1][ximag][i][j]*j_r-
A[k+1][xreal][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    A[k+1][xreal][i][j]=temp_r;
                    A[k+1][ximag][i][j]=temp_i;

                    j_r=A[k][yreal][i][j]/sqrt(Z0[k])+A[k+1][yreal][i][j]/sqrt(Z0[k+1]);
                    j_i=A[k][yimag][i][j]/sqrt(Z0[k])+A[k+1][yimag][i][j]/sqrt(Z0[k+1]);
                    if  ((j_r*j_r+j_i*j_i)<1e-20)
                        {
                        A[k][yreal][i][j]=1.0;
                        A[k+1][yreal][i][j]=1.0;
                        j_r=A[k][yreal][i][j]/sqrt(Z0[k])+A[k+1][yreal][i][j]/sqrt(Z0[k+1]);
                        }
                    temp_r=tempre*sin(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k][yreal][i][j]*j_r+
A[k][yimag][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    temp_i=tempre*sin(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k][yimag][i][j]*j_r-
A[k][yreal][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    A[k][yreal][i][j]=temp_r;
                    A[k][yimag][i][j]=temp_i;
                    temp_r=tempre*sin(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k+1][yreal][i][j]*j_r+
A[k+1][yimag][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    temp_i=tempre*sin(Parinte->Sursa1.Angle)/2.0*(A[k+1][yimag][i][j]*j_r-
A[k+1][yreal][i][j]*j_i)/(j_r*j_r+j_i*j_i);
                    A[k+1][yreal][i][j]=temp_r;
                    A[k+1][yimag][i][j]=temp_i;
                    }
                else if (Parinte->Sursa1.type==ef_s)
                    {
                    A[k][xreal][i][j]+=(tempre/sqrt(Z0[k]));
                    //A[k][ximag][i][j]=0.0;
                    //A[k][yreal][i][j]=0.0;
                    //A[k][yimag][i][j]=0.0;
                    A[k+1][xreal][i][j]+=(tempre/sqrt(Z0[k+1]));
                    //A[k+1][ximag][i][j]=0.0;
                    //A[k+1][yreal][i][j]=0.0;
                    //A[k+1][yimag][i][j]=0.0;
                    }
                else
                    {
                    A[k][xreal][i][j]+=(tempre/sqrt(Z0[k])*cos(Parinte->Sursa1.Angle));
                    //A[k][ximag][i][j]=0.0;
                    A[k][yreal][i][j]+=(tempre/sqrt(Z0[k])*sin(Parinte->Sursa1.Angle));
                    //A[k][yimag][i][j]=0.0;
                    A[k+1][xreal][i][j]+=(tempre/sqrt(Z0[k+1])*cos(Parinte->Sursa1.Angle));
                    //A[k+1][ximag][i][j]=0.0;
                    A[k+1][yreal][i][j]+=(tempre/sqrt(Z0[k+1])*sin(Parinte->Sursa1.Angle));
                    //A[k+1][yimag][i][j]=0.0;
                    }
                if ((swap_co&&iteratie)||(swap_fr&&(iteratie==(Nr_iter-1))))
                    {
                    if (true)//imped
                    {
                    //calcul imped
```

```
                    //jx
                    temp_b2x_r=(A[k+1][xreal][i][j]-temp_b2x_r)/sqrt(Z0[k+1])+(A[k][xreal][i][j]-
temp_b1x_r)/sqrt(Z0[k]);
                    temp_b2x_i=(A[k+1][ximag][i][j]-temp_b2x_i)/sqrt(Z0[k+1])+(A[k][ximag][i][j]-
temp_b1x_i)/sqrt(Z0[k]);
                    //jy
                    temp_b2y_r=(A[k+1][yreal][i][j]-temp_b2y_r)/sqrt(Z0[k+1])+(A[k][yreal][i][j]-
temp_b1y_r)/sqrt(Z0[k]);
                    temp_b2y_i=(A[k+1][yimag][i][j]-temp_b2y_i)/sqrt(Z0[k+1])+(A[k][yimag][i][j]-
temp_b1y_i)/sqrt(Z0[k]);
                    //ex
                    temp_b1x_r=(A[k][xreal][i][j]+temp_b1x_r)*sqrt(Z0[k]);
                    temp_b1x_i=(A[k][ximag][i][j]+temp_b1x_i)*sqrt(Z0[k]);
                    //ey
                    temp_b1y_r=(A[k][yreal][i][j]+temp_b1y_r)*sqrt(Z0[k]);
                    temp_b1y_i=(A[k][yimag][i][j]+temp_b1y_i)*sqrt(Z0[k]);
                    /*numara_re+=temp_b1x_r*temp_b2x_r-temp_b1x_i*temp_b2x_i+
temp_b1y_r*temp_b2y_r-temp_b1y_i*temp_b2y_i;
                    numara_im+=temp_b2x_r*temp_b1x_i+temp_b2x_i*temp_b1x_r+
temp_b2y_r*temp_b1y_i+temp_b2y_i*temp_b1y_r;
                    numit_re+=temp_b1x_r*temp_b1x_r-temp_b1x_i*temp_b1x_i+
temp_b1y_r*temp_b1y_r-temp_b1y_i*temp_b1y_i;
                    numit_im+=temp_b1x_r*temp_b1x_i+temp_b1x_i*temp_b1x_r+
temp_b1y_r*temp_b1y_i+temp_b1y_r*temp_b1y_i;*/
                    numara_re+=temp_b1x_r*temp_b2x_r+temp_b1x_i*temp_b2x_i+
temp_b1y_r*temp_b2y_r+temp_b1y_i*temp_b2y_i;
                    numara_im+=temp_b2x_r*temp_b1x_i-temp_b2x_i*temp_b1x_r+
temp_b2y_r*temp_b1y_i-temp_b2y_i*temp_b1y_r;
                    numit_re+=temp_b1x_r*temp_b1x_r+temp_b1x_i*temp_b1x_i+
temp_b1y_r*temp_b1y_r+temp_b1y_i*temp_b1y_i;
                    numit_im+=0.0;
                    }
                    //
                    else //energy
                        {
                        numit_re+=A[k][xreal][i][j]*A[k][xreal][i][j]+A[k][yimag][i][j]*A[k][yimag][i][j]+
A[k+1][xreal][i][j]*A[k+1][xreal][i][j]+A[k+1][yimag][i][j]*A[k+1][yimag][i][j];//
                        numit_im+=-temp_b1x_r*temp_b1x_r-temp_b1x_i*temp_b1x_i-
temp_b1y_r*temp_b1y_r-temp_b1y_i*temp_b1y_i;
                        //numit_im=0.0;
                        numara_re=1.0;
                        numara_im=0.0;

                        }
                    }
                }
            }
    if (swap_co&&iteratie)
        {
        Source_imped[iteratie-1][xreal]=(numara_re*numit_re+numara_im*numit_im)/
(numara_re*numara_re+numara_im*numara_im);
        Source_imped[iteratie-1][ximag]=(numara_im*numit_re-numara_re*numit_im)/
(numara_re*numara_re+numara_im*numara_im);
        }
    else if (swap_fr&&(iteratie==(Nr_iter-1)))
        {
        Source_imped[omeg_ind][xreal]=(numara_re*numit_re+numara_im*numit_im)/
(numara_re*numara_re+numara_im*numara_im);
        Source_imped[omeg_ind][ximag]=(numara_im*numit_re-numara_re*numit_im)/
(numara_re*numara_re+numara_im*numara_im);
        }
```

```
        else
                {
                iteratie=iteratie;
                }
        }
}
//-----------------------------------------------------------------------
void FMT(float ***A,float **m_transp,int M,int N,int wall,int isign)
{
int i;

if (wall==EW)
        {
//x
        for (i=0;i<M;i++)
                {
                sinft2(A[xreal][i]-1,N,isign);
                sinft2(A[ximag][i]-1,N,isign);
                }
        if (M!=N)
                {
                transpose(A[xreal],m_transp,M,N);
                for (i=0;i<N;i++)
                        cosft2(m_transp[i]-1,M,isign);
                transpose(m_transp,A[xreal],N,M);
                transpose(A[ximag],m_transp,M,N);
                for (i=0;i<N;i++)
                        cosft2(m_transp[i]-1,M,isign);
                transpose(m_transp,A[ximag],N,M);
                }
        else
                {
                transpose(A[xreal],A[xreal],M,N);
                transpose(A[ximag],A[ximag],M,N);
                for (i=0;i<N;i++)
                        {
                        cosft2(A[xreal][i]-1,M,isign);
                        cosft2(A[ximag][i]-1,M,isign);
                        }
                transpose(A[xreal],A[xreal],N,M);
                transpose(A[ximag],A[ximag],N,M);
                }
//y
        for (i=0;i<M;i++)
                {
                cosft2(A[yreal][i]-1,N,isign);
                cosft2(A[yimag][i]-1,N,isign);
                }
        if (M!=N)
                {
                transpose(A[yreal],m_transp,M,N);
                for (i=0;i<N;i++)
                        sinft2(m_transp[i]-1,M,isign);
                transpose(m_transp,A[yreal],N,M);
                transpose(A[yimag],m_transp,M,N);
                for (i=0;i<N;i++)
                        sinft2(m_transp[i]-1,M,isign);
                transpose(m_transp,A[yimag],N,M);
                }
        else
                {
```

```
            transpose(A[yreal],A[yreal],M,N);
            transpose(A[yimag],A[yimag],M,N);
            for (i=0;i<N;i++)
                  {
                  sinft2(A[yreal][i]-1,M,isign);
                  sinft2(A[yimag][i]-1,M,isign);
                  }
            transpose(A[yreal],A[yreal],N,M);
            transpose(A[yimag],A[yimag],N,M);
            }
      }
else if (wall==MW)
      {
//x
      for (i=0;i<M;i++)
            {
            cosft2(A[xreal][i]-1,N,isign);
            cosft2(A[ximag][i]-1,N,isign);
            }
      if (M!=N)
            {
            transpose(A[xreal],m_transp,M,N);
            for (i=0;i<N;i++)
                  sinft2(m_transp[i]-1,M,isign);
            transpose(m_transp,A[xreal],N,M);
            transpose(A[ximag],m_transp,M,N);
            for (i=0;i<N;i++)
                  sinft2(m_transp[i]-1,M,isign);
            transpose(m_transp,A[ximag],N,M);
            }
      else
            {
            transpose(A[xreal],A[xreal],M,N);
            transpose(A[ximag],A[ximag],M,N);
            for (i=0;i<N;i++)
                  {
                  sinft2(A[xreal][i]-1,M,isign);
                  sinft2(A[ximag][i]-1,M,isign);
                  }
            transpose(A[xreal],A[xreal],N,M);
            transpose(A[ximag],A[ximag],N,M);
            }
//y
      for (i=0;i<M;i++)
            {
            sinft2(A[yreal][i]-1,N,isign);
            sinft2(A[yimag][i]-1,N,isign);
            }
      if (M!=N)
            {
            transpose(A[yreal],m_transp,M,N);
            for (i=0;i<N;i++)
                  cosft2(m_transp[i]-1,M,isign);
            transpose(m_transp,A[yreal],N,M);
            transpose(A[yimag],m_transp,M,N);
            for (i=0;i<N;i++)
                  cosft2(m_transp[i]-1,M,isign);
            transpose(m_transp,A[yimag],N,M);
            }
      else
            {
```

```
            transpose(A[yreal],A[yreal],M,N);
            transpose(A[yimag],A[yimag],M,N);
            for (i=0;i<N;i++)
                  {
                  cosft2(A[yreal][i]-1,M,isign);
                  cosft2(A[yimag][i]-1,M,isign);
                  }
            transpose(A[yreal],A[yreal],N,M);
            transpose(A[yimag],A[yimag],N,M);
            }
      }
else if (wall==PW)
      {
      }
}
//-----------------------------------------------------------------------
```

Bibliografie

[1] Itoh T. "Numerical Techniques For Microwave and Millimeter Wave Passive Structures", John Wiley & Sons Inc., 1989, ISBN 0-471-62563-9, pp. 496-587

Printed in EU

EDITURA LUMEN
în elita editurilor românești

Str. Tepes Voda, nr. 2, bl. V1, sc. F, et. 3, ap. 2, Iași, România
www.edituralumen.ro | www.librariavirtuala.com